***Phần một.* GIẢI TÍCH**

**Chương I.**

**ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ**

**I. KIẾN THỨC VÀ KỸ NĂNG CẦN THIẾT**

**1. Kiến thức**

Theo yêu cầu của chuẩn kiến thức môn Toán lớp 12 THPT hiện hành, học sinh cần hiểu, nhớ các khái niệm và kết quả đã được trình bày trong sách giáo khoa (SGK) Giải tích 12 hiện hành. Cụ thể:

* **Các khái niệm:**
* Định nghĩa *hàm số đồng biến, nghịch biến* trên một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng;
* Định nghĩa *điểm cực trị (điểm cực tiểu, điểm cực đại)* của một *hàm số;*
* Định nghĩa *giá trị cực trị (*còn gọi tắt là *cực trị)* của một hàm số;
* Định nghĩa *điểm cực trị (điểm cực tiểu, điểm cực đại)* của *đồ thị hàm số;*
* Định nghĩa *giá trị lớn nhất* và  *giá trị nhỏ nhất* của một hàm số trên một tập hợp số;
* Định nghĩa  *đường tiệm cận ngang (*còn gọi tắt là *tiệm cận ngang)*, *đường tiệm cận đừng (*con gọi tắt là *tiệm cận đứng )* của đồ thị hàm số.
* **Các kết quả:**
* Định lý mở rộng về mối liên hệ giữa tính đông biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng, một đoạn hay nửa khoảng và dấu của đạo hàm của hàm số đó trên khoảng, đoạn hay nửa khoảng ấy;
* Quy tắc xét tính đông biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng, một đoạn hay nửa khoảng;
* Định lý về điều kiện đủ để một hàm số có điểm cực trị (hoặc có cực trị);
* Quy tắc tìm điểm cực trị (hoặc cực trị) của một hàm số;
* Quy tắc tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của một hàm số liên tục trên một đoạn;
* Sơ đồ khảo sát và vẽ đồ thị của một hàm số;
* Dạng của đồ thị hàm số bậc ba  ;
* Dạng của đồ thị hàm số trùng phương  
* Dạng của đồ thị hàm số phân tuyến tính  ;
* Kết quả về hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và đồthị hàm số 

**2. Kỹ năng**

Theo yêu cầu của Chuẩn kỹ năng môn Toán lớp 12 THPT hiện hành, học sinh cần luyện tập để thành thục các kỹ năng dưới đây:

* Có khả năng tái hiện các khái niệm, các két quả nêu ở mục 1 trên đây, trong các tình huống cụ thể;
* Biết dựa vào đạo hàm cấp một của một hàm số để khảo sát tính đồng biến, nghịch biến của hàm số đó trên một khoảng, một đoạn hay một nửa khoảng.
* Biết cách tìm các điểm cực trị, cac giá trị cực trị của một hàm số.
* Biết cách tìm giá trị lớn nhât, giá trị nhỏ nhất của một hàm số liên tục trên một đoạn hay một khoảng.
* Biết cách tìm các đường tiệm cận (đứng, ngang) của đồ thị hàm số (nếu có)
* Biết cách lập, cach đọc bảng biến thiên của một hàm số.
* Biết cách vẽ và đọc đồ thị của một hàm số.
* Biết dựa vào các dạng đồ thị, đã nêu ở mục 1 trên đây, để xác định dạng của hàm số tương ứng
* Biết dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị của một hàm số để xác định số giao điểm của đồ thị hàm số đó và một đường thẳng song song với trục hoảnh.
* Biết cách xác định số điểm chung, tọa độ các điểm chung của đồ thị hàm số  và đồ thị hàm số .

**3. Một số ví dụ**

Các ví dụ dưới đây minh họa cho việc vận dụng các kiến thức và kỹ năng nêu ở các mục 1 và 2 trên đây để xử lý, trả lời các câu hỏi trắc nghiệm có nội dung thuộc phạm vi nội dung của chương này.

**Ví dụ 1.** (*Câu 1 Đề minh họa môn Toán kỳ thi THPT quốc gia năm 2017 của Bộ GD&ĐT):*

*Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?*

A. 

C. 

B. 

D. 

