

Người làm: Nguyễn Quang Quý
 Zalo: Quang Quý - Số ĐT zalo: 0979880759
 Email: quangquytk@gmail.com

CD8. CÁC DẠNG TOÁN VỀ PHÂN SỐ

Dạng 1. Tìm phân số thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 1. (HSG 7 huyện huyện Bến Lức 2018-2019)

Cho
$$S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$$
 Chứng tỏ rằng S không là số tự nhiên với mọi $n \in \mathbb{N}, n > 2$

Lời giải

$$\begin{aligned} S &= \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} = \frac{2^2 - 1}{2^2} + \frac{3^2 - 1}{3^2} + \frac{4^2 - 1}{4^2} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} \\ &= 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + 1 - \frac{1}{4^2} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2} = (1 + 1 + 1 + \dots + 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) \\ &\Rightarrow S < n - 1 \quad (1) \end{aligned}$$

Nhận xét: $\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1 \cdot 2}; \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2 \cdot 3}; \frac{1}{4^2} < \frac{1}{3 \cdot 4}; \dots; \frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1) \cdot n}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(n-1) \cdot n} = 1 - \frac{1}{n} < 1$$

$$\Rightarrow - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) > -1$$

$$\Rightarrow (n-1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) > (n-1) - 1 = n-2$$

$$\Rightarrow S > n-2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $n-2 < S < n-1$ hay S không là số nguyên

Câu 2. (HSG 7 trường THCS Nguyễn Trãi 2018-2019)

Ba phân số có tổng bằng $\frac{213}{70}$, các tử của chúng tỉ lệ với $3; 4; 5$, các mẫu của chúng tỉ lệ với $5; 1; 2$. Tìm ba phân số đó.

Lời giải

Gọi các phân số phải tìm là: a, b, c

$$a + b + c = \frac{213}{70} \quad \text{và} \quad a : b : c = \frac{3}{5} : \frac{4}{1} : \frac{5}{2} = 6 : 40 : 25 \Rightarrow \frac{a}{6} = \frac{b}{40} = \frac{c}{25}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a}{6} = \frac{b}{40} = \frac{c}{25} = \frac{a+b+c}{6+40+25} = \frac{213}{70} : 71 = \frac{3}{70}$$

$$\Rightarrow a = \frac{9}{35}; b = \frac{12}{7}; c = \frac{15}{14}$$

Vậy ba phân số cần tìm là $\frac{9}{35}; \frac{12}{7}; \frac{15}{14}$

Câu 3. (HSG 7 trường THCS Nguyễn Trãi 2018-2019)

Tìm số tự nhiên x để phân số $\frac{7x-8}{2x-3}$ có giá trị lớn nhất.

Lời giải

$$\text{Đặt } A = \frac{7x-8}{2x-3} = \frac{2(7x-8)}{2(2x-3)} = \frac{7(2x-3)+5}{2(2x-3)} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2(2x-3)}$$

$$B = \frac{5}{2(2x-3)}$$

Đặt thì A lớn nhất khi và chỉ khi B lớn nhất

$\Rightarrow 2x-3$ là số nguyên dương nhỏ nhất (do x là số tự nhiên) $\Rightarrow x=2$

Vậy GTLN của $A=6 \Leftrightarrow x=2$

Câu 4. (HSG 7 trường THCS Lý Tự Trọng 2018-2019)

$$M = \frac{2016x - 2016}{3x+2}$$

Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức có giá trị nhỏ nhất

Lời giải

$$M = \frac{2016x - 2016}{3x+2} = \frac{672 \cdot (3x+2) - 2016 - 1344}{3x+2} = 672 - \frac{3360}{3x+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3360}{3x+2} \text{ lớn nhất}$$

$$\text{* Xét } 3x+2 < 0 \text{ thì } \frac{3360}{3x+2} < 0 \quad (1)$$

$$\text{* Xét } 3x+2 > 0 \text{ thì } \frac{3360}{3x+2} > 0$$

$$\frac{3360}{3x+2} \text{ lớn nhất khi } 3x+2 \text{ nhỏ nhất.}$$

Mà x nguyên, $3x+2$ dương và $3x+2$ chia 3 dư 2 nên $3x+2=2 \Leftrightarrow x=0$

$$\text{Khi đó } \frac{3360}{3x+2} = \frac{3360}{3 \cdot 0 + 2} = 1680 \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) thì $\frac{3360}{3x+2}$ có giá trị lớn nhất bằng 1680

