

CĐ7: ĐA THỨC

Dạng 1: Xác định đa thức
Dạng 2: Tính giá trị của đa thức
Dạng 3: Dấu của đa thức
Dạng 4: Tìm giá trị của biến (tham số) để phép chia là phép chia hết
Dạng 5: Nghiệm của đa thức

Dạng 1. Xác định đa thức

A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 Đề giao lưu HSG huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)

Cho $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 + 1) + 8$ và $g(x) = x^3 + 4x(bx + 1) + c - 3$, trong đó a, b, c là các

hằng số. Để $f(x) = g(x)$ thì giá trị của số a là:

- A. 3 B. -3 C. 0 D. 1

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 + 1) + 8 = ax^3 + 4x^3 + 4x + 8 = x^3(a + 4) + 4x + 8$

$g(x) = x^3 + 4x(bx + 1) + c - 3 = x^3 + 4bx^2 + 4x + c - 3$

Để $f(x) = g(x)$ thì $a + 4 = 1 \Rightarrow a = -3$

Vậy $a = -3$.

Câu 2. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Lạng Giang 2022 - 2023)

Cho đa thức $A(x) = 4x - 5x^2 + x - 2x^2 + 2023$ và $(5x - 6 - 5x^3) - B(x) = A(x)$. Hệ số cao

nhất của $B(x)$ là:

- A. 2 B. 3 C. 2029 D. -5

Lời giải

Chọn D

$(5x - 6 - 5x^3) - B(x) = A(x)$

Ta có:

$\Rightarrow B(x) = (5x - 6 - 5x^3) - A(x)$

$\Rightarrow B(x) = (5x - 6 - 5x^3) - (4x - 5x^2 + x - 2x^2 + 2023)$

$\Rightarrow B(x) = 5x - 6 - 5x^3 - 4x + 5x^2 - x + 2x^2 - 2023$

$\Rightarrow B(x) = -5x^3 + 7x^2 - 2029$

Vậy hệ số cao nhất của $B(x)$ là -5 .

Câu 3. (HSG 7 huyện Yên Thế, tỉnh Bắc Giang 2022 - 2023)

Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$. Trong đó a, b, c là các hằng số thỏa mãn $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$.
($a \neq 0$). Tính $[P(-2) - 3P(1)] : a$.

- A. -6 . B. -15 . C. 6 . D. 15 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} \text{ nên } \begin{cases} b = 2a \\ c = 3a \end{cases}$$

Có $P(x) = ax^2 + bx + c$ nên:

$$P(-2) = 4a - 2b + c = 4a - 4a + 3a = 3a; \quad P(1) = a + 2a + 3a = 6a$$

$$\Rightarrow [P(-2) - 3P(1)] : a = (3a - 18a) : a$$

$$\Rightarrow [P(-2) - 3P(1)] : a = -15$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Sơn Động 2022 - 2023)

Cho hai đa thức: $f(x) = ax + b$; $g(x) = x^2 - x + 1$, biết $f(1) = g(2)$. Khi đó $a + b$ bằng:

- A. -3 . B. 3 . C. 1 . D. 7 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } f(1) = g(2) \text{ nên } a \cdot 1 + b = 2^2 - 2 + 1 \text{ hay } a + b = 3.$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Thu gọn biểu thức sau $-12u^2(uv)^2 - (-11u^4) \cdot (2v)^2$ ta được đơn thức có phần hệ số là

- A. -32 . B. -56 . C. 10 . D. 32 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } -12u^2(uv)^2 - (-11u^4) \cdot (2v)^2$$

$$= -12u^2 \cdot u^2v^2 + 11u^4 \cdot 4v^2$$

$$= -12u^4v^2 + 44u^4v^2$$

$$= 32u^4v^2$$

Vậy đơn thức thu được có phần hệ số là 32 .

Câu 6. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Cho các đa thức $A = 4x^2 - 5xy + 3y^2$; $B = 3x^2 + 2xy + y^2$; $C = -x^2 + 3xy + 2y^2$. Tính $C - A - B$

- A. $8x^2 + 6xy + 2y^2$. B. $-8x^2 + 6xy - 2y^2$. C. $8x^2 - 6xy - 2y^2$. D. $8x^2 - 6xy + 2y^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A = 4x^2 - 5xy + 3y^2$; $B = 3x^2 + 2xy + y^2$; $C = -x^2 + 3xy + 2y^2$

$$C - A - B = -x^2 + 3xy + 2y^2 - (4x^2 - 5xy + 3y^2) - (3x^2 + 2xy + y^2)$$

$$= -x^2 + 3xy + 2y^2 - 4x^2 + 5xy - 3y^2 - 3x^2 - 2xy - y^2$$

$$= -8x^2 + 6xy - 2y^2$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Nam mua 10 quyển vở, mỗi quyển giá x đồng và hai bút bi, mỗi chiếc giá y đồng. Biểu thức biểu thị số tiền Nam phải trả là

- A. $2x - 10y$. B. $10x - 2y$. C. $2x + 10y$. D. $10x + 2y$.

