

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -2) \cup (-2; -1)$.
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -1)$.
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2025; -2024)$.

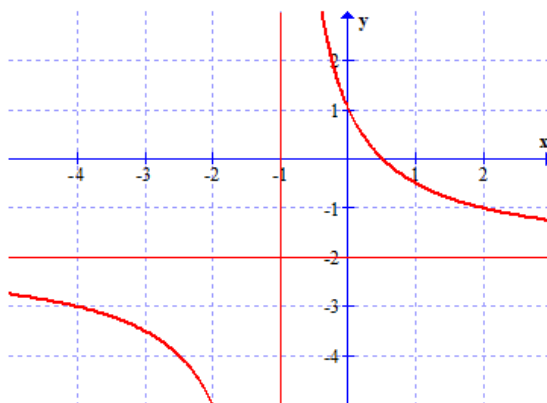
Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$ trên đoạn $[1; 1]$ bằng

A. 2. B. 7. C. 1. D. 5.

Câu 3: Đường thẳng $y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

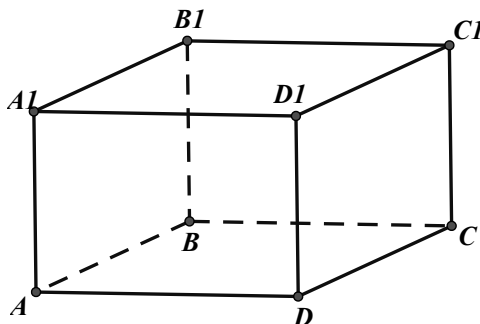
- A. $y = x + 1 + \frac{x^2 + 2}{x}$ B. $y = \frac{x + 1}{2x - 3}$ C. $y = \frac{x^2 - x}{x - 2}$ D. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$

Câu 4: Đồ thị hình bên là của hàm số:



- A. $y = \frac{3 - 2x^2}{x + 1}$ B. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ C. $y = \frac{1 - 2x}{1 - x}$ D. $y = \frac{1 - 2x}{x + 1}$

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?



- A. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{B_1 C_1} = \overrightarrow{B_1 A_1} - \overrightarrow{BA}$
 B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1 C_1} + \overrightarrow{D_1 A_1} = \overrightarrow{DC}$
 C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$
 D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$

Câu 6: Cho hai vector a và b khác 0 . Xác định góc α giữa hai vector a và b khi $ab = -|a||b|$.
 A. $\alpha = 180^\circ$ B. $\alpha = 0^\circ$ C. $\alpha = 90^\circ$ D. $\alpha = 45^\circ$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?
 A. $(-\infty; -1)$ B. $(-1; 3)$ C. $(-1; +\infty)$ D. $(-3; 1)$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$. Tọa độ vector $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là:
 A. $\vec{c} = (4; -1; -3)$ B. $\vec{c} = (8; -2; -6)$ C. $\vec{c} = (2; 1; 3)$ D. $\vec{c} = (4; -2; -6)$

Câu 9: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên:

- A. 0,286 B. 0,286 C. 0,386 D. 0,4

Câu 10: Bạn Minh Anh sử dụng vòng tay thông minh để ghi lại số bước chân mà bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước (đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số ngày	6	7	6	6	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

- A. 7,56 B. 5,72 C. 2,75 D. 1,75

Câu 11: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD A' B' C' D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; 5)$. Tìm tọa độ đỉnh A' ?

- A. $A'(-2; 1; 1)$ B. $A'(3; 5; -6)$ C. $A'(5; -1; 0)$ D. $A'(2; 0; 2)$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(0; -2; 3)$ và $B(1; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$?

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; \frac{15}{4}\right)$ B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ C. $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$ D. $M(3; -1; 9)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$.

a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 2$.

c) Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

d) Hàm số có hai điểm cực trị là A, B . Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng AB là $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 2: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao $250km$ so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét.

(Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-1*, Cornelsen 2016)

a) Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$).

b) Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là $6,25(km/s)$

c) Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.

d) Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là $10km$.

