**HÌNH HỌC 11 – CHƯƠNG 3**

**§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG**

Thời lượng dự kiến: 5 tiết

Facebook GV soạn bài: Hà Thị Thanh Huyền

Facebook GV Phản biện: Thu Nguyễn

**TIẾT 1**

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

**I. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng**

**⮚ Định nghĩa.** Cho mặt phẳng . Nếu vectơ  có giá vuông góc với  thì được gọi là vectơ pháp tuyến (VTPT) của .



**⮚ Nhận xét.** Nếu vectơ  là VTPT của  thì   cũng là VTPT của .

**⮚ Chú ý.** Nếu hai vectơ  và  không cùng phương và có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng  thì  là VTPT của mặt phẳng .



**Tích có hướng của hai vectơ**

Cho hai vectơ  và . Tích có hướng của hai vectơ  và  là

.

**Nhận xét.** Cho mặt phẳng  đi qua ba điểm , , . Khi đó mp có một VTPT là .

****

**⮚ Ví dụ 1.** Trong không gian  cho ba điểm không thẳng hàng ,  và .

a) Tìm tọa độ một VTPT của mặt phẳng đi qua ba điểm , , .

**Lời giải**.

a) Ta có  và . Suy ra .

**II. Phương trình tổng quát của mặt phẳng**

Trong không gian  cho mặt phẳng  qua điểm  và có VTPT .



Với  bất kì, ta có



trong đó,  và .

**⮚ Định nghĩa.** Phương trình  được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng  nhận  làm vectơ pháp tuyến.

**⮚ Ví dụ 1.** Trong không gian  cho ba điểm không thẳng hàng ,  và .

a) Tìm tọa độ một VTPT của mặt phẳng đi qua ba điểm , , .

b) Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng .

**Lời giải**.

Nhắc lại câu a) Ta có  và . Suy ra .

b) Mặt phẳng  có VTPT  và đi qua .

Phương trình mặt phẳng  là .

**⮚ Ví dụ 2.** Trong không gian  cho . Tọa độ một VTPT của mặt phẳng  là

**A.** . **B. **. **C.** . **D.** .

**Lời giải**.

**Chọn C**

**⮚ Ví dụ 3.** Trong không gian , phương trình nào sau đây không phải là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

**A.** . **B. **.

**C.** . **D.** .

**Lời giải**.

**Chọn D**

Nếu , vi phạm điều kiện VTPT của mặt phẳng khác vectơ .

Muốn câu D đúng thì phải thêm điều kiện , khi đó VTPT là .

**2. Các trường hợp riêng**

Trong không gian  cho mặt phẳng  .

+ Nếu  thì mặt phẳng  đi qua gốc tọa độ.



+ Nếu  thì mặt phẳng  song song hoặc chứa trục .

+ Nếu  thì mặt phẳng  song song hoặc chứa trục .

+ Nếu  thì mặt phẳng  song song hoặc chứa trục .



**II. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẲNG**

**2. Các trường hợp riêng**

Trong không gian cho mặt phẳng (1)

c)Nếu hai trong ba hệ số bằng 0

+ Nếu  và  thì  song song hoặc trùng với mặt phẳng .

+ Nếu  và  thì  song song hoặc trùng với mặt phẳng .

+ Nếu  và  thì  song song hoặc trùng với mặt phẳng .

  

**⮚ Nhận xét:**

Nếu cả bốn hệ số  đều khác 0 thì phương trình (2).

Với .

Ta gọi phương trình (2) là phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.

.

**C. LUYỆN TẬP VÀ VẬN DỤNG**

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Dạng 1. Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng**

**Bài 1.** Trong không gian , cho mặt phẳng . Tọa độ một VTPT của mặt phẳng  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

**Bài 2.** Trong không gian , cho mặt phẳng . Tọa độ một VTPT của mặt phẳng là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Bài 3.** Trong không gian , mặt phẳng  chứa  và song song . Mặt phẳng  có VTPT là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

VTPT của mặt phẳng  là:

. Chọn đáp án B

**Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và VTPT**

**Bài 4.** Viết phương tình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm  và có VTPT 

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt phẳng cần tìm có 

Phương trình mặt phẳng là:





**Bài 5.** Viết phương tình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm  và vuông góc với vec tơ 

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **C.**

Mặt phẳng cần tìm có 

Phương trình mặt phẳng là:







**Dạng 3. Viết phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn**

**Bài 6.** Trong không gian , cho ba điểm . Mặt phẳng đi qua 3 điểm  có phương trình là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **D**

**Bài 7.** Trong không gian , mặt phẳng đi qua  và cắt các trục  tại điểm  với  là trọng tâm  có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **D**

Giử sử  cắt các trục  lần lượt tại 



Vì  là trọng tâm  nên 

Vậy phương trình mặt phẳng .

