**LUYỆN TẬP QUAN HỆ GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC.**

**BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC**.

**Dạng 1: So sánh , tính các góc, các cạnh**

**Bài 1**: Tính chu vi của tam giác cân ABC biết

a. AB = 5cm; AC = 12cm

b. AB = 7cm; AC = 13cm

**Bài 2**:

a. So sánh các góc của tam giác PQR biết rằng PQ = 7cm; QR = 7cm; PR = 5cm

b. So sánh các cạnh của tam giác HIK biết rằng H = 750; K = 350

**Bài 3**: Cho tam giác ABC có AB < AC, M là trung điểm của cạnh BC. So sánh  và 

**Bài 4**: Cho tam giác ABC tia phân giác của góc B cắt AC tại D. So sánh độ dài của AB và BC, biết  là góc tù.

**Dạng 2: Chứng minh**

**Bài 1**:

Cho tam giác ABC,  .Trên tia đối của tia AC lấy D sao cho AD < AC. Nối B với D. Chứng minh rằng: BC > BD

**Bài 2**: Chứng minh rằng nếu một tam giác vuông có một góc nhọn bằng 300 thì cạnh góc vuông đối diện với nó bằng nửa cạnh huyền.

**Bài 3**: Cho tam giác ABC (AC > AB)  tù, đường cao AH và trung tuyến AM. Chứng minh:

a. 

b. H nằm giữa B và M

**Bài 4**: Cho tam giác ABC biết 

a. Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác vuông tại A và tính số đo góc B,

góc C.

b. Kẻ đường cao AH. Chứng minh 

**Bài 5.** Cho  có và là phân giác góc. Gọi  là một điểm bất kỳ thuộc cạnh  ( khác). Chứng minh 

**Bài 6.** Cho ,  là điểm nằm giữa  và .

a) Chứng minh  bé hơn nửa chu vi .

b)  là điểm tùy ý ở bên trong. Chứng minh tổng khoảng cách từ E đến mỗi đỉnh tam giác luôn lớn hơn nửa chu vi và bé hơn chu vi  .

c) Gọi  là diện tích . Chứng minh 

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**LUYỆN TẬP QUAN HỆ GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC.**

**BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC**.

**Dạng 1: So sánh , tính các góc, các cạnh**

**Bài 1**: Tính chu vi của tam giác cân ABC biết

a. AB = 5cm; AC = 12cm

b. AB = 7cm; AC = 13cm

**Giải**:

Tam giác ABC cân có AB = 5cm; AC = 12cm thì cạnh đáy là AB.

Thật vậy nếu cạnh bên AB = 5cm thì cạnh bên BC = 5cm

Như vậy ta có: AB + BC = 10cm < CA = 12cm (vô lí vì trong một tam giác tổng độ dài hai cạnh bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh thứ ba)

Vậy chu vi tam giác ABC là: AB + AC + BC = 5 + 2.12 = 29 cm

b. Có thể xảy ra hai trường hợp

- Nếu AB = 7cm là cạnh đáy thì AB = BC = 13cm là cạnh bên

Khi đó chu vi tam giác ABC bằng: 7 + 2.13 = 33 cm

- Nếu AB = BC = 7cm là các cạnh bên thì AC = 13cm là cạnh đáy. Chu vi của tam giác ABC là: 13 + 2.7 = 27 cm.

**Bài 2**:

a. So sánh các góc của tam giác PQR biết rằng PQ = 7cm; QR = 7cm; PR = 5cm

b. So sánh các cạnh của tam giác HIK biết rằng H = 750; K = 350

**HD**:

a. Xét  : PQ = QR = 7cm

  cân tại Q  

 Có: QR > PR 

(quan hệ giữa cạnh và góc đối diện)

vậy 

b. có  = 1800 - (750 + 350) = 1800 - 1100 = 700

Ta được  (quan hệ giữa cạnh và góc đối diện)

**Bài 3**: Cho tam giác ABC có AB < AC, M là trung điểm của cạnh BC. So sánh  và 

**Giải**:



Vẽ tia đối của tia MA và trên đó lấy điểm D sao cho MD = MA

Xét tam giác MAB và tam giác MDC có:

 MA = MD;  (đối đỉnh)

 MB = MC (M là TĐ của cạnh BC)

Do đó:  (c.g.c)

Suy ra: AB = CD; 

 Ta có: AB = CD; AB < AC  CD < CA

Xét tam giác ADC có: CD < AC   (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác)

 Có  và 

 Suy ra: >

**Bài 4**: Cho tam giác ABC tia phân giác của góc B cắt AC tại D. So sánh độ dài của AB và BC, biết  là góc tù.

**Giải**:



Để so sánh độ dài của AB và BC ta cần đi so sánh hai góc .