* Phân tích: Nhận thấy, từ đường cong đã cho ta chỉ thu được thông tin về hình dạng của nó. Vì thế, để trả lời câu hỏi đặt ra, cần dựa vào dạng đồ thị của các hàm số được đề cập ở các phương án A, B, C và D. Có hai cách để thực hiện điều này:
* *Cách 1*: Khảo sát và lập bảng biến thiên (hoặc vẽ đồ thị) của 4 hàm số đã cho ở 4 phương án, rồi dựa vào 4 bảng biên thiên lập được (hoặc dựa vào hình dạng của 4 đồ thị vẽ được), tìm ra hàm sô thỏa mãn yêu cầu đề bài.
* *Cách 2*: Dựa vào dạng đồ thị của các loại hàm số được đề cập ở bốn phương án , đã được tổng kết trong SGK Giải tích 12, để tìm ra hàm số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Hiển nhiên làm theo cách 1 sẽ mất khá nhiều thời gian để giải quyết được tình huống đặt ra. Tuy nhiên, đó là cách duy nhất có thể đối với các học sinh không nhớ bảng tổng kết các dạng đồ thị đã nêu ở mục 1 trên đây.

Dưới đây là hướng dẫn giải theo cách 2.

* *Hướng dẫn giải* : Kí hiệu là đường cong đã cho.

Nhận thấy , các hàm số đã cho ở 4 phương án thuộc các loại hàm số: bậc hai, bậc ba và trùng phương. Căn cứ dạng đồ thị của các loại hàm số vừa nêu, ta thấy chỉ có thể là đồ thị của một hàm số bậc ba với hệ số  của  là số dương. Từ đó, kết hợp với giả thiết là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số đã nêu ở 4 phương án, suy ra hàm số cần tìm là hàm số ở phương án D.

* *Nhận xét:* Từ hướng dẫn giải nêu trên, có thể thấy câu hỏi ở ví dụ này là một câu hỏi nhằm kiểm tra khả năng nhận dạng hàm số nhờ đồ thị của nó, trong một tình huống cụ thể. Vì thế, câu hỏi đã ra là một câu hỏi ở cấp độ “nhận biết”.

**Ví dụ 2.** (*Câu 2 Đề minh họa môn Toán kỳ thi THPT quốc gia năm 2017 của Bộ GD&ĐT):*

*Cho hàm số  có  và . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?*

A. *Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang*

B. *Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang*

C. *Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng và *

D. *Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng và *

* *Phân tích:* Vì điều quan tâm ở cả 4 phương án A, B, C, D đều là các đường tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số nên hiển nhiên cần dựa vào định nghĩa các đường tiệm cận đó để chọn ra phương án trả lời đúng.
* *Hướng dẫn giải:* Từ định nghĩa tiệm cận ngang của đồ thị hàm số dễ thấy khẳng định được nêu ở phương án C là khẳng định đúng.
* *Nhận xét:* Câu hỏi ở ví dụ này là một câu hỏi nhằm kiểm tra việc hiểu định nghĩa tiệm cận ngang của đồ thị hàm số và khả năng tái hiện khái niệm đó trong một tình huống cụ thể. Vì thế, câu hỏi đã ra là một câu hỏi ở cấp độ “nhận biết”.

**Ví dụ 3.**(*Câu 4 Đề minh họa môn Toán kỳ thi THPT quốc gia năm 2017 của Bộ GD&ĐT):*

*Cho hàm số  xác định, liên tục trên  và có bảng biến thiên:*

*Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?*

A. *Hàm số có đúng một cực trị*

B. *Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1*

C. *Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng *

D. *Hàm số đạt cực đại tại  và đạt cực tiểu tại .*

* *Phân tích:* Vì các thông tin về hàm số  được cho ở bảng biến thiên nên suy ra cần dựa vào các quy định về việc điền thông tin vào bảng biến thiên để khai thác từ bảng đó các thông tin cần thiết, làm căn cứ cho việc tìm ra phương án trả lời đúng.
* *Hướng dẫn giải:* Với việc nắm vững các thông tin được thể hiện trong bảng biến thiên, dễ thấy D là khẳng định đúng .
* *Nhận xét:* Có thể thấy, câu hỏi ở Ví dụ này là một câu hỏi nhằm kiểm tra khả năng tái hiện quy trình điền thông tin vào bảng biến thiên của hàm số, trong một tình huống cụ thể, từ đó rút ra các kết luận cần thiết về tính chất của hàm số đã cho. Vì thế, câu hỏi đã ra là một câu hỏi ở cấp độ “thông hiểu”.