Câu 3: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao $80m$ sử dụng radar có phạm vi theo dõi $500km$ được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất $10km$, cách $300km$ về phía đông và $200km$ về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0)$.
- b) Vị trí A có tọa độ $(300; 200; 10)$.
- c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng $360,69km$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Câu 4: Thời gian tập đàn mỗi ngày (tính theo phút) của bạn Thu trong thời gian gần đây được thống kê như sau:

Thời gian (phút)	Tần số
$[0; 25)$	6
$[25; 30)$	5
$[30; 35)$	7
$[35; 40)$	8
$[40; 45)$	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 20$.
- b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 37$.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} \approx 31,61$.
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_x^2 \approx 39,38$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;3;-1)$ và $B(-1;-6;2)$. Gọi $C(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng AB và trục Ox . Tính giá trị biểu thức $S = 3a + b + c$.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), một con ong bay từ điểm $A(2;4;1)$ với vận tốc và hướng không đổi đến điểm $B(10;12;5)$ trong 5 giây. Nếu con ong tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của con ong sau 3 giây tiếp theo đạt tại vị trí điểm $M(a;b;c)$. Tìm $5a - b - c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
- Câu 3:** Sự tăng trưởng dân số được xác định bởi hàm số $p(t) = \frac{800}{1 + 7e^{0.2t}}$. Tốc độ tăng trưởng dân số tức thời tại thời điểm t là $p'(t)$. Tính thời điểm t để tốc độ tăng trưởng là lớn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- Câu 4:** Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B . Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^3 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).
- Câu 5:** Một công ty sản xuất đồ chơi muốn tối ưu hóa lợi nhuận từ việc sản xuất một loại búp bê. Họ nhận thấy rằng, với mỗi đơn vị sản xuất, chi phí cố định là 500.000 đồng, chi phí biến đổi là 100.000 đồng. Mặt khác, nếu sản xuất x đơn vị búp bê thì giá bán mỗi đơn vị là $P(x) = 600.000 - 10.000x$ đồng. Hỏi công ty nên sản xuất bao nhiêu đơn vị búp bê để đạt lợi nhuận tối đa?
- Câu 6:** Anh Nam dự định xây một sân trước nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 12m$ và $AD = 5m$. Để thoát nước tốt nhất trong mùa mưa hoặc khi rửa sân nên anh Nam xây vị trí B thấp hơn vị trí A là $10cm$, vị trí D thấp hơn vị trí A là $8cm$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, hãy xác định vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A bao nhiêu cm ?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

$-\infty$
 $\nearrow$
 -2
 $\searrow$
 $-\infty$

$+\infty$
 $\searrow$
 2
 $\nearrow$
 $+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -2) \cup (-2; -1)$.
- B.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -1)$.
- C.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- D.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2025; -2024)$.

Lời giải

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$ trên đoạn $[1; 1]$ bằng

A. 2. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Câu 3: Đường thẳng $y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

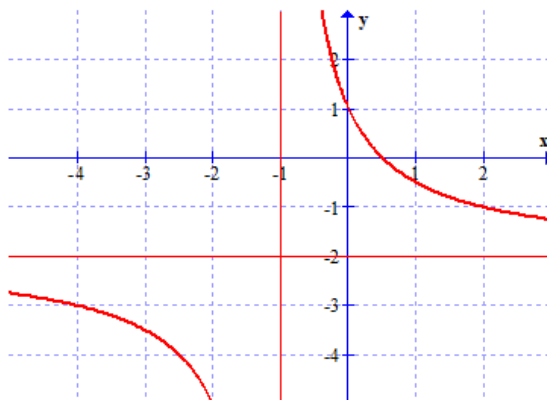
- A.** $y = x + 1 + \frac{x^2 + 2}{x}$ **B.** $y = \frac{x + 1}{2x - 3}$ **C.** $y = \frac{x^2 - x}{x - 2}$ **D.** $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$

Lời giải

$$y = \frac{x^2 - x}{x - 2} = x + 1 + \frac{2}{x - 2}; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x - 2} = 0$$

Ta có:

Câu 4: Đồ thị hình bên là của hàm số:



A. $y = \frac{3-2x^2}{x+1}$

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$

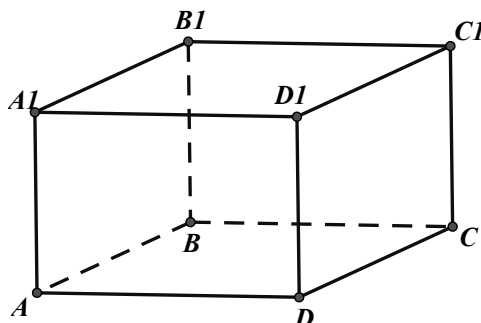
C. $y = \frac{1-2x}{1-x}$

D. $y = \frac{1-2x}{x+1}$

Lời giải

TCD: $x = -1$; TCN: $y = -2$

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Chọn đẳng thức sai?



A. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{B_1A_1} - \overrightarrow{BA}$

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$

Lời giải

$\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{B_1A_1} - \overrightarrow{BA} \hat{=} \vec{0} = \vec{0}$ suy ra A đúng

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ suy ra B đúng

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$ - quy tắc hình hộp suy ra C đúng

Vậy D sai

Câu 6: Cho hai vectơ a và b khác 0 . Xác định góc α giữa hai vectơ a và b khi $ab = -|a||b|$.

A. $\alpha = 180^\circ$

B. $\alpha = 0^\circ$

C. $\alpha = 90^\circ$

D. $\alpha = 45^\circ$

Lời giải

Mà theo giả thiết $ab = -|a||b|$, suy ra $\cos(a, b) = -1 \Rightarrow (a, b) = 180^\circ$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$

B. $(-1; 3)$

C. $(-1; +\infty)$

D. $(-3; 1)$

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$. Tọa độ vector $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là:
A. $\vec{c} = (4; -1; -3)$ **B.** $\vec{c} = (8; -2; -6)$ **C.** $\vec{c} = (2; 1; 3)$ **D.** $\vec{c} = (4; -2; -6)$

Lời giải

Có $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = (-2; 2; 0)$, $\vec{c} = 2(1; 2; -3) - 3(-2; 2; 0)$ suy ra $\vec{c} = (8; -2; -6)$

- Câu 9:** Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên:

- A.** 0,286 **B.** 0,286 **C.** 0,386 **D.** 0,4

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $X_1; X_2; \dots; X_{100}$ là chiều cao tương ứng của 100 cây keo.

Tứ phân vị thứ nhất là $\frac{X_{25} + X_{26}}{2} \in [8,8; 9,0]$. Do đó

$$Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{100}{4} - (5 + 12)}{25} (9,0 - 8,8) = 8,864$$

Tứ phân vị thứ ba là $\frac{X_{75} + X_{76}}{2} \in [9,0; 9,2]$. Do đó

$$Q_3 = 9,0 + \frac{3 \cdot \frac{100}{4} - (5 + 12 + 25)}{44} (9,2 - 9,0) = 9,15$$

Khoảng tứ phân vị: $DQ = Q_3 - Q_1 = 9,15 - 8,864 = 0,286$

- Câu 10:** Bạn Minh Anh sử dụng vòng tay thông minh để ghi lại số bước chân mà bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước (đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số ngày	6	7	6	6	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

- A.** 7,56 **B.** 5,72 **C.** 2,75 **D.** 1,75

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 30$

Số bước(đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)
Số ngày	6	7	6	6	5
Phần tử đại diện	4	6	8	10	12

Số trung bình $\bar{x} = \frac{6.4 + 7.6 + 6.8 + 6.10 + 5.12}{30} = 7,8$

Phương sai: $S^2 = \frac{1}{30}(6.4^2 + 7.6^2 + 6.8^2 + 6.10^2 + 5.12^2) - (7,8)^2 = 7,56$

Độ lệch chuẩn: $\sqrt{7,56} \approx 2,75$

- Câu 11:** Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tìm tọa độ đỉnh A' ?
- A. $A'(-2; 1; 1)$ B. $A'(3; 5; -6)$ C. $A'(5; -1; 0)$ D. $A'(2; 0; 2)$

Lời giải

Dùng công thức hình hộp $\vec{AA'} + \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC'}$, $\vec{AA'} = (x-1; y; z-1)$, $\vec{AB} = (1; 1; 1)$, $\vec{AD} = (0; -1; 0)$, $\vec{AC'} = (3; 5; -6)$. Suy ra $A'(3; 5; -6)$.

- Câu 12:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz cho điểm $A(0; -2; 3)$ và $B(1; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\vec{MA} = 3\vec{MB}$?

A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; \frac{15}{4}\right)$ B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ C. $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$ D. $M(3; -1; 9)$

Lời giải

Giả sử $M(x_M; y_M; z_M)$.

Ta có:

$$\vec{MA} = 3\vec{MB} \Leftrightarrow \vec{MA} - 3\vec{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (0 - x_M) - 3(1 - x_M) = 0 \\ (-2 - y_M) - 3(-1 - y_M) = 0 \\ (3 - z_M) - 3(4 - z_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{3}{2} \\ y_M = -\frac{1}{2} \\ z_M = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right).$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$.

a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 2$.

c) Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

d) Hàm số có hai điểm cực trị là A, B . Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng AB là $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

b) Sai.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - 1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x - 1} = 0$

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.

c) Sai.