Lời giải

Chọn D

Biểu thức biểu thị số tiền Nam phải trả khi mua 10 quyển vở và 2 bút bi là: $10x + 2y$

Câu 8. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Kết quả sau khi thu gọn đơn thức $6x^2y \cdot (-2xy^2)$ là

- A. $-12x^3y^3$. B. $12x^3y^3$. C. $-12x^2y^3$. D. $-12x^2y^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $6x^2y \cdot (-2xy^2) = -12x^3y^3$

Câu 9. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Thu gọn đơn thức $A = \left(\frac{1}{3}xy - 3xy^2 \right) \cdot (-x)$ ta được kết quả là

- A. $A = -xy^3$. B. $A = -x^2y^3$. C. $A = -x^3y^3$. D. $A = x^2y^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A = \left(\frac{1}{3}xy - 3xy^2 \right) \cdot (-x) = -x^3y^3$

Câu 10. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Biểu thức đại số biểu thị diện tích hình thang có đáy lớn là a , đáy nhỏ là b , đường cao là h n

hư sau

- A. $(a+b)h$. B. $(a-b)h$. C. $\frac{(a-b)h}{2}$. D. $\frac{(a+b)h}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Tìm đa thức $f(x) = ax + b$. Biết $f(1) = \frac{7}{2}$; $f(-1) = -\frac{5}{2}$

- A. $f(x) = 3x + \frac{1}{2}$. B. $f(x) = x + \frac{1}{2}$. C. $f(x) = 3x + \frac{7}{2}$. D. $f(x) = 2x + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(1) = \frac{7}{2}$ nên $a + b = \frac{7}{2}$
 $f(-1) = -\frac{5}{2}$ nên $-a + b = -\frac{5}{2}$

Þ $b = \frac{1}{2}$; $a = 3$. Khi đó ta được đa thức: $f(x) = 3x + \frac{1}{2}$

Câu 12. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Bậc của đa thức $x^3y^2 - xy^5 + 7xy - 9$ là

- A. 2 . B. 3 . C. 5 . D. 6 .

Lời giải

Chọn D

Bậc của đa thức $x^3y^2 - xy^5 + 7xy - 9$ là 6 .

Câu 13. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Viết đơn thức $21x^4y^5z^6$ dưới dạng tích hai đơn thức, trong đó có một đơn thức là $3x^2y^2z$

- A. $(3x^2y^2z) \cdot (7x^2y^3z^5)$. B. $(3x^2y^2z) \cdot (7x^2y^3z^4)$.
 C. $(3x^2y^2z) \cdot (18x^2y^3z^5)$. D. $(3x^2y^2z) \cdot (-7x^2y^3z^5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(3x^2y^2z) \cdot (7x^2y^3z^5) = 21x^4y^5z^6$

Câu 14. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Một bể đang chứa 480 lít nước, có một vòi chảy vào mỗi phút chảy được x lít. Cùng lúc đó một vòi khác chảy nước từ bể ra. Mỗi phút lượng nước chảy ra bằng $\frac{1}{4}$ lượng nước chảy vào. Hãy biểu thị lượng nước trong bể sau khi đồng thời mở cả hai vòi trên sau a phút.

- A. $480 + \frac{3}{4}ax$. B. $\frac{3}{4}ax$. C. $480 - \frac{3}{4}ax$. D. $480 + ax$.

Lời giải

Chọn A

Sau a phút vòi thứ nhất chảy vào bể được: ax (lít)

Sau a phút vòi thứ hai chảy ra được: $\frac{1}{4}ax$ (lít)

Khi đó lượng nước trong bể sau khi đồng thời mở cả hai vòi trên sau a phút là:

$$480 + ax - \frac{1}{4}ax = 480 + \frac{3}{4}ax \quad (\text{lít})$$

Câu 15. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = (2x^2 + x - 3)^{2021} \cdot (2x^2 + 3x + 4)^{2022}$. Sau khi thu gọn thì tổng các hệ số của $f(x)$ bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 9 .