**Ví dụ 4.** (*Câu 6 Đề minh họa môn Toán kỳ thi THPT quốc gia năm 2017 của Bộ GD&ĐT):*

*Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn .*

A. 

C. 

B. 

D. 

* *Phân tích:* Có thể thấy, ở câu hỏi này, các đáp án A, B, C, D không cho ta một gợi ý nào trong việc định hướng tìm cách giải quyết yêu cầu đặt ra. Vì thế, chúng chỉ có thể đóng vai trò là các dữ liệu đối chiếu. Do đó, cách duy nhất để trả lời câu hỏi đặt ra là tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn , rồi đối chiếu với các đáp án A, B, C, D để tìm ra đáp án đúng.
* *Hướng dẫn giải:* Sử dụng quy tắc đã được học, tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn . Đáp án A là đáp án đúng.
* *Nhận xét:* câu hỏi ở Ví dụ này là câu hỏi nhằm kiểm tra khả năng áp dụng “thô” một quy tắc đã được học vào việc giải các bài tập đơn giản. Vì thế, câu hỏi đã ra là một câu hỏi ở cấp độ “thông hiểu”.

**Ví dụ 5.** (*Câu 8 Đề minh họa môn Toán kỳ thi THPT quốc gia năm 2017 của Bộ GD&ĐT):*

*Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số  cos ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.*

A. 

C. 

B. 

D. 

* *Phân tích*: Có hai cách hiển nhiên để xử lý tình huống đặt ra
* *Cách 1:* Giải bài tập đã đặt ra một cách độc lập (như một bài tự luận), tồi đối chiếu kết quả thu được với các đáp án để tìm ra đáp án đúng.
* *Cách 2:* Lần lượt thay các giá trị  ở 4 đáp án vào hàm đã cho, tìm các điểm cực trị của đồ thị hàm nhận được và kiểm tra các điểm đó có hay không thỏa mãn yêu cầu đề bài. Từ đó tìm ra đáp án đúng.

Có thể thấy , dù thực hiện théo cách 1 hay cách 2, thời gian cần thiết để tìm đáp án đúng là không ít. Vì vậy, cần tìm ra một cách xử lý “không hiển nhiên” tình huống đã đặt ra, nhằm tiết kiệm thời gian ở mức tối đa có thể, đảm bảo phù hợp với hoàn cảnh trắc nghiệm. Hướng dẫn giải dưới đây thể hiện một trong các cách như vậy.

* *Hướng dẫn giải:*
* Bước 1: Xử lý theo cách 1, để thu được các thông tin tối thiểu về .

Để thoả mãn yêu cầu đề bài, đồ thị hàm số đã cho, trước hêt, cần có 3 điểm cực trị. Vì hàm đã cho là hàm trùng phương nên điều vừa nêu có được khi và chỉ khi phương trình  có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có : . Do đó: phương trình  có 3 nghiệm phân biệt 

Từ kết quả thu được ở trên, suy ra C và D là các đáp án sai.

* Bước 2: Với 2 đáp án còn lại xử lý theo cách 2. Cụ thể, chọn 1 trong 2 giá trị của  ở các đáp án A và B, thay giá trị đó vào hàm số đã cho, tìm các điểm cực trị của đồ thị hàm số thu được và kiểm tra các điểm cực trị đó theo tiêu chí của đề bài. Nếu chúng thỏa mãn yêu cầu đề bài thì giá trị  đã chọn là giá trị cần tìm; trường hợp ngược lại, gí trị  không được chọn là giá trị cần tìm (vì sao?)

Hiển nhiên, trong trường hợp cụ thể này, giá trị  nên chọn để kiểm tra là  .

Thay  vào hàm số đã cho và vào , ta được  và . Suy ra đồ thị hàm số thu được co 3 điểm cực trị là ,  và . Dễ thấy tam giác  vuông cân tại . Vậy B là đáp án đúng.