Theo giả thiết ta có:  là góc tù

 

Trong tam giác ABD ta có: (1)

Trong tam giác BCD ta có:  (2)

Công theo vế (1) và (2) ta được:

 



**Dạng 2: Chứng minh**

**Bài 1**:

Cho tam giác ABC,  .Trên tia đối của tia AC lấy D sao cho AD < AC. Nối B với D. Chứng minh rằng: BC > BD

**Giải:**

****

Trên tia AC lấy điểm E sao cho AE = AD

Ta có: AE < AC (Vì AD < AC)

Nên E nằm giữa A và C

Mà BA  DE và DA = AE

*  cân đỉnh B
* 

Ta có:  (tính chất góc ngoài của tam giác BEC)

Do đó: 

Xét tam giác BDC có: 

Suy ra: BC > BD (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác)

**Bài 2**: Chứng minh rằng nếu một tam giác vuông có một góc nhọn bằng 300 thì cạnh góc vuông đối diện với nó bằng nửa cạnh huyền.

**Giải**:



Xét tam giác ABC có 

Cần chứng minh: AC = BC

Trên BC lấy điểm D sao cho CD = CA

Tam giác ACD còn có:  nên là tam giác đều

 AD = AC = CD

Tam giác ABD có cân tại D

suy ra AD = BE. Do đó: AC = BC

**Bài 3**: Cho tam giác ABC (AC > AB)  tù, đường cao AH và trung tuyến AM. Chứng minh:

a. 

b. H nằm giữa B và M

**Giải**:



a. Trên tia AM lấy điểm D sao cho M

là trung điểm của AD, dễ dàng

chứng minh được  (c.g.c)

 Suy ra  (1)

và AB = DC

Trong có : AC > DC do AC > AB (gt)

Và AB = DC (c/m trên)

Nên  (2)

Từ (1) và (2) suy ra 

b.

Có

 

Có 



Mà  vì 



 nằm giữa hai điểm B và M

**Bài 4**: Cho tam giác ABC biết 

a. Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác vuông tại A và tính số đo góc B,

góc C.

b. Kẻ đường cao AH. Chứng minh 

**Giải**:

a.

  (áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau)

 vuông tại A

Vậy tam giác ABC là tam giác vuông tại A.

b.



Vì AH BC nên 

Lại có 

 (cùng phụ với  )

Tương tự ta cũng chứng minh được 

**Bài 5.** Cho  có và là phân giác góc. Gọi  là một điểm bất kỳ thuộc cạnh  ( khác). Chứng minh 

HD



Trên cạnh AC lấy điểm F sao cho AF = AE. Xét  và  có chung . Do đó =(c.g.c) => BE = EF.

Trong tam giác EFC có FC > EC – EF mà BE = EF nên FC > EC – EB (1)

 Lại có FC = AC – AF mà AF = AB nên FC = AC – AB (2)

Từ (1) và (2) suy ra AB – AC > EC – EB

**Bài 6.** Cho ,  là điểm nằm giữa  và .

a) Chứng minh  bé hơn nửa chu vi .

b)  là điểm tùy ý ở bên trong. Chứng minh tổng khoảng cách từ E đến mỗi đỉnh tam giác luôn lớn hơn nửa chu vi và bé hơn chu vi  .

c) Gọi  là diện tích . Chứng minh 

HD



a) Xét  có AD < AC + CD ( bđt tam giác)

 Xét  có AD < AB + BD ( bđt tam giác)

Cộng từng vế hai bđt trên ta được


Vậy AD bé hơn nửa chu vi .

b)Trong các  áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có :



**Vậy tổng khoảng cách từ E đến mỗi đỉnh tam giác luôn lớn hơn nửa chu vi .**

Kéo dài BE cắt AC tại F. Áp dụng bất đẳng thức tam giác vào tam giác ABF ta được:

BF < AB + AF => BE + EF < AB + AF (1)

Áp dụng bất đẳng thức tam giác vào tam giác EFC ta được:

EC < EF + FC (2)

Cộng từng vế của (1) với (2) ta được: BE + EF + EC < AB + AF + EF + FC

EB + EC < AB + AC. (4)

Chứng minh tương tự ta được:

 EA + EB < AC + BC (5)

 EA + EC < AB + BC (6)

 Cộng theo từng vế của (4), (5), (6) ta được :



**Vậy tổng khoảng cách từ E đến mỗi đỉnh tam giác luôn bé hơn chu vi .**

c) Gọi S là diện tích , kẻ 

Khi đó  Theo bài ra ta phải chứng minh  suy ra 

Hay .

Thật vậy từ E ta kẻ EJ//BC, do AH//EK( cùng vuông góc với BC) nên ta chứng minh được EK = JH

Và  vuông tại J. Trong  vuông tại J có 

Dấu " = " xảy ra khi .

Vậy 