

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

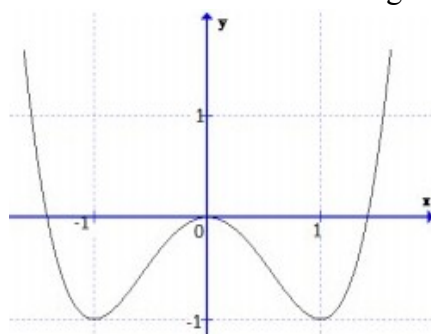
**ĐỀ SỐ 11**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên tập  $D$ . Số  $M$  được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên  $D$  nếu

- A.  $f(x) \geq M$  với mọi  $x \in D$ .  
B.  $f(x) \geq M$  với mọi  $x \in D$  và tồn tại  $x_0 \in D$  sao cho  $f(x_0) = M$ .  
C.  $f(x) \leq M$  với mọi  $x \in D$ .  
D.  $f(x) \leq M$  với mọi  $x \in D$  và tồn tại  $x_0 \in D$  sao cho  $f(x_0) = M$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng



- A.  $(-\infty; -1)$       B.  $(-1; 0)$       C.  $(0; 1)$       D.  $(0; +\infty)$

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |      |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ | $3$  | $1$ | $3$ | $-\infty$ |

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 3.      B. 1.      C. 2.      D. 0.

**Câu 4:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x - 2}{4 - x}$  là:

- A.  $y = 2$ .      B.  $y = \frac{3}{4}$ .      C.  $y = -3$ .      D.  $x = -3$ .

**Câu 5:** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$  và đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x + 3$  là

- A. 3.      B. 1.      C. 2.      D. 0.

**Câu 6:** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x$  trên  $[1; 2]$  bằng:

- A. 0.      B. 2.      C.  $\frac{14}{27}$ .      D. -7.

**Câu 7:** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  đạt cực đại tại điểm

A.  $x = 0$ .

B.  $x = 2$ .

C.  $x = 1$ .

D.  $x = -3$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = \frac{ax-1}{bx-c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ )

có bảng biến thiên như sau:

|      |           |   |           |   |           |
|------|-----------|---|-----------|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 3         |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | + |           | + |           |
| $y$  |           |   | $+\infty$ |   | 2         |
|      | 2         |   |           |   | $-\infty$ |

Trong các số  $a, b, c$  có bao nhiêu số dương?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

**Câu 9:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+2-m}{x+1}$  nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A.  $m \leq 1$ .

B.  $m \leq -3$ .

C.  $m < 1$ .

D.  $m < -3$ .

**Câu 10:** Tìm điểm cực đại của hàm số  $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$

A.  $x_{CD} = -\sqrt{2}$ .

B.  $x_{CD} = 0$ .

C.  $x_{CD} = \pm\sqrt{2}$ .

D.  $x_{CD} = \sqrt{2}$ .

**Câu 11:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$  và  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Hãy biểu diễn vectơ  $\overrightarrow{BC'}$  theo các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

A.  $-\vec{b} + \vec{c} + \vec{a}$

B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

C.  $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{\vec{c}}$

D.  $\frac{\vec{a}}{\vec{b} - \vec{c}}$

**Câu 12:** Cho  $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$  vuông góc với  $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$  và  $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$  vuông góc với  $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$ . Khi đó góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

A.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 75^\circ$

B.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$

C.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

D.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1

(I) Có 4 vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện

(II) Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AD}$  có giá nằm trong mặt phẳng (ABC)

(III) Vì tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = 1$

(IV) Hai vectơ cùng phương là hai vectơ có giá song song và không được trùng nhau

**Câu 2:** Cho hàm số  $x \ln x$

(I) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$

(II) Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$

(III) Hàm số có đạo hàm  $y' = 1 + \ln x$

(IV) Hàm số có tập xác định  $D = (0; +\infty)$

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên

|         |           |       |       |       |       |           |   |   |            |   |
|---------|-----------|-------|-------|-------|-------|-----------|---|---|------------|---|
| $x$     | $-\infty$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $+\infty$ |   |   |            |   |
| $f'(x)$ |           | +     | 0     | -     |       | +         | 0 | - |            | - |
| $f(x)$  |           |       | 5     |       | 10    |           | 2 |   | + $\infty$ | 3 |