* *Nhận xét:* câu hỏi ở ví dụ này là câu hỏi nhằm kiểm tra việc nhớ, hiểu rõ, hiểu sâu (ở mức nhất định) quy tắc tìm các điểm cực trị của một hàm số, một số tính chất đơn giản của hàm trùng phương; kiểm tra khả năng tạo ra sự liên kết logic giữa các kiến thức đó với nhau để giải quyết một tình huống Toán học không đơn giản, gần giống các tình huống đã cho trong SGK. Vì thế, câu hỏi đã ra là một câu hỏi ở cấp độ “vận dùng (thấp)”.

**Ví dụ 6.** (*Câu 9 Đề minh họa môn Toán kỳ thi THPT quốc gia năm 2017 của Bộ GD&ĐT):*

*Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho đồ thị của hàm số  có hai tiệm cận ngang.*

A. Không có giá trị thực nào của  thỏa mãn yêu cầu đề bài

B. 

C. 

D. 

* *Phân tích:* Từ định nghĩa tiệm cận ngang của đồ thị hàm số suy ra các giá trị  cần tìm là các giá trị sao cho tồn tại giới hạn hữu hạn của hàm số đã cho khi  tiến ra  và khi  tiến ra , đồng thời hai giới hạn đó phải khác nhau.
* *Hướng dẫn giải:* Ta có

 và 



Từ đó, suy ra các giới hạn ;  tồn tại và hữu hạn khi và chỉ khi các giới hạn ,  tồn tại, hữu hạn và khác không. Do  nên các giới hạn vừa nêu tồn tại, hữu hạn và khác 0 khi và chỉ khi 

Vậy, D là đáp án đúng.

* *Nhận xét:* Câu hỏi ở Ví dụ này là câu hỏi nhằm kiểm tra việc nhớ, hiểu rõ, hiểu sâu (ở mức nhất định) định nghĩa tiệm cận ngang của hàm số, định nghĩa và các tính chất cơ bản của giới hạn hàm số; kiểm tra khả năng tạo ra sự liên kết logic giữa các kiến thức đó với nhau để giải quyết một tình huống Toán học không đơn giản, gần giống các tình huống đã cho trong SGK. Vì thế, câu hỏi đã ra là một câu hỏi ở cấp độ “vận dùng (thấp)”.

**Ví dụ 7.** (*Câu 11 Đề minh họa môn Toán kỳ thi THPT quốc gia năm 2017 của Bộ GD&ĐT):*

*Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho hàm số  đồng biến trên khoảng .*

A.  hoặc 

C. 

B. 

D. 

* *Phân tích:* Cần lưu ý rằng một hàm số đồng biến hay nghịch biến trên khoảng  chỉ khi hàm số đó xác định trên khoảng vừa nêu. Do đó, để tìm được đáp án ddugf, cần căn cứ vào điều kiện để hàm số đã cho xác định trên khoảng  và việc xét dấu đạo hàmcủa nó trên khoảng này
* *Hướng dẫn giải*: Vì trên khoảng , nhận tất cả các giá trị thuộc khoảng nên hàm số đã cho xác định trên khoảng khi và chỉ khi . Với điều kiện đó, trên khoảng , ta có  *.* Suy ra  và không tồn tại  sao cho  

Từ đó, A là đáp án đúng.

* *Nhận xét:* Câu hỏi ở Ví dụ này là câu hỏi nhằm kiểm tra việc nhớ, hiểu rõ, hiểu sâu (ở mức nhất định) định nghĩa và điều kiện để hà số đồng biến trên một khoảng, định nghĩa và đạo hàm của hàm số , quy tắc tính đạo hàm của hàm thương, kiểm tra khả năng vận dụng tổng hợp các kiến thức vừa nêu để giải quyết một tình huống Toán học không đơn giản. Do đó, câu hỏi đã ra là một câu hỏi ở cấp độ “vận dung (cao)”.

