

Câu 1. (1,5 điểm). Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 4$.

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .
- b) Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $6x^2 + 6x - 13 = 0$ có 2 nghiệm là x_1 và x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1 - x_2 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - x_1 - 1}{x_1}$.

Câu 3. (1 điểm). Có hai hãng điện thoại cố định tính phí gọi cho các thuê bao như sau:

Hãng	Thuê bao (ngàn đồng/tháng)	Gọi nội hạt (ngàn đồng/30 phút)
Hãng A	10	6
Hãng B	15	5

Gọi y (ngàn đồng) là giá tiền mà khách hàng phải trả sau x lần 30 phút $x \in \mathbb{N}^*$

Biết cước phí hàng tháng bằng tổng tiền thuê bao và cước phí gọi nội hạt.

- a) Hãy biểu diễn y theo x của từng hãng, biết rằng $y = ax + b$ (a, b là số xác định).
- b) Hãy cho biết với cách tính phí như trên thì một khách hàng mỗi tháng gọi bình quân 6 giờ nên sử dụng dịch vụ của hãng nào sẽ rẻ hơn?

Câu 4. (1 điểm). Một chiếc nón lá có dạng hình nón như hình bên:

độ dài đường sinh là 25 cm , bán kính đường tròn đáy là

15 cm . Tính thể tích của chiếc nón; biết $V = \frac{1}{3}S.h$, với V

là thể tích, S là diện tích đáy, h là chiều cao của hình nón.

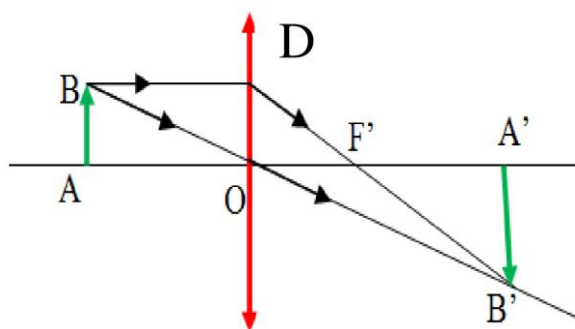


Câu 5. (1 điểm). Tháng trước, hai tổ công nhân sản xuất được tổng cộng 750 chi tiết máy. Do kỹ thuật được cải tiến, tháng này số lượng chi tiết máy tổ 1 và tổ 2 sản xuất lần lượt tăng 7% và 8% so với tháng trước, đạt tổng cộng 806 chi tiết máy. Hỏi tháng trước mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Câu 6. (0,75 điểm). Người hút thuốc lá thường xuyên sẽ bị giảm tuổi thọ, dễ mắc các loại bệnh nguy hiểm như: viêm phổi, viêm đường hô hấp, ung thư, ... Giả sử khi hút một điếu thuốc thì người hút bị giảm 15 phút tuổi thọ. Tính xem một người hút thuốc trung bình mỗi ngày 2

gói trong cả năm 2023 thì người đó sẽ bị giảm bao nhiêu tuổi thọ? Biết rằng mỗi gói thuốc có 20 điếu thuốc lá.

Câu 7. (0,75 điểm). Kính đeo mắt của người già thường là loại thấu kính hội tụ. Bạn An đã dùng một chiếc kính của ông ngoại (loại thấu kính hội tụ) để tạo ra hình ảnh của một cây nến trên một tấm màn. Xét cây nến là một vật sáng có hình dạng là đoạn AB đặt vuông góc với



trục chính của một thấu kính hội tụ, cách thấu kính một đoạn $OA = 4m$. Thấu kính có quang tâm O và tiêu điểm F, F' . Vật AB cho ảnh thật $A'B'$ gấp 3 lần AB . Tính tiêu cự của thấu kính. Biết rằng đường đi của các tia sáng được mô tả như trong hình vẽ trên.

Câu 8. (3 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$). Đường tròn tâm O đường kính BC cắt AC và AB lần lượt tại E và F , BE và CF cắt nhau tại H , AH cắt BC tại D , EF cắt CB tại M .