Ta có: $y' = 1 - \frac{1}{(x - 1)^2}$

$\Rightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Rightarrow y'$ sẽ đổi dấu qua 2 nghiệm này nên hàm số sẽ vừa đồng biến vừa nghịch biến.

d) Đúng.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;5) \Rightarrow \overline{AB} = (2;4)$

Đường thẳng d đi qua hai điểm A , B có phương trình: $\frac{x}{2} = \frac{y - 1}{4}$ hay $d: y = 2x + 1$

$$d(O, AB) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Khoảng cách

Câu 2: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao $250km$ so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét.

(Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016)

a) Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$).

b) Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là $6,25(km / s)$

c) Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.

d) Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là $10km$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) **Đúng.**

Vận tốc tức thời của con tàu $v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$)

b) **Đúng.**

Khi $t = 25(s) \Rightarrow v(25) = -0,03.25^2 + 2,2.25 - 30 = 6,25(km/s)$

c) **Sai.**

Xét hàm $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$)

Ta có $v'(t) = -0,06t + 2,2$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{110}{3}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm $y = v(t)$

t	$-\infty$	$\frac{110}{3}$	$+\infty$
v'	$+$	0	$-$
v	$-\infty$	$\frac{31}{3}$	$-\infty$

Tại thời điểm $t = 25$ (giây) vận tốc của con tàu vẫn đang tăng

d) **Sai.**

Xét hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$

ta có $h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,03t^2 + 2,2t - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 18,02 \\ t \approx 55,23 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

	$-\infty$	$18,02$	$55,23$	$+\infty$
		$+$	$-$	
		$\nearrow$	$\searrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy trên đoạn $[0; 50]$ độ cao nhỏ nhất của con tàu gần bằng $8,07km$

Câu 3: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km , cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Radar ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0)$.
- b) Vị trí A có tọa độ $(300; 200; 10)$.
- c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng $360,69\text{ km}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Sai: Theo giả thiết, radar ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0,08)$.

b) Sai: điểm $A(-300; -200; 10)$.

c) Đúng: Khoảng cách từ máy bay đến radar là:

$$\sqrt{(-300 - 0)^2 + (-200 - 0)^2 + (10 - 0,08)^2} \approx 360,69(\text{km}).$$

d) Sai: Vì $360,69 < 500$ nên radar của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Câu 4: Thời gian tập đàn mỗi ngày (tính theo phút) của bạn Thu trong thời gian gần đây được thống kê như sau:

Thời gian (phút)	Tần số
$[0; 25)$	6
$[25; 30)$	5
$[30; 35)$	7

35,40)	8
40,45)	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 20$.
- b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 37$.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} \approx 31,61$.
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_x^2 \approx 39,38$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Tần số tích lũy
20,25)	22,5	6	6
25,30)	27,5	5	11
30,35)	32,5	7	18
35,40)	37,5	8	26
40,45)	42,5	2	28

a) Sai: Ta có: $R = 45 - 20 = 25$

b) Sai: Ta có: $n = 28 \text{ p } \frac{3n}{4} = 21 \text{ p } 18 < 21 < 26$

Nhóm thứ tư là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21

$$\text{p } Q_3 = 35 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 28 - 18}{8} \cdot (40 - 35) = 36,875$$

$$\text{c) Đúng: } \bar{x} = \frac{22,5 \times 6 + 27,5 \times 5 + 32,5 \times 7 + 37,5 \times 8 + 42,5 \times 2}{28} = \frac{885}{28} \approx 31,61$$

$$\text{d) Đúng: } s_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

$$= \frac{22,5^2 \times 6 + 27,5^2 \times 5 + 32,5^2 \times 7 + 37,5^2 \times 8 + 42,5^2 \times 2}{28} - \left(\frac{22,5 \times 6 + 27,5 \times 5 + 32,5 \times 7 + 37,5 \times 8 + 42,5 \times 2}{28} \right)^2$$

$$s_x^2 \approx 39,38$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 3; -1)$ và $B(-1; -6; 2)$. Gọi $C(a; b; c)$ là giao điểm của đường thẳng AB và trục Ox . Tính giá trị biểu thức $S = 3a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: -1

Do C thuộc trục Ox nên $C(c; 0; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -9; 3)$ và $\overrightarrow{AC} = (c; -3; 1)$.