(I) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có 1 đường tiệm cận đứng

(II) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng

(III) Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x)}$  bằng 3

(IV) Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số  $y=\frac{1}{f(x)}$  bằng 4

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đạo hàm  $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$

(I) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 4

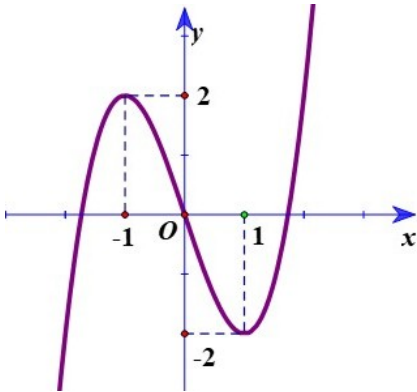
(II) Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2

(III) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(1;+\infty)$

(IV) Hàm số  $g(x)=f(x^2-1)$  đồng biến trên khoảng  $(\sqrt{2};+\infty)$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y=f(x+2)-2022$  có đồ thị như hình bên dưới.

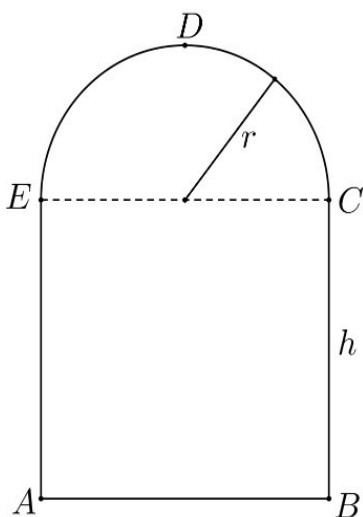


Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $g(x)=f(2x^3-6x+m+1)$  có 6 điểm cực trị là:

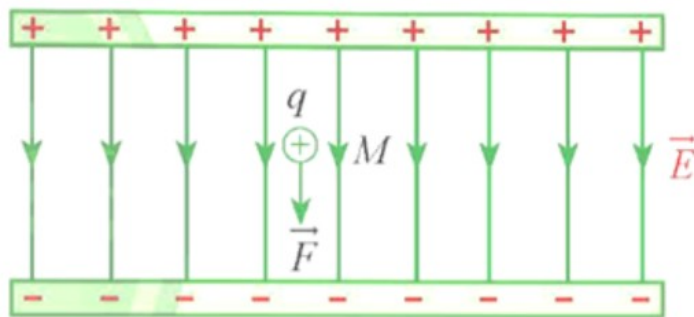
**Câu 2:** Cho hàm số  $y=x^3-3x^2+4$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $d$  là đường thẳng qua  $I(1;2)$  với hệ số góc  $k$ . Tập tất cả các giá trị của  $k\in(a;+\infty)$  để  $d$  cắt  $(C)$  tại ba điểm phân biệt  $I, A, B$  sao cho  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Giá trị  $a$  thỏa mãn bằng

**Câu 3:** Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn  $[-2022;2022]$  của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y=\frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$  có đúng hai đường tiệm cận?

**Câu 4:** Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài 4 m để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ. Gọi  $r$  là bán kính của nửa đường tròn. Giá trị  $r$  (theo mét) để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất có dạng  $\frac{a}{\pi+b}$ . Khi đó  $a+b$  bằng:



**Câu 5:** Trong điện trường đều, lực tĩnh điện  $\vec{F}$  ( đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q( đơn vị: C) được tính theo công thức  $\vec{F}=q\vec{E}$ , trong đó  $\vec{E}$  là cường độ điện trường ( đơn vị: N/C). Độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi  $q=10^{-9}\text{C}$  và độ lớn điện trường  $E=10^5\text{N/C}$  có dạng  $10^a$ . Khi đó giá trị  $a$  bằng:



**Câu 6:** Cho các hàm số  $f(x) = x^2 - 4x + m$  và  $g(x) = (x^2 + 1)(x^2 + 2)^2(x^2 + 3)^3$ . Tập tất cả các giá trị của tham số  $m \in [a; +\infty)$  để hàm số  $g(f(x))$  đồng biến trên  $(3; +\infty)$  là:

-----**Hết**-----

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.  
-Giám thị không giải thích gì thêm.

