

Người làm: Nguyễn Thị Hường

Zalo: Nguyễn Hường - số đt zalo: 0978010892

Email: nguyenthithuongthcsbaoson@gmail.com

CĐ4: CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH CHIA HẾT**Dạng 1. Chứng minh chia hết****A. Trắc nghiệm (nếu có)****B. Tự luận****Câu 1. (HSG 7 Phòng GD&ĐT KRÔNG ANA 2022 - 2023)**

Chứng minh rằng: $3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + \dots + 3^{x+996}$ chia hết cho 120 (với $x \in \mathbb{N}$)

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + \dots + 3^{x+996} &= 3^x \cdot (3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{996}) \\ &= 3^x \cdot [(3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + (3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8) + \dots + (3^{993} + 3^{994} + 3^{995} + 3^{996})] \\ &= 3^x \cdot (120 + 120 \cdot 3^4 + 120 \cdot 3^8 + \dots + 120 \cdot 3^{992}) \\ &= 3^x \cdot 120 \cdot (1 + 3^4 + 3^8 + \dots + 3^{992}) : 120 \quad (\text{với } x \in \mathbb{N}) \end{aligned}$$

Câu 2. (HSG 7 Phòng GD&ĐT Ngọc Lặc 2022 - 2023) đề 362

Chứng minh rằng: Với mọi số nguyên dương n thì $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10.

Lời giải

Với mọi số nguyên dương n ta có:

$$\begin{aligned} 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n &= 3^{n+2} + 3^n - 2^{n+2} - 2^n \\ &= 3^n (3^2 + 1) - 2^n (2^2 + 1) \\ &= 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 \\ &= 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10 \\ &= 10 \cdot (3^n - 2^{n-1}) : 10 \end{aligned}$$

Vậy $(3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n) : 10$ với mọi n là số nguyên dương.

Câu 3. (HSG 7 Phòng GD&ĐT TP Lào Cai 2022 - 2023)

Chứng minh $A = 8 \cdot 5^{2n} + 11 \cdot 6^n$ chia hết cho 19 với $n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= 8 \cdot 5^{2n} + 11 \cdot 6^n \\ &= 8 \cdot 25^n + (19 - 8) \cdot 6^n \\ &= 8 \cdot 25^n + 19 \cdot 6^n - 8 \cdot 6^n \\ &= 19 \cdot 6^n + 8 \cdot (25^n - 6^n) \\ &= 19 \cdot 6^n + 8 \cdot (25 - 6)(25^{n-1} + 25^{n-2} \cdot 6 + \dots + 25 \cdot 6^{n-2} + 6^{n-1}) \\ &= 19 \cdot 6^n + 8 \cdot 19(25^{n-1} + 25^{n-2} \cdot 6 + \dots + 25 \cdot 6^{n-2} + 6^{n-1}) \\ &= 19 \left[6^n + 8 \cdot (25^{n-1} + 25^{n-2} \cdot 6 + \dots + 25 \cdot 6^{n-2} + 6^{n-1}) \right] : 19 \end{aligned}$$

Vậy $A : 19$.

Câu 4. (HSG 7 Phòng GD&ĐT Văn Bàn 2022 - 2023)

Cho bốn số tự nhiên phân biệt $a > b > c > d$. Chứng minh rằng:
 $P = (a - b)(a - c)(a - d)(b - c)(b - d)(c - d)$ chia hết cho 12.

Lời giải

Chia bốn số phân biệt a, b, c, d cho 3 luôn có hai phép chia có cùng số dư.

Suy ra hiệu hai số bị chia đó chia hết cho 3 nên tồn tại hiệu hai số trong bốn số a, b, c, d chia hết cho 3.

Do vậy P chia hết cho 3. (1)

Trong bốn số a, b, c, d nếu có hai số có cùng số dư khi chia cho 4 thì P chia hết cho 4; trái lại, khi chia bốn số đó cho 4 có đủ bốn trường hợp về số dư là 0; 2; 3; 4.

Suy ra trong bốn số a, b, c, d có hai số chẵn, hai số lẻ, giả sử a, c chẵn và b, d lẻ
 $P \vdots (a - c) \vdots 12$ và $(b - d) \vdots 12$

Do vậy P chia hết cho 4 (2)

Từ (1) (2) và $\text{CLN}(3, 4) = 1$ suy ra $P \vdots (3 \cdot 4)$ hay $P \vdots 12$.

Câu 5. (HSG 7 Phòng GD&ĐT Thanh Miện 2022 - 2023)

Chứng minh rằng số có dạng $\overline{abcabc}$ luôn chia hết cho 91 .

Lời giải

Ta có $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 1000 + \overline{abc} = 1001 \cdot \overline{abc}$

Vì $1001 \vdots 91$ nên $1001 \cdot \overline{abc} \vdots 91$, suy ra $\overline{abcabc}$ luôn chia hết cho 91 .

Câu 6. (HSG 7 Phòng GD&ĐT Tam Dương 2022 - 2023)

Cho ba số chính phương x, y, z . Chứng minh rằng $A = (x - y)(y - z)(z - x)$ chia hết cho 12.

Lời giải

Vì một số chính phương chia cho 3 hoặc chia cho 4 đều dư 0 hoặc 1

Nên có ít nhất hai số có cùng số dư khi chia cho 3, chia cho 4
 nên $x - y$ hoặc $y - z$ hoặc $z - x$ chia hết cho 3

do đó $A = (x - y)(y - z)(z - x)$ chia hết cho 3

Tương tự ta có $A = (x - y)(y - z)(z - x)$ chia hết cho 4

mà 3 và 4 là hai số nguyên tố cùng nhau nên $A = (x - y)(y - z)(z - x)$ chia hết cho 12

Dạng 2.1. Tìm chữ số tận cùng (không có)

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Dạng 2.2. Tìm hai chữ số tận cùng (không có)

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Dạng 2.3. Tìm hai chữ số tận cùng trở lên (không có)

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>