- Chứng minh $AD \perp BC$ và $MF \cdot ME = MB \cdot MC$.
- Tia FD cắt đường tròn O tại N (N khác F). Chứng minh tứ giác $OFMN$ nội tiếp.
- Gọi I và K lần lượt là hình chiếu của B và C trên EF . Cho $BC = 8cm$; $\angle ABC = 75^\circ$.
Tính $S_{EIB} + S_{CKE}$.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm). Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 4$.

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.
- b) Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

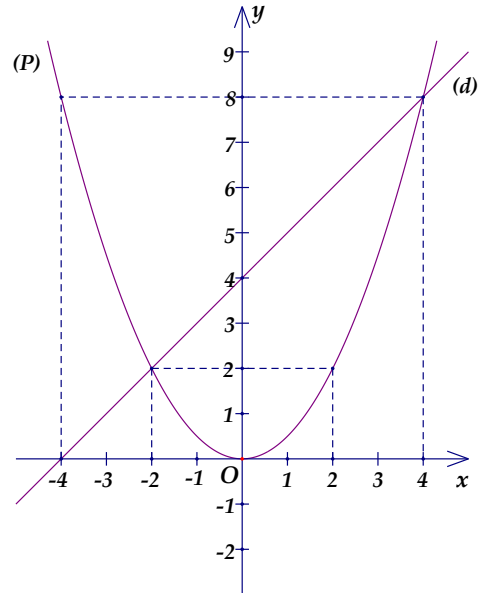
Lời giải

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

x	0	-2
$y = x + 4$	4	2



- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay $x = 4$ vào $y = \frac{1}{2}x^2$, ta được: $y = \frac{1}{2}.4^2 = 8$.

Thay $x = -2$ vào $y = \frac{1}{2}x^2$, ta được: $y = \frac{1}{2}(-2)^2 = 2$.

Vậy $(4; 8)$, $(-2; 2)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $6x^2 + 6x - 13 = 0$ có 2 nghiệm là x_1 và x_2 . Không giải phương

trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1 - x_2 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - x_1 - 1}{x_1}$.

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4.6.(-13) = 348 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -1 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-13}{6} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } A = \frac{x_1 - x_2 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - x_1 - 1}{x_1}$$

$$A = \frac{(x_1 - x_2 - 1)x_1 + (x_2 - x_1 - 1)x_2}{x_1 x_2}$$

$$A = \frac{x_1^2 - x_1 x_2 - x_1 + x_2^2 - x_1 x_2 - x_2}{x_1 x_2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 - x_1 - x_2}{x_1 x_2}$$

$$A = \frac{S^2 - 2P - 2P - S}{P}$$

$$A = \frac{(-1)^2 - 4\left(\frac{-13}{6}\right) - (-1)}{\frac{-13}{6}} = \frac{-64}{13}$$

Câu 3. (1 điểm). Có hai hãng điện thoại cố định tính phí gọi cho các thuê bao như sau:

Hãng	Thuê bao (ngàn đồng/tháng)	Gọi nội hạt (ngàn đồng/30 phút)
Hãng A	10	6
Hãng B	15	5

Gọi y (ngàn đồng) là giá tiền mà khách hàng phải trả sau x lần 30 phút $x \in \mathbb{N}^*$

Biết cước phí hàng tháng bằng tổng tiền thuê bao và cước phí gọi nội hạt.

- a) Hãy biểu diễn y theo x của từng hãng, biết rằng $y = ax + b$ (a, b là số xác định).
- b) Hãy cho biết với cách tính phí như trên thì một khách hàng mỗi tháng gọi bình quân 6 giờ nên sử dụng dịch vụ của hãng nào sẽ rẻ hơn?

Lời giải

a) Hãng A: $y = 6x + 10$.

Hãng B: $y = 5x + 15$.

b) 6 giờ = 12 lần 30 phút

Thay $x = 12$ vào $y = 6x + 10$, ta có:

$$y = 6.12 + 10 = 82$$

Thay $x = 12$ vào $y = 5x + 15$, ta có:

$$y = 5.12 + 15 = 75$$

Vậy khách hàng nên sử dụng dịch vụ của hãng B sẽ rẻ hơn vì 75 ngàn đồng < 82 ngàn đồng.

