**Ví dụ 7.** Giải phương trình 

**- Phân tích.**

- Trước hết ta nhận định phương trình có nghiệm duy nhất  Nếu ta sử dụng phương pháp nhân liên hợp một cách thông thường, dấu trước các biểu thức là ngược nhau nên có thể dẫn đến việc phải kết hợp với phương pháp đánh giá. Ta sẽ tìm cách khắc phục vấn đề này bằng cách tìm nhóm các biểu thức với sao cho phương trình được đưa về dạng  trong đó: 

- Để ý rằng, với điều kiện:  thì ta chưa khẳng định được dấu của nhị thức vì vậy khi thực hiện phép nhân liên hợp đối với ta cần tạo ra nhân tử:  hay ta cần tìm m, n sao cho:  khi  tức ta có hệ: 

Từ đó nhân cả hai vế của phương trình với 3 cho ta:



Tiến hành việc nhóm nhân tử cho biểu thức  ta sẽ được:



Đối với  thì do  nên ta sẽ nhóm như sau



**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với:





 

Do 

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất   

**Bài tập tương tự.**

1) Giải phương trình 

2) Giải phương trình 

3) Giải phương trình 

**Ví dụ 8.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  đặt  Phương trình đã cho trở thành:







 

Do  

Với  thay trở lại ta tìm được 

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là 

**- Nhận xét.**

Thông thường khi sử dụng phép biến đổi truy ngược sẽ làm xuất hiện những biểu thức không chứa căn có số mũ cao. Trong trường hợp số mũ cao nhất của biểu thức không chứa căn bé hơn số mũ cao nhất của những biểu thức chứa căn thức, ta sử dụng phép đặt ẩn phụ để thay đổi vai trò của chúng.

**Bài tập tương tự.**

1) Giải phương trình 

2) Giải phương trình 

3) Giải phương trình 

**Ví dụ 9.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với:





  

Do 

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là 

**Bài tập tương tự.**

1) Giải phương trình 

2) Giải phương trình 

3) Giải phương trình 

**- Bình luận.**

+ Khi giải một phương trình vô tỷ bằng phương pháp nhân liên hợp ta thường gặp rất nhiều khó khăn ở công đoạn xử lý phương trình  bởi nó phụ thuộc nhiều vào sự tinh tế của người giải toán trong quá trình so sánh các đại lượng có trong biểu thức  Để giải quyết vấn đề này, ta thay thế những cách nhóm nhân tử thông thường bằng những cách nhóm truy ngược dấu của biểu thức liên hợp.

+ Khi biến đổi truy ngược chúng ta luôn phải chú ý đến điều kiện có nghĩa của phương trình vô tỷ ban đầu để đảm bảo dấu của các đại lượng trong biểu thức  là cùng dương hoặc cùng âm.

+ Ta cần chú ý đến hệ số bậc cao nhất của các biểu thức chứa căn và biểu thức không chứa căn, nếu dấu của chúng ngược nhau ta sẽ sử dụng phép truy ngược biểu thức liên hợp để biến đổi .

+ Trong phương pháp sử dụng liên hợp để giải phương trình vô tỷ, việc đoán biết được nghiệm và số nghiệm của phương trình rất quan trọng. Tuy nhiên nếu sử dụng sự hỗ trợ của máy tình bỏ túi CaSiO-FX 570ES vấn đề này hoàn toàn được giải quyết.

**- BÀI TẬP RÈN LUYỆN.**

**Bài 1.** Giải phương trình  (TH&TT – T11/396).

**Bài 2.** Giải phương trình  (TH&TT – T4/388).

**Bài 3.** Giải phương trình 

**Bài 4.** Giải phương trình 

**Bài 5.** Giải phương trình  (TH&TT – T4/419).

**Bài 6.** Giải phương trình 

**Bài 7.** Giải phương trình 

**Bài 8.** Giải phương trình  (Cuộc thi 45 năm TH&TT).

**Bài 9.** Giải phương trình 

**4. Kỹ thuật nhóm phân tử** 

Ở các mục trên chúng ta đã cơ bản nghiên cứu phương pháp sử dụng lượng liên hợp, các bài toán chủ yếu tập trung vào những phương trình có nhân tử là . Ở mục này chúng ta vận dụng các phương pháp trên vào các phương trình có nhều nghiệm hữu tỷ hay những phương trình có nghiệm vô tỷ dạng  với kỹ thuật nhóm nhân tử 

**a) Phương trình có nhiều nghiệm hữu tỷ.**

**Ví dụ 1.** Giải phương trình 

**- Phân tích.**

Ta nhận đoán được rằng phương trình có hai nghiệm  (có thể sử dụng sự hỗ trợ của máy tính bỏ túi – Xem **Phụ lục**). Do vậy phương trình này sẽ có nhân tử  khi ta có ý định sử dụng lượng liên hợp để giải bài toán. Điều quan tâm là cách tách - nhóm các đại lượng có trong phương trình.

Giả sử ta sẽ nhóm  Thay các giá trị  vào các đẳng thức  ta sẽ tìm được   Hay ta sẽ biến đổi phương trình như sau:

**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với:







 

Do 

- Kết luận. Tập nghiệm của phương trình đã cho là 

**Bài tập tương tự.**

1) Giải phương trình 

2) Giải phương trình 

3) Giải phương trình 

**Ví dụ 2.** Giải phương trình 

**- Phân tích.**

Bài toán lại xuất hiện nhiều dấu căn thức và với một suy nghĩ đơn giản là chúng ta sẽ làm triệt tiêu một số căn thức nhưng đồng thời đảm bảo bậc của đa thức ngoài dấu căn không quá cao, và tội lựa chọn phương pháp biến đổi hệ quả để đưa về phương trình (\*) như sau:







Lúc này dễ dàng tìm ra nhân tử của phương trình (\*) là 

**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với:









 

 

Thử lại ta thấy  là nghiệm của phương trình đã cho.