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = (2x^2 + x - 3)^{2021} \cdot (2x^2 + 3x + 4)^{2022}$$

Ta có: tổng các hệ số của đa thức bằng giá trị của đa thức tại $x = 1$

$$f(1) = (2 \cdot 1^2 + 1 - 3)^{2021} \cdot (2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 4)^{2022} = 0^{2021} \cdot 9^{2022} = 0$$

Vậy sau khi thu gọn thì tổng các hệ số của $f(x)$ bằng 0 .

Câu 16. (HSG 7 huyện Tân Yên 2022 - 2023)

Bậc của đa thức $A = 5x^{2022} - 2^2x^2y^3 + xy^2 - 5x^{2022} + x^6 - 1$ là

- A. 2022 . B. 6 . C. 7 . D. 4 .

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= 5x^{2022} - 2^2x^2y^3 + xy^2 - 5x^{2022} + x^6 - 1 \\ &= -2^2x^2y^3 + xy^2 + x^6 - 1 \end{aligned}$$

Vậy bậc của đa thức là: $2 + 2 + 3 = 7$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Yên Phong tỉnh Bắc Ninh 2022 - 2023)

Biết $f(x)$ chia cho $x - 3$ thì dư 7 , chia cho $x - 2$ thì dư 5 , chia cho $(x - 3)(x - 2)$ được thương là $3x$ và còn dư. Tìm $f(x)$.

Lời giải

Theo bài ta có:

$$f(x) = (x - 3).A(x) + 7 \quad (1)$$

$$f(x) = (x - 2).B(x) + 5 \quad (2)$$

Vì $f(x)$ chia cho $(x - 3).(x - 2)$ được thương là $3x$ và còn dư, nên phần dư là đa thức có bậc nhỏ hơn 2 . Đặt phần dư là: $ax + b$. Khi đó ta có:

$$f(x) = 3x(x - 3)(x - 2) + ax + b \quad (3)$$

Các đẳng thức trên đúng với mọi x nên:

$$+ \text{Thay } x = 3 \text{ vào (1) ta được: } f(3) = (3 - 3).A(3) + 7 \text{ và } f(3) = 7 \quad (4)$$

$$+ \text{Thay } x = 2 \text{ vào (2) ta được: } f(2) = (2 - 2).B(2) + 5 \text{ và } f(2) = 5 \quad (5)$$

$$+ \text{Thay } x = 3 \text{ vào (3) ta được: } f(3) = 3.3(3 - 3)(3 - 2) + a.3 + b \text{ và } f(3) = 3.a + b \quad (6)$$

$$+ \text{Thay } x = 2 \text{ vào (3) ta được: } f(2) = 3.2(2 - 3)(2 - 2) + a.2 + b \text{ và } f(2) = 2.a + b \quad (7)$$

$$\text{Từ (4) và (6) ta được: } 3a + b = 7 \quad (8)$$

$$\text{Từ (5) và (7) ta được: } 2a + b = 5 \quad (9)$$

$$\text{Từ (8) và (9) suy ra } a = 2; b = 1$$

$$\text{Vậy } f(x) = 3x(x - 3)(x - 2) + 2x + 1 \text{ hay } f(x) = 3x^3 - 15x^2 + 20x + 1$$

Câu 2. (HSG 7 Đề giao lưu Olympic cấp thị xã – huyện Kinh Môn 2022 - 2023)

Cho hai đa thức $P(x) = 2x^3 - x + x^2 - x^3 + 3x + 5$; $Q(x) = 3x^3 + 4x^2 + 3x - 4x^3 - 5x^2 + 10$

Tìm đa thức $M(x) = P(x) + Q(x)$ và tìm nghiệm của đa thức $M(x)$.

Lời giải

$$\text{Có: } P(x) = 2x^3 - x + x^2 - x^3 + 3x + 5 = (2x^3 - x^3) + x^2 - (x - 3x) + 5 = x^3 + x^2 + 2x + 5$$

$$Q(x) = 3x^3 + 4x^2 + 3x - 4x^3 - 5x^2 + 10$$

$$= (3x^3 - 4x^3) + (4x^2 - 5x^2) + 3x + 10 = -x^3 - x^2 + 3x + 10$$

$$M(x) = P(x) + Q(x) = (x^3 + x^2 + 2x + 5) + (-x^3 - x^2 + 3x + 10)$$

$$= x^3 + x^2 + 2x + 5 - x^3 - x^2 + 3x + 10 = 5x + 15$$

$$\text{Cho } M(x) = 0 \text{ và } 5x + 15 = 0 \text{ và } x = -3$$

Vậy nghiệm của đa thức $M(x)$ là $x = -3$.