**II. MỘT SỐ CÂU HỎI LUYỆN TẬP**

*Nhằm mục đích tạo điều kiện thuân lợi cho việc sử dụng sách trong quá trình giảng dạy và học tập, các câu hỏi dưới đây (ngoại trừ câu cuối cùng) được sắp xếp lần lượt theo các tiết (xoắn) trong Chương, các câu hỏi tương ứng với mỗi tiết (xoắn) được sắp xếp theo cấp độ nhận thức tăng dần. Câu cuối cùng (câu 36) được coi là câu tổng kết chương.*

**1.** Cho hàm số  có tính chất:  và . Hỏi khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai?**

A. Hàm số  đồng biến trên khoảng 

B. Hàm số  đồng biến trên khoảng 

C. Hàm số  đồng biến trên khoảng 

D. Hàm số  là hàm hằng (tưc không đổi) trên khoảng 

**2.** Cho hàm số  có  và  chỉ tại một số hữu hạn điểm thuộc . Hỏi khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Với mọi  và ta có 

B. Với mọi  và ta có 

C. Với  và ta có 

D. Với  và ta có 

**3.** Cho hàm số . Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên nửa khoảng  và đồng biến trên nửa khoảng .

B. Hàm số đã cho đồng biến trên nửa khoảng  và nghịch biến trên nửa khoảng .

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi nửa khoảng , và đồng biến trên đoạn .

D. Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi nửa khoảng , và nghịch biến trên đoạn .

**4.** Tìm tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số 

A.  B. 

C.  D.  và 

**5.** Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số 

A. 

B. 

C. 

D. 

**6.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho hàm số  đồng biến trên 

A. 

B. 

C. 

D. 

**7.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho hàm số  đồng biến trên khoảng 

A. 

B. 

C. 

D. 

**8.** Tìm giá trị cực tiểu  của hàm số 

A. 

C. 

B. 

D. 

**9.** Tìm giá trị cực đại (nếu có) của hàm số 

A. 

C. 

B. 

D. Hàm số không có giá trị cực đại.

**10.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho hàm số  có cực trị

A. 

B. 

C. 

D. 

**11.**  Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho hàm số  có ba điểm cực trị

A. 

C. 

B. 

D.  hoặc 

**12.** Hỏi hàm số  có tất cả bao nhiêu điểm cực trị ?

A. Không có điểm cực trị

C. Có hai điểm cực trị

B. Có một điểm cực trị

D. Có ba điểm cực trị

**13.** Hỏi hàm số  có tất cả bao nhiêu điểm cực trị ?

A. Không có điểm cực trị

C. Có hai điểm cực trị

B. Có một điểm cực trị

D. Có ba điểm cực trị

**14.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  trên đoạn .

A. 

C. 

B. 

D. 

**15.**  Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn 

A. 

C. 

B. 

D. 

**16.** Tìm giá trị lớn nhất (nếu có) của hàm số  trên 

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất

C. 

B. 

D. 

**17.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho giá trị lớn nhất của hàm số  bằng 3.

A. 

B. 

C. 

D.  hoặc 

**18.**  Cho hàm số  xác định trên tập hợp  và có    , , 

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng  và 

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng  và

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng bốn tiệm cận đứng là các đường thẳng  và 

D. Đồ thị hàm số đã cho có sáu tiệm cận đứng .

**19.** Cho hàm số  xác định trên khoảng  và có,. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

A. Đồ thị hàm số  có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng  và 

B. Đồ thị hàm số  có đúng hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  và 

C. Đồ thị hàm số  có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng 

D. Đồ thị hàm số  có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng 

**20.** Tìm tất cả các đường tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số 

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng  và không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang và có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng 

C. Đồ thị hàm số đã cho có tất cả hai tiệm cận ngang là các đường thẳng ,  và không có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang và có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng , 

**21.** Cho hàm số  xác định trên, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

( bảng trang 22)

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **sai** ?

A. Hàm số không có đạo hàm tại điểm 

B. Hàm số đạt cực trị tại điểm 

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng  và 

D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  và 

**22.** Đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án  dưới đây có đường tiện cận ?

A. 

C. 

B. 

D. 

**23.** Đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án  dưới đây, không có điểm cực trị ?

A. 

C. 

B. 

D. 

**24.** Đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án  dưới đây, có đúng một điểm cực trị ?

A. 

C. 

B. 

D. 

**25.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho hàm số  không có điểm cực trị.

A. 

B. 

C. 

D. 