Câu 4. (1 điểm). Một chiếc nón lá có dạng hình nón như hình bên:

độ dài đường sinh là 25 cm, bán kính đường tròn đáy là

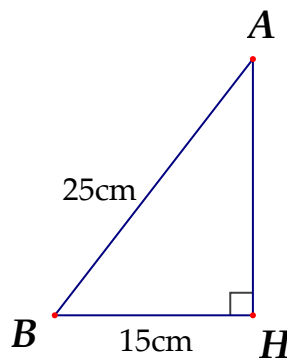
15 cm. Tính thể tích của chiếc nón; biết $V = \frac{1}{3}S.h$, với V

là thể tích, S là diện tích đáy, h là chiều cao của hình nón.



Lời giải

Theo đề bài ta có hình vẽ:



Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 \text{ (định lý Pytago)}$$

$$AH = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \text{ cm}$$

Thể tích chiếc nón:

$$V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.\pi.15^2.20 = 1500\pi \text{ cm}^3 .$$

Câu 5. (1 điểm). Tháng trước, hai tổ công nhân sản xuất được tổng cộng 750 chi tiết máy. Do kĩ thuật được cải tiến, tháng này số lượng chi tiết máy tổ 1 và tổ 2 sản xuất lần lượt tăng 7% và 8% so với tháng trước, đạt tổng cộng 806 chi tiết máy. Hỏi tháng trước mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Lời giải

Gọi x là số chi tiết máy tổ 1 sản xuất tháng trước $x \in \mathbb{N}^*$

y là số chi tiết máy tổ 2 sản xuất tháng trước $y \in \mathbb{N}^*$

Tháng trước, hai tổ công nhân sản xuất được tổng cộng 750 chi tiết máy nên ta có:

$$x + y = 750 \quad (1)$$

Tháng này số lượng chi tiết máy tổ 1 và tổ 2 sản xuất lần lượt tăng 7% và 8% so với tháng trước, đạt tổng cộng 806 chi tiết máy nên ta có:

$$x(1 + 7\%) + y(1 + 8\%) = 806$$

$$\Leftrightarrow 1,07x + 1,08y = 806 \quad (2)$$

Bổ sung: Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 750 \\ 1,07x + 1,08y = 806 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 350 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

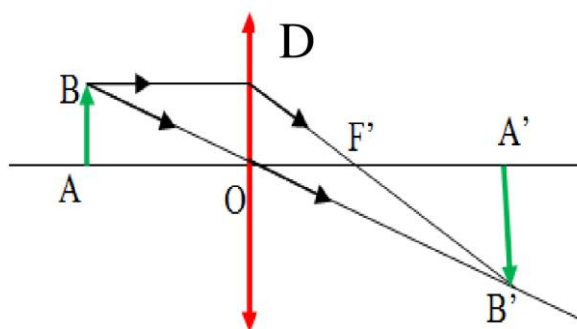
Vậy tháng trước tổ 1 sản xuất được 400 chi tiết máy, tổ 2 sản xuất được 350 chi tiết máy.

Câu 6. (0,75 điểm). Người hút thuốc lá thường xuyên sẽ bị giảm tuổi thọ, dễ mắc các loại bệnh nguy hiểm như: viêm phổi, viêm đường hô hấp, ung thư, ... Giả sử khi hút một điếu thuốc thì người hút bị giảm 15 phút tuổi thọ. Tính xem một người hút thuốc trung bình mỗi ngày 2 gói trong cả năm 2023 thì người đó sẽ bị giảm bao nhiêu tuổi thọ? Biết rằng mỗi gói thuốc có 20 điếu thuốc lá.

Lời giải

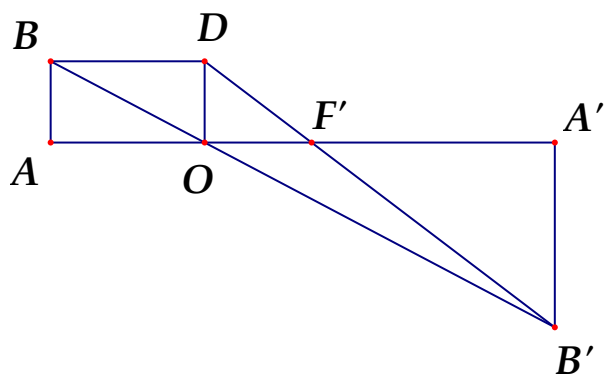
Số phút tuổi thọ người đó sẽ bị giảm là: $15 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 365 = 219000$ (phút).