Vậy $M_{\min} = -1008 \Leftrightarrow x=0$

Câu 5. (HSG 7 trường THCS Hưng Vũ 2018-2019)

$$C = \frac{-4}{(2x-3)^2+5}$$

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

Lời giải

$$C \text{ nhỏ nhất } \Leftrightarrow (2x-3)^2+5 \text{ lớn nhất}$$

$$\text{Mà mẫu số } (2x-3)^2+5 \geq 5 (\forall x \in \mathbb{Q})$$

$$\text{Vậy } C_{\min} = \frac{-4}{5} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

Câu 6. (HSG 7 trường THCS Hồng Dương 2018-2019)

$$\text{Chứng minh: } \frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$$

Lời giải

$$\text{Đặt } A = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2}, \text{ ta có:}$$

$$\text{* } A < \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{100} < \frac{1}{4}$$

$$*A > \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} + \frac{1}{100.101} = \frac{1}{5} - \frac{1}{101} > \frac{1}{6}$$

Câu 7. (HSG 7 PGD&ĐT Thanh Uyên 2017-2018)

$$C = \frac{|x - 2017| + 2018}{|x - 2017| + 2019}$$

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

b) Chứng tỏ rằng $S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ không là số tự nhiên với mọi $n \in \mathbb{N}, n > 2$

Lời giải

$$a) C = \frac{|x - 2017| + 2018}{|x - 2017| + 2019} = \frac{(|x - 2017| + 2019) - 1}{|x - 2017| + 2019} = 1 - \frac{1}{|x - 2017| + 2019}$$

Biểu thức C đạt giá trị nhỏ nhất khi $|x - 2017| + 2019$ có giá trị nhỏ nhất

Mà $|x - 2017| \geq 0$ nên $|x - 2017| + 2019 \geq 2019$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } x = 2017 \Rightarrow C = \frac{2018}{2019}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của C là $\frac{2018}{2019}$ khi $x = 2017$

$$b) S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} = \frac{2^2 - 1}{2^2} + \frac{3^2 - 1}{3^2} + \frac{4^2 - 1}{4^2} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$$

$$= 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + 1 - \frac{1}{4^2} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2} = (1 + 1 + 1 + \dots + 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow S < n - 1 \quad (1)$$

$$\text{Nhận xét: } \frac{1}{2^2} < \frac{1}{1.2}; \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3}; \frac{1}{4^2} < \frac{1}{3.4}; \dots; \frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1).n}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} = 1 - \frac{1}{n} < 1$$

$$\Rightarrow - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) > -1$$

$$\Rightarrow (n-1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) > (n-1) - 1 = n-2$$

$$\Rightarrow S > n-2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $n-2 < S < n-1$ hay S không là số nguyên.

Câu 8. (HSG 7 trường THCS Bích Hòa Trãi 2017-2018)

$$a) \text{ Chứng minh rằng: } \frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$$

$$b) \text{ Tìm số nguyên } a \text{ để: } \frac{2a+9}{a+3} + \frac{5a+17}{a+3} - \frac{3a}{a+3} \text{ là số nguyên.}$$

Lời giải

$$a) \text{ Đặt } A = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2}, \text{ ta có:}$$

$$A < \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{100} < \frac{1}{4}$$

$$A > \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} + \frac{1}{100.101} = \frac{1}{5} - \frac{1}{101} > \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$$

Vậy $\frac{2a+9}{a+3} + \frac{5a+17}{a+3} - \frac{3a}{a+3} = \frac{4a+26}{a+3} = \frac{4a+12+14}{a+3} = \frac{4(a+3)+14}{a+3} = 4 + \frac{14}{a+3}$
 b) Ta có: $\frac{14}{a+3}$ là số nguyên.

Khi đó $(a+3)$ là ước của 14 mà $U(14) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 7; \pm 14\}$

Suy ra: $a = -2; -4; -1; -5; 4; -10; 11; -17$

Câu 9. (HSG 7 trường THCS Bích Hòa 2017-2018)

$$A = \frac{|x| + 1996}{-1997}$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

Lời giải

$A < 0$ với mọi x nên A đạt giá trị lớn nhất khi $|A|$ đạt giá trị nhỏ nhất

$$|A| = \left| \frac{|x| + 1996}{-1997} \right| = \frac{|x| + 1996}{1997}$$

$|x| \geq 0 \forall x$ nên $|x| + 1996 \geq 1996$, vậy $|A|$ nhỏ nhất bằng $\frac{1996}{1997} \Leftrightarrow x = 0$

$$A = \frac{1996}{-1997} \Leftrightarrow x = 0$$

Suy ra GTLN của

Câu 10. (HSG 7 trường THCS Phú Trường 2017-2018)

$$\frac{2a-5b}{a-3b} \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{5}$$

Tính giá trị của biểu thức

Lời giải

$$\frac{2a-5b}{a-3b} = \frac{2\left(\frac{a}{b}\right) - 5}{\left(\frac{a}{b}\right) - 3} = \frac{2 \cdot \frac{3}{5} - 5}{\frac{3}{5} - 3} = \frac{14}{9}$$

Câu 11. (HSG 7 trường THCS Phú Trường 2017-2018)

$$A = \frac{x+2}{|x|}$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: với x là số nguyên.