- Kết luận. Tập nghiệm của phương trình đã cho là 

**Bài tập tương tự.**

1) Giải phương trình 

2) Giải phương trình 

3) Giải phương trình 

**- Bình luận.**

Chúng ta sẽ gặp lại những dạng toán này ở các phương pháp giải toán khác, tuy nhiên ở mục này chúng ta đã trải nghiệm phương pháp sử dụng lượng liên hợp cho những dạng toán mà chúng ta ít ngờ tới có thể sử dụng được phương pháp này và cũng là giúp chúng ta nhận ra những ưu điểm và nhược điểm của từng phương pháp giải toán.

**b) Phương trình có nghiệm vô tỷ dạng **

Trong việc giải toán nói chung, và giải phương trình vô tỷ nói riêng. Câu hỏi ban đầu của chúng ta là “Liệu có thể đưa chúng về những dạng quen thuộc hay không?” – Đó là điều khá quan trọng trong việc tìm lời giải toán. Trong mục này chúng ta sẽ cùng trải nghiệm phương pháp sử dụng lượng liên hợp với những bài toán quen thuộc đã có ở phương pháp nâng lên lũy thừa, từ đó hãy tự đánh giá sự khác biệt cũng như những khó khăn và những lợi thế của các phương pháp giải toán khác nhau trên cùng một dạng toán.

**Ví dụ 1.** Giải phương trình 

**- Phân tích và bình luận.**

Đây là phương trình vô tỷ dạng  đã gặp ở phương pháp nâng lên lũy thừa. Bây giờ chúng ta cùng xem với phương pháp sử dụng lượng liên hợp cho dạng toán này.

- Cái khó của loại toán này ở chỗ nghiệm của phương trình không hữu tỷ. Vì vậy mục đích cuối cùng của các phương pháp giải toán là cố gắng đưa phương trình về đạng tích  và phương pháp nhóm phân tử sẽ nêu sau đây cũng không ngoại lệ

- Ta tìm được nhân tử của phương trình trên là , từ đó ta sẽ nhóm các số hạng cùng phép biến đổi liên hợp để đưa phương trình về dạng:  Và lời giải sau đây là một phương án lựa chọn để nhóm các biểu thức trong phương trình.

**Lời giải**

Điều kiện 

Phương trình đã cho tương đương với: 



  

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là 

**Ví dụ 2.** Giải phương trình 

**- Phân tích và bình luận.**

Sự hỗ trợ của máy tính bỏ túi, cho ta nhân tử  do đó với một suy nghĩ đơn giản ta nhóm các biểu thức như sau:

 từ đó ta giải quyết được bài toán một cách khá đơn giản.

**Lời giải**

Điều kiện 

Ta có:  







Lại có:  

Giải phương trình (1) và đối chiếu điều kiện cho ta nghiệm của phương trình đã cho là 

**Ví dụ 3.** Giải phương trình 

**- Phân tích và bình luận.**

Để giải bài toán này bằng phương pháp sử dụng lượng liên hợp , chúng ta cần biết nhân tử của phương trình.

Như đã nêu ở trên, chúng ta dễ dàng tìm ra nhân tử 

Khi đó ta sẽ biến đổi phương trình về dạng:

**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với:







 

+ Trường hợp 1. 

+ Trường hợp 2.

- Kết luận. Tập nghiệm của phương trình đã cho là 

**- BÀI TẬP RÈN LUYỆN.**

**Bài 1.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 2.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 3.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 4.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 5.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 6.** Giải phương trình 

Đáp số: 

**Bài 7.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 8.** Giải phương trình  Đáp số: 

**5. Xử lý phương trình sau khi nhân thêm lượng liên hợp.**

Ở mục **3.** chúng ta đã sử dụng phương pháp truy ngược dấu biểu thức liên hợp để xử lý phương trình sau khi nhân thêm lượng liên hợp. tuy nhiên trong một số dạng toán phương pháp này chưa thể giải quyết được triệt để. Ở mục này chúng ta cùng tìm hiểu thêm một số hướng xử lý khác.

**Ví dụ 1.** Giải phương trình 

**- Phân tích trong quy trình giải toán.**

Bước 1. Điều kiện 

Bước 2. Ta tìm được nhân tử 

Phương trình đã cho tương đương với:

 

Bước 3. Trường hợp.  

Bước 4. Trường hợp. 

Hướng xử lý 1. **(Sử dụng phương trình hệ quả)**

Thay  từ phương trình ban đầu vào phương trình (\*) và đưa phương trình (\*) về phương trình hệ quả:

 

Xử lý phương trình hệ quả.

PT  mà   nên phương trình hệ quả (a) vô nghiệm hay phương trình (\*) vô nghiệm.

Hướng xử lý 2. **(Sử dụng đánh giá trực tiếp trên phương trình)**

+ Nhận thấy  không là nghiệm của phương trình (\*).

+ Khi  phương trình (\*) tương đương với:

 

Nếu  thì   Phương trình vô nghiệm.

Nếu  Xét hàm số:

-   ta có

  

Lại có   Do đó  Hay phương trình (b) vô nghiệm.

- Kết luận. Phương trình đã cho có nghiệm 