**TIẾT 2**

**III. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI MẶT PHẲNG SONG SONG, VUÔNG GÓC**

**1. Lý thuyết**

Cho hai mặt phẳng  và 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | $$α\_{1,2}$$$$\vec{n\_{2}}$$$$\vec{n\_{1}}$$ |  cắt  | Củng cố kiến thức vuông góc  |

**2. Các ví dụ minh họa**

**⮚ Ví dụ 1.** Cho hai mặt phẳng  và  có phương trình 



Có nhận xét gì về vectơ pháp tuyến của chúng?

**Lời giải**

****

****

****

**⮚ Ví dụ 2.** Viết phương trình mặt phẳng  đi qua điểm  và song song với mặt phẳng $.$

**Lời giải**

Vì mặt phẳng song song với mặt phẳng  nên  có vector pháp tuyến .

Mặt phẳng  đi qua điểm  có phương trình:  hay .

**⮚ Ví dụ 3.** Viết phương trình mặt phẳng  đi qua hai điểm  và vuông góc với mặt phẳng  có phương trình: .

**Lời giải**

Gọi  là vector pháp tuyến của mặt phẳng . Hai vectơ không cùng phương có giá song song hoặc nằm trên  là: , .

Do đó mặt phẳng  có vectơ pháp tuyến: $.$

Vậy phương trình của là: .

Hay .

**3. Các bài tập trắc nghiệm**

**Bài 1.** Trong không gian  cho mặt phẳng phương trình:  và $.$ Vị trí tương đối của  và  là:

**A.** Song song. **B.** Trùng nhau.

**C.** Cắt nhưng không vuông góc. **D.** Vuông góc.

**Lời giải**

**Chọn** **C**

Mặt phẳng có VTPT  mặt phẳng có VTPT .

Ta có tỉ số: . Do đó cắt . (1)

Lại có .  không vuông góc . (2)

**Bài 2.** Chọn ngẫu nhiên một số có chữ số. Gọi  là xác suất để tổng các chữ số của số đó là một số lẻ. Khi đó  bằng:

**A.** và .

**B.** và .

**C.** và .

**D.** và .

**Lời giải**

**Chọn** **B**

Xét hai mặt phẳng  và  ta có .

Xét các cặp còn lại ta thấy chúng không song song.

**Bài 3.** Trong không gian  cho hai mặt phẳng  và $.$ Mặt phẳng  khi  bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **A**

Ta có  có VTPT .

Mặt phẳng  có VTPT .

Để  thì 

.

**Bài 4.** Trong không gian  cho hai mặt phẳng  và $.$ Tính góc giữa hai mặt phẳng  và .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **A**

Ta có VTPT của  và  lần lượt là .

Khi đó .

Suy ra hai mặt phẳng  và  hợp nhau một góc bằng .

**Bài 5.** Trong không gian , cho tứ diện  có . Số đo góc của hai mặt phẳng  và  là?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **C**

Ta có VTPT của  là .

VTPT của  là .

Gọi  là góc giữa hai mặt phẳng  và 

Ta có .

Suy ra .

**Bài 6.** Trong không gian , mặt phẳng  đi qua điểm  và vuông góc hai mặt phẳng  và . Phương trình của mặt phẳng  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **B**

Ta có VTPT của  và  lần lượt là .

Khi đó .

Mặt phẳng  đi qua điểm  nhận  làm VTPT nên có phương trình .

**Bài 7.** Trong không gian với hệ tọa độ , cho hai điểm và mặt phẳng . Gọi  là mặt phẳng đi qua  và vuông góc với . Phương trình của  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có , mặt phẳng  có VTCP là .

Suy ra .

Mặt phẳng  đi qua  và nhận  là một VTPT nên có phương trình là .