**26.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có đúng hai điểm cực trị .

A. 

B. 

C. 

D. 

**27.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có đúng hai điểm cực trị và điểm cực tiểu nằm bên trái điểm cực đại.

A. 

C.

B. 

D. 

**28.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để đồ thị hàm số  có đúng hai điểm cực trị và hai điểm đó nằm ở hai phía của trục tung.

A. 

C. 

B. 

D.  hoặc 

**29.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số sao cho hàm số  có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

A. 

C.  hoặc 

B. 

D. 

**30.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số sao cho đồ thị hàm số  có ba điểm cực trị và ba điểm đó là ba đỉnh của một tam giác đều.

A.  B. 

C.  D. 

**31.** Hỏi đồ thị hàm số  và đồ thị hàm số  có tất cả bao nhiêu điểm chung ?

A. Không có điểm chug

C. Có 2 điểm chung

B. Có 1 điểm chung

D. Có 3 điểm chung

**32.** Biết rằng đồ thị hàm số  và đồ thị hàm số  cắt nhau tại điểm duy nhất; ký hiệu  là tọa độ của điểm đó. Tìm 

A. 

B. 

C. 

D. 

**33.** Cho hàm số  xác định trên , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

(bảng trang 24)

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số sao cho đường thẳng  cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt

A. 

C.  hoặc 

B. 

D.  hoặc 

**34.**  Tìm tất cả các giá trị thực của tham số sao cho đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại đúng một điểm

A.  B. 

C.  D.  hoặc 

**35.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số sao cho đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại bốn điểm phân biệt .

A. 

C. 

B. 

D. 

**36.** Tìm giá trị lớn nhất (nếu có) của hàm số  trên tập xác định 

A.  B. 

C.  D. Hàm số không có giá trị lớn nhất.

D. Hàm số không có giá trị lớn nhất.

**III. GỢI Ý – HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN**

***Gợi ý – Hướng dẫn giải***

**câu 3.** Xét dấu đạo hàm của hàm số đã cho, rồi dựa vào định lý về tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng, một đoạn hay một nửa khoảng để tìm ra khẳng định đúng.

**Câu 4** và **Câu 5.** Xét dấu đạo hàm của hàm số đã cho, rồi dựa vào định lý về tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số để tìm ra các khoảng đồng biến hay nghịch biến theo yêu cầu.

**Câu 6.** Hàm số đã cho đồng biến trên 

**Câu 7.**

* Với , ta có hàm số , là hàm nghịch biến trên .
* Với , xem phần Phân tích và Hướng dẫn giải ở Ví dụ 7 (Phần I, mục 3).

**Câu 8** và **Câu 9:** Sử dụng quy tắc II tìm điểm cực trị của một hàm số để tìm ra các điểm cực tiểu, cực đại theo yêu cầu; từ đó suy ra cực tiểu, cực đại của các hàm số đã cho

**Câu 10.** Hàm số đã cho có cực trị  Phương trình (ẩn  ) có nghiệm dương.

**Câu 11.**

* Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị  Phương trình (ẩn  ) có 3 nghiệm phân biệt.
* Lưu ý:  là một nghiệm của Phương trình (ẩn  ) .

**Câu 12.**

* Viết lại hàm só dưới dạng 
* Do đó, 
* Suy ra hàm số đã cho có đạo hàm tại mọi điểm  và 
* Sử dụng điều kiện đủ để hàm số có cực trị, kiểm tra tính cực trị của điểm  nêu trên.

**Câu 13.**

* Hàm số đã cho là hàm chẵn. Suy ra đồ thị hàm số đã cho nhận trục tung làm trục đối xứng. Do đó,  là một điểm cực trị của hàm số đã cho (Vì sao ?)
* Trên , ta có .Do đó, trên khoảng vừa nêu: 
* Sử dụng điều kiện đủ để hàm số có cực trị, kiểm tra tính cực trị của điểm  nêu trên.
* Kết hợp với gợi ý thứ nhất, rút ra kết luận về số điểm cực trị của hàm số đã cho.