Vì $C \in AB \cap Ox$ nên ba điểm A, B, C thẳng hàng hay $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AC}$.

$$\Leftrightarrow \frac{c}{-1} = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow c = -\frac{1}{3}. \text{ Vậy } C\left(-\frac{1}{3}; 0; 0\right)$$

$$a = -\frac{1}{3}; b = 0; c = 0 \Rightarrow S = 3a + b + c = -1$$

Ta có

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), một con ong bay từ điểm $A(2; 4; 1)$ với vận tốc và hướng không đổi đến điểm $B(10; 12; 5)$ trong 5 giây. Nếu con ong tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của con ong sau 3 giây tiếp theo đạt tại vị trí điểm $M(a; b; c)$. Tìm $5a - b - c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 49,8

Vì hướng của con ong không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BM}$ là cùng hướng. Do vận tốc của con ong không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng $\frac{5}{3}$ thời gian bay từ B đến M nên ta có $3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BM}$

$$\Rightarrow 3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BM}$$

$$\text{Ta có } 3\overrightarrow{AB} = (24; 24; 12) \text{ và } \overrightarrow{BM} = (5a - 10; 5b - 12; 5c - 5)$$

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} 5a - 10 = 24 \\ 5b - 12 = 24 \\ 5c - 5 = 12 \end{array} & \begin{array}{l} a = \frac{74}{5} \\ b = \frac{84}{5} \\ c = \frac{17}{5} \end{array} \end{array}$$

Nên ta có hệ

$$\text{Vậy } 5a - b - c = 49,8$$

Chú ý: Giáo viên có thể giải thích cho học sinh:

+) Chi phí cố định trong sản xuất kinh doanh là những khoản chi phí mà doanh nghiệp phải trả bất kể sản lượng sản xuất hoặc mức độ hoạt động kinh doanh thay đổi. Điều này có nghĩa là dù doanh nghiệp sản xuất ít hay nhiều, các chi phí này vẫn không thay đổi.

+) Chi phí biến đổi trong hoạt động kinh doanh là những khoản chi phí thay đổi theo mức độ hoạt động sản xuất hoặc kinh doanh của doanh nghiệp. Điều này có nghĩa là khi sản xuất hoặc bán hàng tăng lên, chi phí biến đổi cũng tăng theo, và ngược lại, khi sản xuất hoặc bán hàng giảm, chi phí biến đổi sẽ giảm.

Câu 3: Sự tăng trưởng dân số được xác định bởi hàm số $p(t) = \frac{800}{1 + 7e^{-0.2t}}$. Tốc độ tăng trưởng dân số tức thời tại thời điểm t là $p'(t)$. Tính thời điểm t để tốc độ tăng trưởng là lớn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 10

Tốc độ tăng trưởng dân số tức thời là $p'(t) = \frac{1120 \cdot e^{0.2t}}{(e^{0.2t} + 7)^2}, t \geq 0$.

Ta có $p''(t) = \frac{224 \cdot e^{0.2t} (7 - e^{0.2t})}{(e^{0.2t} + 7)^3}, p'(t) = 0 \Leftrightarrow 7 - e^{0.2t} = 0 \Leftrightarrow t = 5 \ln 7$.

t	0	$5 \ln 7$	$+\infty$
$p''(t)$	+	0	-
$p'(t)$	$\frac{35}{2}$	40	0

Từ bảng biến thiên ta thấy, thời điểm tốc độ tăng trưởng lớn nhất là $t = 5 \ln 7 \approx 10$.

Đáp án: 10

Câu 4: Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B . Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^3 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

Lời giải

Trả lời: 9

Theo giả thiết :

- Thời gian làm việc của máy A là x ngày.
- Thời gian làm việc của máy B là y ngày.

Nên ta có $x + y = 10 \Leftrightarrow y = 10 - x \quad (*)$

Và $0 < y \leq 6 \Rightarrow 4 \leq x < 10$.