**SỞ GD&ĐT  
TRƯỜNG THPT  
HƯỚNG DẪN GIẢI**  
(Đề có 3 trang)

**KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025**  
**Môn: TOÁN 12**  
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:.....  
Số báo danh:.....

**ĐỀ SỐ 11**

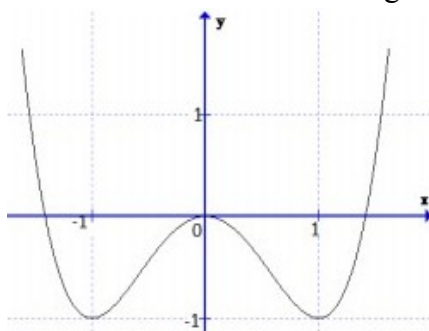
**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên tập  $D$ . Số  $M$  được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên  $D$  nếu

- A.  $f(x) \geq M$  với mọi  $x \in D$ .  
B.  $f(x) \geq M$  với mọi  $x \in D$  và tồn tại  $x_0 \in D$  sao cho  $f(x_0) = M$ .  
C.  $f(x) \leq M$  với mọi  $x \in D$ .  
\*D.  $f(x) \leq M$  với mọi  $x \in D$  và tồn tại  $x_0 \in D$  sao cho  $f(x_0) = M$ .

**Lời giải**

Theo định nghĩa giá trị lớn nhất của hàm số trên một khoảng.

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng



- A.  $(-\infty; -1)$       B.  $(-1; 0)$       C.  $(0; 1)$       D.  $(0; +\infty)$

**Hướng dẫn giải**

Nhìn vào đồ thị ta thấy từ  $(-1; 0)$  nhánh đồ thị đi lên  $\rightarrow$  hàm số đồng biến trên  $(-1; 0)$

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |      |     |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $+$       | $-$ |
| $y$  | $-\infty$ | $3$  | $1$ | $3$ | $-\infty$ |     |

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 3.                      \*B. 1.                      C. 2.                      D. 0.

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có 1 điểm cực tiểu là  $x=0$ .

**Câu 4:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-2}{4-x}$  là:

- A.  $y=2$ .                      B.  $y=\frac{3}{4}$ .                      \*C.  $y=-3$ .                      D.  $x=-3$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-2}{4-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x \left( 3 - \frac{2}{x} \right)}{x \left( \frac{4}{x} - 1 \right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\left( 3 - \frac{2}{x} \right)}{\left( \frac{4}{x} - 1 \right)} = -3 \Rightarrow$$

Tiệm cận ngang:  $y = -3$

**Câu 5:** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$  và đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x + 3$  là

- A. 3.                      \*B. 1.                      C. 2.                      D. 0.

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm :  $x^3 + x^2 - 2x + 2 = x^2 - 2x + 3 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy số giao điểm của 2 đồ thị là 1.

**Câu 6:** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x$  trên  $[1;2]$  bằng:

- \*A. 0.                      B. 2.                      C.  $\frac{14}{27}$ .                      D.  $-7$ .

**Lời giải**

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [1;2] \\ x = -1 \notin [1;2] \end{cases}$$

$$y(1) = -2$$

$$y(2) = 2$$

$$\max_{[1;2]} y = 2$$

$$\min_{[1;2]} y = -2$$

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x$  trên  $[1;2]$  bằng 0.

**Câu 7:** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  đạt cực đại tại điểm

- A.  $x = 0$ .                      \*B.  $x = 2$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = -3$ .

## Lời giải

$$y = 3x^2 - 6x \quad y = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có suy ra

$$y'' = 6x - 6; y''(2) = 6 > 0 \quad x = 2$$

Ta có suy ra hàm số đạt cực tiểu tại

$$y = \frac{ax - 1}{bx - c} (a, b, c \in \mathbb{R})$$

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = bx - c$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $3$       | $+\infty$ |
| $y'$ | +         |           | +         |
| $y$  | $2$       | $+\infty$ | $2$       |

Trong các số  $a, b, c$  có bao nhiêu số dương?