Lời giải

Xét các trường hợp:

$$+) x \leq -2 \Rightarrow A \leq 0$$

$$+) x = -1 \Rightarrow A = 1$$

$$+) x \geq 1 \Rightarrow A = \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x} \Rightarrow A \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \frac{2}{x} \text{ lớn nhất}$$

Vì x là số nguyên dương, nên x lớn nhất $\Leftrightarrow x$ nhỏ nhất, tức là $x = 1$, khi đó $A = 3$

Vậy giá trị lớn nhất của $A = 3 \Leftrightarrow x = 1$

Câu 12. (HSG 7 trường THCS Thanh Văn 2017-2018)

$$\frac{7x-8}{2x-3}$$

Tìm số tự nhiên x để phân số có giá trị lớn nhất.

Lời giải

$$\text{Đặt } A = \frac{7x-8}{2x-3} = \frac{2(7x-8)}{2(2x-3)} = \frac{7(2x-3)+5}{2(2x-3)} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2(2x-3)}$$

Đặt $B = \frac{5}{2(2x-3)}$ thì A lớn nhất khi và chỉ khi B lớn nhất
..... GTLN của $A = 6 \Leftrightarrow x = 2$

Câu 13. (HSG 7 Đề 240)

Cho $M = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$ với $a, b, c > 0$

- a) Chứng minh $M > 1$
b) Chứng tỏ rằng M không phải là số nguyên.

Lời giải

a) Vì $a, b, c > 0$ nên $\frac{a}{a+b} > \frac{a}{a+b+c}; \frac{b}{b+c} > \frac{b}{a+b+c}; \frac{c}{c+a} > \frac{c}{a+b+c}$
 $\Rightarrow M = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} > \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1$

Vậy $M > 1$

b) Mà $\left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} \right) + \left(\frac{b}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{a}{c+a} \right)$
 $= \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} \right) + \left(\frac{b}{b+c} + \frac{c}{b+c} \right) + \left(\frac{c}{c+a} + \frac{a}{c+a} \right) = 3$
 $\left(\frac{b}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{a}{c+a} \right) > 1$
 Vì (tương tự câu a)

$$M = \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} \right) < 2 \quad (2)$$

Suy ra:

Từ (1) và (2) suy ra: $1 < M < 2$ nên M không phải là số nguyên.

Dạng 5. Một số bài toán có lời văn

Câu 1. (HSG 7 huyện Yên Lập 2017 - 2018)

Ba lớp $7A, 7B, 7C$ cùng mua một số gói tẩy từ thiện, lúc đầu số gói tẩy dự định chia cho ba lớp với tỉ lệ $5:6:7$ nhưng sau đó chia theo tỉ lệ $4:5:6$ nên có một lớp nhận nhiều hơn 4 gói. Tính tổng số gói tẩy mà ba lớp đã mua.

Lời giải

Gọi tổng số gói tẩy 3 lớp cùng mua là $x (x \in \mathbb{N}^*)$

Số gói tẩy dự định chia cho 3 lớp $7A, 7B, 7C$ lúc đầu lần lượt là a, b, c

Ta có: $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{5x}{18}; b = \frac{6x}{18}; c = \frac{7x}{18} \quad (1)$

Số gói tẩy sau đó chia cho 3 lớp lần lượt là a', b', c' , ta có:

$$\frac{a'}{4} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{6} = \frac{a'+b'+c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{4x}{15}; b' = \frac{5x}{15}; c' = \frac{6x}{15} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta có: $a > a'; b = b'; c < c'$ nên lớp $7C$ nhận nhiều hơn lúc đầu

$$c' - c = 4 \Rightarrow \frac{6x}{15} - \frac{7x}{18} = 4 \Rightarrow x = 360(tm)$$

Vậy

Vậy số gói tẩy 3 lớp đã mua là 360 gói.

Câu 2. (HSG 7 huyện, Đề 239)

Ba lớp 7 ở trường K có tất cả 147 học sinh. Nếu đưa $\frac{1}{3}$ số học sinh của lớp $7A_1$, $\frac{1}{4}$ học sinh của lớp $7A_2$ và $\frac{1}{5}$ học sinh của lớp $7A_3$ đi thi học sinh giỏi cấp huyện thì số học sinh còn lại của ba lớp bằng nhau. Tính tổng số học sinh của mỗi lớp 7 ở trường K.