Câu 3. (HSG 7 Đề HSG thị xã Birm Sorn 2022 - 2023)

Cho hai đa thức $f(x) = (x-1)(x+3)$ và $g(x) = x^3 - ax^2 + bx - 3$. Xác định hệ số a, b của đa thức $g(x)$ biết nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$.

Lời giải

Cho $f(x) = (x-1)(x+3) = 0$

$$\text{P } x-1=0 \text{ hoặc } x+3=0$$

$$\text{P } x=1 \text{ hoặc } x=-3$$

Khi đó đa thức $f(x)$ có nghiệm là $x=1; x=-3$.

Vì nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$ nên:

$$+) g(1) = 1^3 - a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 3 = 0 \text{ hay } -a + b = 2 \quad (1)$$

$$+) g(-3) = (-3)^3 - a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) - 3 = 0 \text{ hay } 3a + b = -10 \quad (2)$$

$$\begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \end{cases}$$

Kết hợp (1) và (2) ta được

Câu 4. (HSG 7 Kỳ thi chọn HSG cấp huyện Quế Võ 2022 - 2023)

Cho các đa thức: $A(x) = 3x^4 - 3x^2 + 7x + 29$; $B(x) = x^2 - x^4 + 2x^3 + 3$; $C(x) = x^3 + 2x - 2$

Tính $P(x) = A(x) + 3B(x) - 6C(x)$ và tìm nghiệm của $P(x)$.

Lời giải

$$\begin{aligned} P(x) &= (3x^4 - 3x^2 + 7x + 29) + 3(x^2 - x^4 + 2x^3 + 3) - 6(x^3 + 2x - 2) \\ &= 3x^4 - 3x^2 + 7x + 29 + 3x^2 - 3x^4 + 6x^3 + 9 - 6x^3 - 12x + 12 \\ &= 3x^4 - 3x^4 - 6x^3 + 6x^3 - 3x^2 + 3x^2 + 7x - 12x + 29 + 9 + 12 \\ &= -5x + 50 \end{aligned}$$

$$\text{Cho } P(x) = 0 \text{ P } -5x + 50 = 0$$

$$5x = 50$$

$$x = 10$$

Vậy nghiệm của đa thức $P(x)$ là $x=10$

Câu 5. (HSG 7 Giao lưu HSG TP Chí Linh 2022 - 2023)

Cho hai đa thức $P = 5x^4 + 3x^2 + 4x^3 - \frac{3}{4}x - 7x^4 - \frac{1}{4}x + 3$; $Q = \frac{1}{2}x^3 - 2x^4 + 4x^2 + x + \frac{7}{2}x^3$

Tìm đa thức H biết $P - H = Q - (x^2 + 3x - 7)$

Lời giải

$$P - H = Q - (x^2 + 3x - 7) \quad \text{nên} \quad H = P - Q + (x^2 + 3x - 7)$$

$$\Rightarrow H = P - Q + (x^2 + 3x - 7)$$

Ta có
$$P - Q = (5x^4 + 3x^2 + 4x^3 - \frac{3}{4}x - 7x^4 - \frac{1}{4}x + 3) - (\frac{3}{2}x^3 - 2x^4 + 4x^2 + x + \frac{7}{2}x^3)$$

$$= 5x^4 + 3x^2 + 4x^3 - \frac{3}{4}x - 7x^4 - \frac{1}{4}x + 3 - \frac{1}{2}x^3 + 2x^4 - 4x^2 - x - \frac{7}{2}x^3$$

$$= -x^2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow H = -x^2 - 2x + 3 + x^2 + 3x - 7 = x - 4$$

Vậy $H = x - 4$

Câu 6. (HSG 7 huyện Mường Lát; Đề giao lưu HSG Thanh Sơn 2022 – 2023)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, xác định các hệ số a, b, c biết: $f(0) = 2$; $f(1) = 7$; $f(-2) = -14$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} f(0) = 2 \\ f(1) = 7 \\ f(-2) = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a + b + c = 7 \\ 4a - 2b + c = -14 \end{cases}$$

Mà

$$\begin{cases} c = 2 \\ a + b + 2 = 7 \\ 4a - 2b + 2 = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a + b = 5 \\ 4a - 2b = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a + b = 5 \\ 2a - b = -8 \end{cases}$$

Suy ra $a + b + 2a - b = 5 + (-8) \Rightarrow 3a = -3 \Rightarrow a = -1$

Do đó $b = 6$. Vậy $a = -1, b = 6, c = 2$.