- A.** <sup>1.</sup>                      **B.** <sup>0.</sup>                      **C.** <sup>2.</sup>                      **\*D.** <sup>3.</sup>

## Lời giải

Theo bài ra ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty \Rightarrow \frac{c}{b} = 3 \Rightarrow c = 3b \quad (2)$$

$$M\left(\frac{1}{a}; 0\right) \Rightarrow a > 0 \quad (3)$$

Đồ thị hàm số giao với  $O_x$  tại điểm

Do  $a > 0$  nên từ  $(1) \Rightarrow b > 0$  và từ  $(2) \Rightarrow c > 0$

Vậy các số  $a, b, c$  đều là số dương.

$$y = \frac{x+2-m}{x+1}$$

**Câu 9:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 - m}{x + 1}$  nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

- A.**  $m \leq 1$  .                      **B.**  $m \leq -3$  .                      **\*C.**  $m < 1$  .                      **D.**  $m < -3$  .

## Lời giải

TXD:  $D = \mathbb{R} / \{-1\}$

$$y' = \frac{m-1}{(x+1)^2}$$

Ta có  $(x+1)^m$ . Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì  $m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$

$$y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$$

**Câu 10:** Tìm điểm cực đại của hàm số

- A.**  $x_{CD} = -\sqrt{2}$       **\*B.**  $x_{CD} = 0$       **C.**  $x_{CD} = \pm\sqrt{2}$       **D.**  $x_{CD} = \sqrt{2}$

## Lời giải

$$y' = 2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

|      |           |             |     |            |           |     |     |     |           |
|------|-----------|-------------|-----|------------|-----------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ | $0$ | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ |     |     |     |           |
| $y'$ |           | $-$         | $0$ | $+$        | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |           |
| $y$  | $+\infty$ |             |     |            |           |     |     |     | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên điểm cực đại của hàm số là  $x_{CD} = 0$ .

**Câu 11:** Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$  và  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Hãy biểu diễn vecto  $\overrightarrow{BC'}$  theo các vecto  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

- A.  $-\vec{b} + \vec{c} + \vec{a}$     B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$     C.  $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{\vec{c}}$     D.  $\frac{\vec{a}}{\vec{b} - \vec{c}}$

#### Hướng dẫn giải

Vì C'CBB' là hình bình hành nên  $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = -\vec{b} + \vec{c} + \vec{a}$

**Câu 12:** Cho  $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$  vuông góc với  $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$  và  $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$  vuông góc với  $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$ . Khi đó góc giữa hai vecto  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

- A.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 75^\circ$     B.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$     C.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$     D.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$

#### Hướng dẫn giải

Ta có:

$$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{v} \\ \vec{x} \cdot \vec{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (7\vec{a} - 5\vec{b}) = 0 \\ (\vec{a} - 4\vec{b}) \cdot (7\vec{a} - 2\vec{b}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7|\vec{a}|^2 - 15|\vec{b}|^2 = -16\vec{a} \cdot \vec{b} \\ 7|\vec{a}|^2 + 8|\vec{b}|^2 = 30\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2 \end{cases}$$

$$\text{Từ đó, ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$$

**Câu 1:** Cho tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1

- (I) Có 4 vecto có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện  
(II) Vecto  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AD}$  có giá nằm trong mặt phẳng (ABC)  
(III) Vì tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = 1$   
(IV) Hai vecto cùng phương là hai vecto có giá song song và không được trùng nhau

#### Hướng dẫn giải

- (I) S    (II) S    (III) Đ    (IV) S

(I) Có ba vecto là  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{AD}$

(II) Chỉ có hai vecto  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  có giá nằm trong mặt phẳng (ABC)

(IV) Hai vecto cùng phương là hai vecto có giá song song và trùng nhau

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = x \ln x$

(I) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$

(II) Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$

(III) Hàm số có đạo hàm  $y' = 1 + \ln x$

(IV) Hàm số có tập xác định  $D = (0; +\infty)$

#### Hướng dẫn giải

- (I) S    (II) Đ    (III) Đ    (IV) Đ

$y = x \ln x$ . TXĐ  $D = (0; +\infty)$

$$y' = \ln x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{e}$$

Bảng biến thiên

|      |   |               |           |
|------|---|---------------|-----------|
| $x$  | 0 | $\frac{1}{e}$ | $+\infty$ |
| $y'$ | - | 0             | +         |
| $y$  |   |               |           |