**Câu 16.**

* Ta có: 
* Từ đó suy ra hàm số đã cho đồng biến trên  và nghịch biến trên .
* Vì vậy, 

**Câu 17.** Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là tung độ của đỉnh parabol  (Vì sao ?)

**Câu 20.**

* Vì hàm số đã cho xác định và liên tục trên nên đồ thị của nó không có tiệm cận đứng
* Dùng định nghĩa để tìm tiệm cận ngang (nên ôn lại phần giới hạn của hàm số, lớp 11)

**Câu 25.** Sử dụng kết quả:

 “Đồ thị hàm số bậc ba , , không có điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình (ẩn  )  vô nghiệm hoặc có nghiệm kép”.

**Câu 26.** Sử dụng kết quả:

 “Đồ thị hàm số bậc ba , , có đúng hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình (ẩn  )  có hai nghiệm phân biệt”

**Câu 27.** Sử dụng kết quả:

 “Đồ thị hàm số bậc ba , , có đúng hai điểm cực trị và điểm cực tiểu nằm bên trái điểm cực đại khi và chỉ khi  phương trình (ẩn  )  có hai nghiệm phân biệt” .

**Câu 28.** Sử dụng kết quả:

 “Đồ thị hàm số bậc ba , , có đúng hai điểm cực trị và hai điểm đó nằm ở hai phía của trục tung khi và chỉ khi phương trình (ẩn  )  có hai nghiệm phân biệt trái dấu”.

**Câu 29.** Sử dụng kết quả:

 “ Hàm số trùng phương  ,  , có hai điểm cực đại vè một điểm cực tiểu khi và chỉ khi  và phương trình (ẩn  )  có ba nghiệm phân biệt”.

**Câu 30.** Xem Phân tích và Hướng dẫn giải ở Ví dụ 5 (Phần I, mục 3).

**Câu 31.** Sử dụng kết quả:

 “Số điểm chung của đồ thị hàm số  và đồ thị hàm số  bằng số nghiệm đôi một phân biệt của phương trình ”.

**Câu 32.**  là nghiệm của phương trình  và .

**Câu 34.**  Dễ thấy, với mọi , hàm số  đã cho luôn có hai điểm cực trị (gồm một điểm cực đại và một điểm cực tiểu). Suy ra, đồ thị hàm số đó cắt trục hoành tại đúng một điểm khi và chỉ khi  .

**Câu 35.**

* Hàm số đã cho là hàm chẵn. Suy ra đồ thị hàm số đã cho nhận trục tung làm trục đối xứng. Do đó, đường thẳng  cắt đồ thị hàm số đã cho tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng đó cắt nhánh nằm bên phải trục tung của đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt và trong hai điểm đó không có điểm .
* Lập bảng biến thiên của hàm số , với tập xác định  . Từ đó suy ra các giá trị  cần tìm.

**Câu 36.** Khảo sát hàm số đã cho, sẽ thu được bảng biến thiên sau:

( bảng trang 28)

Từ đó suy ra 

***Đáp án***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đáp án** | **Mức** **độ** |  | **Câu** | **Đáp án** | **Mức độ** |  | **Câu** | **Đáp án** | **Mức** **độ** |
| 1 | A | 1 |  | 13 | D | 4 |  | 25 | D | 2 |
| 2 | A | 1 |  | 14 | D | 2 |  | 26 | B | 2 |
| 3 | D | 2 |  | 15 | C | 2 |  | 27 | D | 2 |
| 4 | D | 2 |  | 16 | C | 3 |  | 28 | D | 3 |
| 5 | C | 2 |  | 17 | D | 3 |  | 29 | D | 2 |
| 6 | C | 3 |  | 18 | C | 1 |  | 30 | D | 3 |
| 7 | D | 4 |  | 19 | D | 1 |  | 31 | B | 2 |
| 8 | B | 2 |  | 20 | C | 2 |  | 32 | C | 2 |
| 9 | C | 2 |  | 21 | B | 2 |  | 33 | D | 3 |
| 10 | D | 3 |  | 22 | D | 1 |  | 34 | D | 3 |
| 11 | D | 3 |  | 23 | A | 1 |  | 35 | B | 4 |
| 12 | B | 4 |  | 24 | B | 1 |  | 36 | C | 4 |

[**http://vnteach.com**](http://vnteach.com) **– Website tài liệu dành cho giáo viên và học sinh** 21