Lời giải

Gọi tổng số học sinh của $7A_1, 7A_2, 7A_3$ lần lượt là $a, b, c (a, b, c \in \mathbb{N}^*)$

Theo bài ra ta có:

$$a - \frac{1}{3}a = b - \frac{1}{4}b = c - \frac{1}{5}c (*) \quad \text{và} \quad a + b + c = 147$$

$$(*) \Rightarrow \frac{2a}{3} = \frac{3b}{4} = \frac{4c}{5} \Rightarrow \frac{12a}{18} = \frac{12b}{16} = \frac{12c}{15} \Rightarrow \frac{a}{18} = \frac{b}{16} = \frac{c}{15}$$

Từ

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{18} = \frac{b}{16} = \frac{c}{15} = \frac{a+b+c}{18+16+15} = \frac{147}{49} = 3$$

Suy ra $a = 54, b = 48, c = 45$

Vậy tổng số học sinh của $7A_1, 7A_2, 7A_3$ lần lượt là 54, 48 và 45.

Dạng 6. Các bài toán về so sánh**Câu 1. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc 2017 - 2018)**

Tìm tỉ số của A và B, biết rằng:

$$A = \frac{1}{1.1981} + \frac{1}{2.1982} + \dots + \frac{1}{n.(1980+n)} + \dots + \frac{1}{25.2005}$$

$$B = \frac{1}{1.26} + \frac{1}{2.27} + \dots + \frac{1}{m.(25+m)} + \dots + \frac{1}{1980.2005}$$

Trong đó, A có 25 số hạng và B có 1980 số hạng

Lời giải

Ta có:

$$\frac{1}{n(1980+n)} = \frac{1}{1980} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{1980+n} \right) \quad ; \quad \frac{1}{m(25+m)} = \frac{1}{25} \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{25+m} \right)$$

Áp dụng tính A và B ta được:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{1980} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1981} + \frac{1}{2} - \frac{1}{1982} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{2005} \right) \\ &= \frac{1}{1980} \cdot \left[\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{25} \right) - \left(\frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \dots + \frac{1}{2005} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{25} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{26} + \frac{1}{2} - \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{1980} - \frac{1}{2005} \right) \\ &= \frac{1}{25} \cdot \left[\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{25} \right) - \left(\frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \dots + \frac{1}{2005} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{1}{1980} : \frac{1}{25} = \frac{5}{396}$$

Câu 2. (HSG 7 năm 2022 - 2023)

Không dùng máy tính, hãy so sánh: $A = \frac{2006}{2007} + \frac{2007}{2008} + \frac{2008}{2009} + \frac{2009}{2006}$ với 4

Lời giải

$$\begin{aligned}A &= \frac{2007-1}{2007} + \frac{2008-1}{2008} + \frac{2009-1}{2009} + \frac{2006+3}{2006} \\&= 1 - \frac{1}{2007} + 1 - \frac{1}{2008} + 1 - \frac{1}{2009} + 1 + \frac{3}{2006} \\&= 4 + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2008} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2009} \\&\text{Do } \frac{1}{2006} > \frac{1}{2007}, \frac{1}{2006} > \frac{1}{2008}, \frac{1}{2006} > \frac{1}{2009} \\&\Rightarrow A > 4\end{aligned}$$

Câu 2. (HSG 7 năm 2022 - 2023)

So sánh A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) $A = \frac{-2012}{4025}; B = \frac{-1999}{3997}$

b) $A = \frac{2011}{1.2} + \frac{2011}{3.4} + \frac{2011}{5.6} + \dots + \frac{2011}{1999.2000}; B = \frac{2012}{1001} + \frac{2012}{1002} + \frac{2012}{1003} + \dots + \frac{2012}{2000}$

Lời giải

a) $\frac{2012}{4025} < \frac{2012}{4024} = \frac{1}{2}; \frac{1}{2} = \frac{1999}{3998} < \frac{1999}{3997} \Rightarrow \frac{2012}{4025} < \frac{1999}{3997}$
 $\Rightarrow \frac{-2012}{4025} > \frac{-1999}{3997}$. Vậy $A > B$

b) $A = \frac{2011}{1.2} + \frac{2011}{3.4} + \frac{2011}{5.6} + \dots + \frac{2011}{1999.2000}$
 $= 2011 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1999} - \frac{1}{2000} \right)$
 $= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{1999} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2000} \right) \right]$
 $= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} \right) - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2000} \right) \right]$
 $= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{999} + \frac{1}{1000} \right) \right]$
 $= 2011 \cdot \left(\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} + \dots + \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} \right)$
 $B = 2012 \cdot \left(\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} + \dots + \frac{1}{2000} \right)$

Suy ra $A < B$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>