**Câu 3:** Cho hàm số  $y=f(x)$  có bảng biến thiên

|         |           |       |       |       |       |           |
|---------|-----------|-------|-------|-------|-------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0     | -     | +     | 0     | -         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | 5     | 0     | 10    | 2     | 3         |

(I) Đồ thị hàm số  $y=f(x)$  có 1 đường tiệm cận đứng

(II) Đồ thị hàm số  $y=f(x)$  có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng

(III) Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y=\frac{1}{f(x)}$  bằng 3

(IV) Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số  $y=\frac{1}{f(x)}$  bằng 4

#### Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) S (IV) Đ

(I) (II) Từ đồ thị hàm số ta thấy  $y=f(x)$  có một đường tiệm cận ngang  $y=3$  và một đường tiệm cận đứng  $x=x_4$

(III) (IV) Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y=0$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y=\frac{1}{3}$  nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang  $y=0$  và  $y=\frac{1}{3}$

Từ bảng biến thiên, ta có  $f(x)=0$  có hai nghiệm  $x=x_2$  và  $x=a \in (-\infty; x_1)$

Để thấy  $\lim_{x \rightarrow a^+} y=+\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow x_2^+} y=+\infty$  nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là  $x=x_2$  và  $x=a$

Do đó đồ thị hàm số có tổng số 4 đường tiệm cận kể cả đứng và ngang

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đạo hàm  $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$

(I) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 4

(II) Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2

(III) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$

(IV) Hàm số  $g(x)=f(x^2-1)$  đồng biến trên khoảng  $(\sqrt{2}; +\infty)$

#### Hướng dẫn giải

(I) S (II) Đ (III) Đ (IV) Đ

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm

|         |           |    |   |   |           |
|---------|-----------|----|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | -4 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         | 0  | + | 0 | +         |

$$g(x)=f(x^2-1)$$

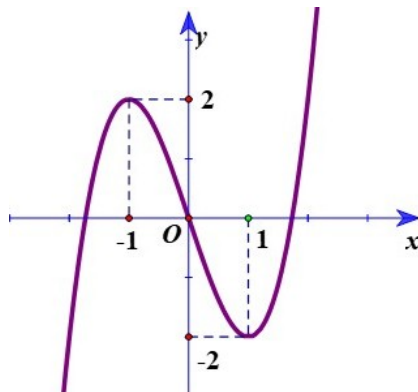
$$\Rightarrow g'(x)=2x(x^2-1)(x^2-2)(x^2+3)$$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu

|        |           |             |      |     |     |            |           |     |
|--------|-----------|-------------|------|-----|-----|------------|-----------|-----|
| $x$    | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ |     |
| $g(x)$ |           | $-$         | $0$  | $+$ | $0$ | $-$        | $0$       | $+$ |

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x+2) - 2022$  có đồ thị như hình bên dưới.



Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(2x^3 - 6x + m + 1)$  có 6 điểm cực trị là:

**Lời giải**

- Từ đồ thị ta thấy hàm số  $y = f(x+2) - 2022$  có hai điểm cực trị là:  $x = -1, x = 1$ . Do đó, hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm

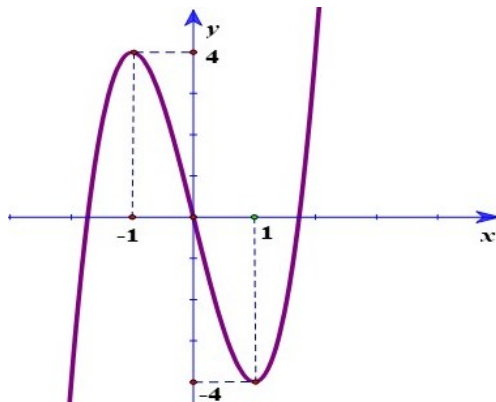
cực trị là  $x = 1, x = 3$  hay  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

- Ta có  $g'(x) = (6x^2 - 6)f'(2x^3 - 6x + m + 1)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ 2x^3 - 6x + m + 1 = 1 \\ 2x^3 - 6x + m + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ 2x^3 - 6x = -m & (1) \\ 2x^3 - 6x = 2 - m & (2) \end{cases}$$

Nên

- Xét hàm số  $h(x) = 2x^3 - 6x$  ta có đồ thị như hình vẽ



$$\begin{cases} -4 < 2 - m < 4 \\ -m \leq -4 \\ -4 < -m < 4 \\ 2 - m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m < 6 \\ -4 < m \leq -2 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-3; -2; 4; 5\}$$