Câu 7. (0,75 điểm). Kính đeo mắt của người già thường là loại thấu kính hội tụ. Bạn An đã dùng một chiếc kính của ông ngoại (loại thấu kính hội tụ) để tạo ra hình ảnh của một cây nến trên một tấm màn. Xét cây nến là một vật sáng có hình dạng là đoạn AB đặt vuông góc với



trục chính của một thấu kính hội tụ, cách thấu kính một đoạn $OA = 4m$. Thấu kính có quang tâm O và tiêu điểm F, F' . Vật AB cho ảnh thật $A'B'$ gấp 3 lần AB . Tính tiêu cự của thấu kính. Biết rằng đường đi của các tia sáng được mô tả như trong hình vẽ trên.

Lời giải



$$\triangle OAB \text{ đồng dạng } \triangle OA'B' \Rightarrow \frac{OA}{OA'} = \frac{AB}{A'B'} \Rightarrow \frac{OA}{OA'} = \frac{AB}{3AB} \Rightarrow \frac{4}{OA'} = \frac{1}{3} \Rightarrow OA' = \frac{3 \cdot 4}{1} = 12 \text{ m}$$

$OD = AB$ ($ABDO$ là hình chữ nhật)

$$\triangle F'OD \text{ đồng dạng } \triangle F'A'B' \Rightarrow \frac{F'O}{F'A'} = \frac{OD}{A'B'} \Rightarrow \frac{F'O}{F'A'} = \frac{AB}{3AB} \Rightarrow \frac{F'O}{F'A'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{F'O}{1} = \frac{F'A'}{3}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{F'O}{1} = \frac{F'A'}{3} = \frac{F'O' + F'A'}{1 + 3} = \frac{OA'}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{F'O}{1} = 3$$

$$\Rightarrow F'O = 3 \text{ m}$$

Vậy tiêu cự của thấu kính là 3 m .

Câu 8. (3 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$). Đường tròn tâm O đường kính BC cắt AC và AB lần lượt tại E và F , BE và CF cắt nhau tại H , AH cắt BC tại D , EF cắt CB tại M .

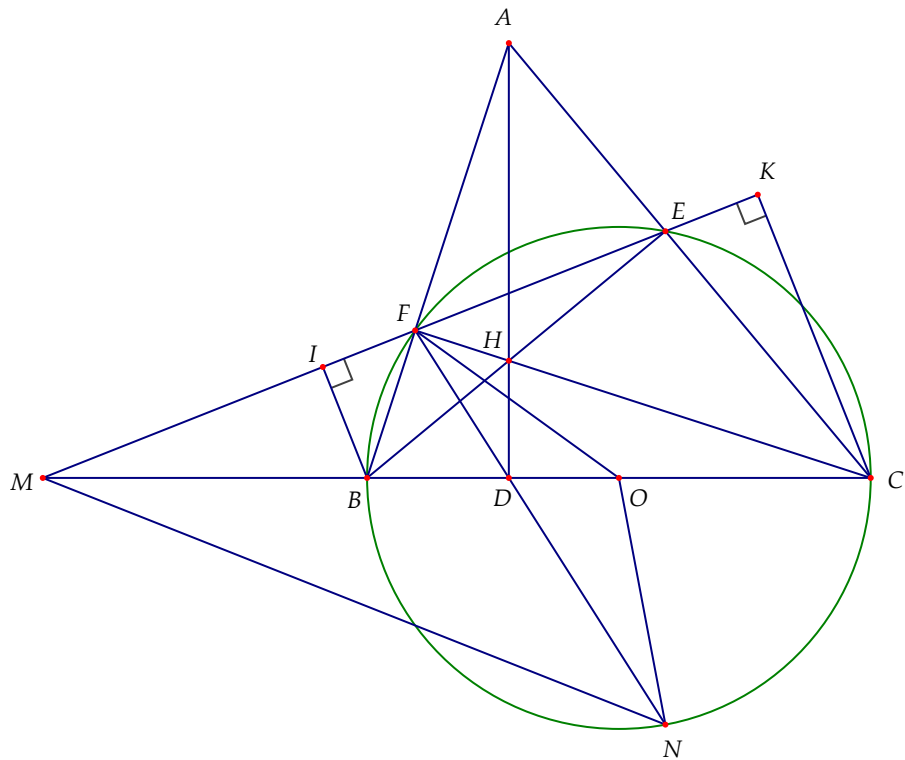
a) Chứng minh $AD \perp BC$ và $MF \cdot ME = MB \cdot MC$.

b) Tia FD cắt đường tròn O tại N (N khác F). Chứng minh tứ giác $OFMN$ nội tiếp.

c) Gọi I và K lần lượt là hình chiếu của B và C trên EF . Cho $BC = 8 \text{ cm}$; $\angle ABC = 75^\circ$.

