1. Chứng minh rằng với mọi số dương  ta luôn có:

**.**

**Lời giải**

Đặt  khi đó  và bất đẳng thức trở thành:

.

Thật vậy do  và  nên tồn tại các số dương  sao cho:  khi đó ta có  .

Và BĐT thức được đưa về :.

Ta có  áp dụng Bất đẳng thức Cauchy Schwars, ta thu được :

 

 Dấu bằng xẩy ra khi  hay .

1. Cho là các số dương thoả mãn **** . Chứng minh rằng**:**

**** .

1. Cho  là ba số dương, chứng minh rằng: .
2. Cho  là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

.

1. Cho  là ba số thực dương và . Chứng minh rằng

.

1. Cho ba số dương  thay đổi và thỏa mãn . Chứng minh rằng:

.

**Lời giải**

 Đặt , , . Ta có  là các số dương và .

 Ta cần chứng minh: .

 Trước hết ta chứng minh :  (1).

 Thật vậy, ta có:

 

 

  .

 Theo bất đẳng thức AM - GM ta có

 ; ; .

 Cộng theo vế ba BĐT trên suy ra BĐT  được chứng minh.

 Vậy BĐT  được chứng minh.

 Từ  suy ra .

 Vì vậy ta cần chứng minh:

 .

 .

  .

Do **** và  nên ta có BĐT  được chứng minh. Từ đó ta có đpcm.

 Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  hay .

1. Cho các số dương  thỏa mãn điều kiện: . Chứng minh rằng:

.

1. Cho x, y, z là các số thức dương thoả mãn: . CMR: .
2. Cho  là các số thực dương thay đổi thỏa mãn . Tìm số  lớn nhất để bất đẳng thức sau đúng 

**Lời giải**

 Cho , khi đó .

 Bằng cách chia hai vế cho và chuyển qua giới hạn, ta suy ra , hay .

 Ta chỉ cần chứng minh bất đẳng thức:

 .

 với là các số thực dương thỏa mãn .

 Bình phương hai vế, (1) tương đương với:

 .

 .

 .

 

 

  .

 

 Áp dụng bất đẳng thức Bunhiaxopxki, ta có:

 

 

 Tương tự ta cũng có:

 

 Do đó,  

 Vậy (2) đúng. Ta có điều cần chứng minh.

1. Chứng minh rằng với mọi tam giác  không tù, ta có:

.

1. Cho  là các số thực không âm thỏa mãn . CMR:

.

**Lời giải**

 Từ giả thiết ta có  suy ra .

 Ta có: .
Tương tự ta sẽ được:.
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi trong ba số a, b, c có một số bằng 1 và hai số còn lại bằng 0.

1. Cho là các số dương thỏa mãn . Chứng minh rằng

.

**Lời giải**

Biến đổi: .

Từ đó .

Vì là các số dương thỏa mãn nên  dương.

Áp dụng BĐT Côsi cho ba số dương ta được:

.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: .