Do đó,  $y = g(x)$  có 6 điểm cực trị khi

Vậy có 4 giá trị nguyên của  $m$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $d$  là đường thẳng qua  $I(1; 2)$  với hệ số góc  $k$ . Tập tất cả các

giá trị của  $k \in (a; +\infty)$  để  $d$  cắt  $(C)$  tại ba điểm phân biệt  $I, A, B$  sao cho  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Giá trị  $a$  thỏa mãn bằng

**Hướng dẫn giải**

**ĐÁP ÁN –3**

### Phương trình

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị <sup>(C)</sup> và đường thẳng <sup>d</sup>:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = kx - k + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - kx + k + 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - k - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ g(x) = x^2 - 2x - k - 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

$d$  cắt  $(C)$  tại ba điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  Phương trình  $(*)$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+3 > 0 \\ -3-k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > -3$$

Hơn nữa theo Viet ta có 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) - 2k + 4 = 4 = 2y_I \end{cases}$$
 nên  $I$  là trung điểm  $AB$ .

Vậy chọn  $k > -3$ , hay  $(-3; +\infty)$ .

**Câu 3:** Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn  $[-2022; 2022]$  của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$  có đúng hai đường tiệm cận?

### Lời giải

Điều kiện:  $\begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 + x - m \neq 0 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^4}}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{m}{x^2}} = 0$$

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{x^2 + x - m}$  suy ra  $y=0$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

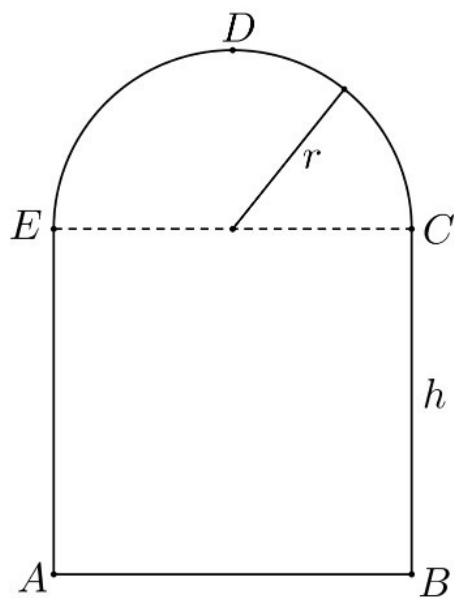
Vậy để đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$  có đúng hai đường tiệm cận thì phương trình  $x^2+x-m=0$  có đúng 1 nghiệm trên  $[3; +\infty)$

Xét hàm số  $y = x^2 + x$  trên  $[3; +\infty)$  có  $y' = 2x + 1 > 0, \forall x \in [3; +\infty)$  suy ra phương trình  $x^2 + x - m = 0$  có đúng 1 nghiệm trên  $[3; +\infty) \Leftrightarrow m \geq f(3) = 12$ .

Kết hợp điều kiện  $m$  nguyên và  $m \in [-2022; 2022]$  suy ra  $m \in \{12; 13; \dots; 2022\}$

Vậy có <sup>2011</sup> giá trị nguyên <sup>m</sup> thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 4:** Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài 4 m để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ. Gọi  $r$  là bán kính của nửa đường tròn. Giá trị  $r$  (theo mét) để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất có dạng  $\frac{a}{\pi+b}$ . Khi đó  $a+b$  bằng:



**Lời giải**

Vì thanh kim loại dài 4 m nên ta có:  $2h + 2r + \pi r = 4 \Rightarrow h = \frac{4 - 2r - \pi r}{2}$

Diện tích của khung cửa sổ là  $S = \frac{1}{2} \pi r^2 + 2rh = \frac{1}{2} \pi r^2 + 2r \cdot \frac{4 - 2r - \pi r}{2} = -\frac{\pi + 4}{2} r^2 + 4r$

Xét hàm số  $S(r) = -\frac{\pi + 4}{2} r^2 + 4r$  trên khoảng  $(0; 2)$

$$S'(r) = -(\pi + 4)r + 4 = 0 \Leftrightarrow -(\pi + 4)r = -4 \Leftrightarrow r = \frac{4}{\pi + 4}$$