Số tiền lãi $f(x) = x^3 + 2x + 326y - 27y^3 = x^3 + 2x + 326(10 - x) - 27(10 - x)^3$ (thay (*) vào).

$$\hat{U} \quad f(x) = 28x^3 - 810x^2 + 7776x - 23740 \quad \text{với } x \in [4; 10]$$

Ta có $f'(x) = 84x^2 - 1620x + 7776$

$$f'(x) = 0 \hat{U} 84x^2 - 1620x + 7776 = 0 \hat{U} x = 9 \hat{U} x = \frac{72}{7} (l)$$

Bảng biến thiên.

x	4	9	10
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$f(4)$	$f(9)$	$f(10)$

Từ BBT ta có $x = 9$ là giá trị cần tìm.

Câu 5: Một công ty sản xuất đồ chơi muốn tối ưu hóa lợi nhuận từ việc sản xuất một loại búp bê. Họ nhận thấy rằng, với mỗi đơn vị sản xuất, chi phí cố định là 500.000 đồng, chi phí biến đổi là 100.000 đồng. Mặt khác, nếu sản xuất x đơn vị búp bê thì giá bán mỗi đơn vị là $P(x) = 600.000 - 10.000x$ đồng. Hỏi công ty nên sản xuất bao nhiêu đơn vị búp bê để đạt lợi nhuận tối đa?

Lời giải

Trả lời: 25

Để giải bài toán tối ưu hóa lợi nhuận, ta cần xác định hàm lợi nhuận của công ty dựa trên số lượng búp bê được sản xuất, sau đó tìm giá trị của x để lợi nhuận này đạt cực đại.

1. Xác định các hàm liên quan:

- Chi phí cố định khi sản xuất bất kì đơn vị búp bê nào là: $C = 500.000$ đồng.

- Chi phí biến đổi khi sản xuất x đơn vị búp bê là: $C_v(x) = 100.000x$ đồng ($x > 0$)

- Giá bán mỗi đơn vị búp bê là: $P(x) = 600.000 - 10.000x$ đồng.

2. Xác định hàm doanh thu và hàm chi phí:

- Hàm doanh thu: khi sản xuất x đơn vị búp bê thì sẽ thu được

$$R(x) = P(x) \cdot x = (600.000 - 10.000x) \cdot x = 600.000x - 10.000x^2 \quad (\text{đồng})$$

- Hàm chi phí: Tổng chi phí để sản xuất x đơn vị búp bê là

$$C(x) = C + C_v(x) = 500.000 + 100.000x \quad (\text{đồng})$$

3. Xác định hàm lợi nhuận khi sản xuất x đơn vị búp bê (lợi nhuận là phần chênh lệch giữa doanh thu và chi phí):

$$f(x) = R(x) - C(x) = (600.000x - 10.000x^2) - (500.000 + 100.000x) \quad (\text{đồng})$$

$f(x) = -10.000x^2 + 500.000x - 500.000$ với $(x > 0)$

Ta có bảng biến thiên của hàm số

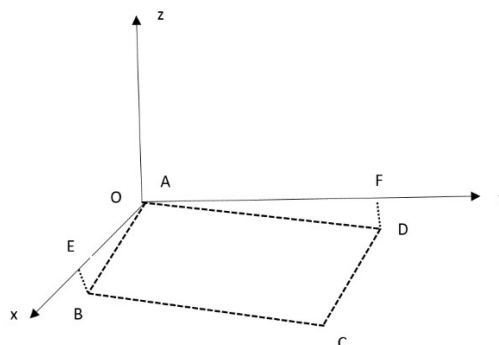
x	0	25	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$			

Như vậy, công ty nên sản xuất 25 đơn vị búp bê để đạt lợi nhuận tối đa.

Câu 6: Anh Nam dự định xây một sân trước nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 12m$ và $AD = 5m$. Để thoát nước tốt nhất trong mùa mưa hoặc khi rửa sân nên anh Nam xây vị trí B thấp hơn vị trí A là $10cm$, vị trí D thấp hơn vị trí A là $8cm$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, hãy xác định vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A bao nhiêu cm ?

Lời giải

Trả lời: 18



$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{1200^2 - 10^2} ; 1200 cm.; AF = \sqrt{AD^2 - DF^2} = \sqrt{500^2 - 10^2} ; 500 cm.$$

Theo hình vẽ ta có tọa độ các điểm: $A(0; 0; 0), B(1200; 0; -10), D(0; 500; -8)$

$$\overrightarrow{AD} = (0; 500; -8), \overrightarrow{BC} = (x - 1200; y; z + 10)$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x - 1200 = 0 \\ y = 500 \\ z + 10 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1200 \\ y = 500 \\ z = -18 \end{cases}$$

Vậy vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A là $18cm$.

----- HẾT -----