Tính $S_{EIB} + S_{CKE}$.

Lời giải



a) Chứng minh $AD \perp BC$ và $MF.ME = MB.MC$.

$BEC = BFC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow BE \perp AC; CF \perp AB$

$\Rightarrow BE, CF$ là đường cao của $\triangle ABC$

Mà H là giao điểm của BE, CF (gt)

$\Rightarrow H$ là trực tâm của $\triangle ABC$

$\Rightarrow AH$ là đường cao của $\triangle ABC$

$\Rightarrow AD \perp BC \quad H \in AD$.

Ta có: 4 điểm B, F, E, C cùng thuộc O

$\Rightarrow BFEC$ nội tiếp.

Xét $\triangle MBF$ và $\triangle MEC$ có:

$FMB = EMC$ (góc chung)

$MFB = MCE$ ($BFEC$ nội tiếp)

$\Rightarrow \triangle MBF$ đồng dạng $\triangle MEC$ (g-g)

$\Rightarrow \frac{MB}{ME} = \frac{MF}{MC}$

$\Rightarrow MB.MC = ME.MF$.

b) Chứng minh tứ giác $OFMN$ nội tiếp.

$$AFC = 90^\circ \quad (CF \perp AB)$$

$$ADC = 90^\circ \quad (AD \perp BC)$$

$\Rightarrow$ 4 điểm A, F, D, C cùng thuộc đường tròn đường kính AC

$\Rightarrow$ tứ giác $AFDC$ nội tiếp

$$\Rightarrow \angle BFD = \angle ACB$$

$$\text{Mà } \angle MFB = \angle ACB \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \angle MFB = \angle BFD$$

$\Rightarrow FB$ là tia phân giác của $\angle MFN$

$$\Rightarrow \angle MFN = 2\angle BFN$$

Mà $\angle BON = 2\angle BFN$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn BN)

$$\Rightarrow \angle MFN = \angle MON$$

$\Rightarrow$ tứ giác $MFON$ nội tiếp.

c) Tính $S_{EIB} + S_{CKE}$.

Xét $\triangle EIB$ vuông tại I và $\triangle CFB$ vuông tại F có:

$$\angle IEB = \angle FCB \text{ (cùng chắn } BF)$$

$\Rightarrow \triangle EIB$ đồng dạng $\triangle CFB$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{S_{EIB}}{S_{CFB}} = \frac{EB^2}{BC^2} \quad 1$$

Xét $\triangle CKE$ vuông tại K và $\triangle CFB$ vuông tại F có:

$$\angle KEC = \angle FBC \text{ (} BFEC \text{ nội tiếp)}$$

$\Rightarrow \triangle CKE$ đồng dạng $\triangle CFB$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{S_{CKE}}{S_{CFB}} = \frac{CE^2}{BC^2} \quad 2$$

Xét $\triangle BEC$ vuông tại E có:

$$BE^2 + EC^2 = BC^2 \text{ (định lý Pytago)} \quad 3$$

$$1, 2, 3 \Rightarrow \frac{S_{EIB}}{S_{CFB}} + \frac{S_{CKE}}{S_{CFB}} = \frac{EB^2}{BC^2} + \frac{CE^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$$

$$\Rightarrow S_{EIB} + S_{CKE} = S_{CFB} = \frac{1}{2} BF.FC$$

$$\Rightarrow S_{EIB} + S_{CKE} = \frac{1}{2} BC.\cos FBC \quad BC.\sin FBC = \frac{1}{2} 8.\cos 75^{\circ} \quad 8.\sin 75^{\circ} = 8 \text{ cm}^2 .$$

----HÊT---