Bảng biến thiên:

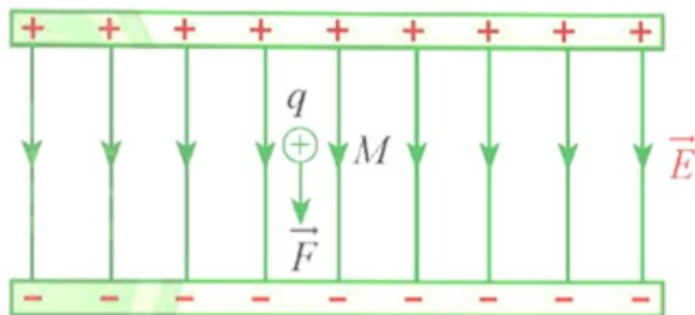
|      |           |     |                     |     |           |
|------|-----------|-----|---------------------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $\frac{4}{\pi + 4}$ | $2$ | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +   | 0                   | -   |           |
| $y$  | $-\infty$ |     | $\frac{8}{\pi + 4}$ |     | $-\infty$ |

Ta có:  $\max_{(0;2)} S = S\left(\frac{4}{\pi + 4}\right) = \frac{8}{\pi + 4} > 0$  (thỏa mãn)

Vậy với  $r = \frac{4}{\pi + 4}$  thì diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất.

Vậy  $a=4, b=4 \rightarrow a+b=8$

**Câu 5:** Trong điện trường đều, lực tĩnh điện  $\vec{F}$  ( đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q( đơn vị: C) được tính theo công thức  $\vec{F} = q \vec{E}$ , trong đó  $\vec{E}$  là cường độ điện trường ( đơn vị: N/C). Độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi  $q=10^{-9}C$  và độ lớn điện trường  $E=10^5 N/C$  có dạng  $10^a$ . Khi đó giá trị  $a$  bằng:



### Hướng dẫn giải

Độ lớn của lực tĩnh điện là  $|\vec{F}| = q|\vec{E}| = 10^{-9} \cdot 10^5 = 10^{-4} \text{ N}$ . Vậy  $a = -4$

**Câu 6:** Cho các hàm số  $f(x) = x^2 - 4x + m$  và  $g(x) = (x^2 + 1)(x^2 + 2)^2(x^2 + 3)^3$ . Tập tất cả các giá trị của tham số  $m \in [a; +\infty)$  để hàm số  $g(f(x))$  đồng biến trên  $(3; +\infty)$  là

### Lời giải

Ta có  $f(x) = x^2 - 4x + m$ ,  $g(x) = (x^2 + 1)(x^2 + 2)^2(x^2 + 3)^3 = a_{12}x^{12} + a_{10}x^{10} + \dots + a_2x^2 + a_0$

Suy ra  $f'(x) = 2x - 4$ ,  $g'(x) = 12a_{12}x^{11} + 10a_{10}x^9 + \dots + 2a_2x$

$$\begin{aligned} \text{Và } [g(f(x))]' &= f'(x) [12a_{12}(f(x))^{11} + 10a_{10}(f(x))^9 + \dots + 2a_2f(x)] \\ &= f'(x)f'(x) (12a_{12}(f(x))^{10} + 10a_{10}(f(x))^8 + \dots + 2a_2) \end{aligned}$$

Để thấy  $a_{12}; a_{10}; \dots; a_2; a_0 > 0$  và  $f'(x) = 2x - 4 > 0, \forall x > 3$ .

Do đó  $f'(x) (12a_{12}(f(x))^{10} + 10a_{10}(f(x))^8 + \dots + 2a_2) > 0, \forall x > 3$ .

Hàm số  $g(f(x))$  đồng biến trên  $(3; +\infty)$  khi  $[g(f(x))]' \geq 0, \forall x > 3 \Rightarrow f(x) \geq 0, \forall x > 3$ .

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + m \geq 0, \forall x > 3 \Leftrightarrow m \geq 4x - x^2, \forall x > 3 \Rightarrow m \geq \max_{[3; +\infty)} (4x - x^2) = 3$$

Vậy  $m \in [3; +\infty)$  thỏa yêu cầu bài toán. Vậy giá trị  $a = 3$