Câu 7. (HSG 7 Đề kiểm định HSG Quỳnh Phụ 2022 - 2023)

Cho đa thức: $F(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{99} + x^{100}$ và

$$G(x) = 99x^{99} - 99x^{98} + 99x^{97} - 99x^{96} + \dots + 99x - 99$$

a) Tìm đa thức $H(x)$ sao cho: $F(x) - H(x) = G(x)$

b) Tính giá trị của đa thức $H(x)$ tại $x = 99$.

Lời giải

a) Vì $F(x) - H(x) = G(x) \Rightarrow H(x) = F(x) - G(x)$

$$\begin{aligned}
 H(x) &= (1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{99} + x^{100}) - (99x^{99} - 99x^{98} + 99x^{97} - 99x^{96} + \dots + 99x - 99) \\
 &= 1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{99} + x^{100} - 99x^{99} + 99x^{98} - 99x^{97} + 99x^{96} - \dots - 99x + 99 \\
 &= (1 + 99) + (-x - 99x) + (x^2 + 99x^2) + \dots + (x^{98} + 99x^{98}) + (-x^{99} - 99x^{99}) + x^{100} \\
 &= 100 - 100x + 100x^2 - \dots + 100x^{98} - 100x^{99} + x^{100} \\
 &= x^{100} - 100x^{99} + 100x^{98} - \dots + 100x^2 - 100x + 100
 \end{aligned}$$

b) Tại $x = 99$ thì $100 = x + 1$

Khi đó, $H(x) = x^{100} - (x+1)x^{99} + (x+1)x^{98} - \dots + (x+1)x^2 - (x+1)x + (x+1)$

$$= x^{100} - x^{100} - x^{99} + x^{99} + x^{98} - \dots + x^3 + x^2 - x^2 - x + x + 1$$

Vậy giá trị của đa thức $H(x)$ tại $x = 99$ là 1

Câu 8. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Văn Lâm 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$. Xác định hệ số a, b biết đa thức $f(x)$ nhận $x = -1$ và $x = 2$ làm nghiệm.

Lời giải

Đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$ nhận $x = -1$ làm nghiệm

$$\text{P } f(-1) = 0 \text{ P } a - b - 2 = 0 \text{ hay } a = b + 2$$

Đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$ nhận $x = 2$ làm nghiệm.

$$\text{P } f(2) = 0 \text{ P } 4a + 2b - 2 = 0$$

$$\text{P } 4(b + 2) + 2b - 2 = 0 \text{ P } b = -1 \text{ P } a = 1.$$

Vậy $a = 1; b = -1$.

Câu 9. (HSG 7 huyện Sóc Sơn - Hà Nội 2022 - 2023)

Cho hai đa thức $f(x) = 2x^2 + ax + 4$ và $g(x) = x^2 - 5x - b$ (a, b là các hằng số). Hãy tìm các hệ số a, b của hai đa thức trên, biết: $f(1) = g(2); f(-1) = g(5)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } f(1) = a + 6; g(2) = -b - 6 \Rightarrow a + 6 = -b - 6 \Rightarrow a + b = -12 \quad (1)$$

$$\text{Ta có } f(-1) = -a + 6; g(5) = -b \Rightarrow -a + 6 = -b \Rightarrow a - b = 6 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) tìm ra $a = -3; b = -9$

Vậy hai hệ số a, b cần tìm là: $a = -3; b = -9$.

Câu 10. (HSG 7 huyện Cát Tiên 2018 - 2019)

Cho hai đa thức: $f(x) = ax + b; g(x) = x^2 - x + 1$

Hãy xác định a, b biết: $f(1) = g(2)$ và $f(-2) = g(1)$.

Lời giải

Ta có: $f(1) = g(2) \Rightarrow a + b = 3$ (1)

$f(-2) = g(1) \Rightarrow -2a + b = 1$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow -3a + a + b = 1 \Rightarrow -3a = 1 - 3 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$

Với $a = \frac{2}{3}$ nên $b = \frac{7}{3}$

Vậy $a = \frac{2}{3}, b = \frac{7}{3}$.

Câu 11. (HSG 7 huyện Hương Trà 2022 - 2023)

Cho $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8$ và $g(x) = x^3 - 4x(bx + 1) + c - 3$ trong đó a, b, c là các hằng số. Xác định a, b, c để $f(x) = g(x)$.

Lời giải

Cách 1: Ta có: $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8 = (a + 4)x^3 - 4x + 8$

$$g(x) = x^3 - 4x(bx + 1) + c - 3 = x^3 - 4bx^2 - 4x + c - 3$$

Do $f(x) = g(x)$ nên: $a + 4 = 1; -4b = 0; c - 3 = 8$

Khi đó: $a = -3; b = 0; c = 11$.

Cách 2: Ta có: $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8 = (a + 4)x^3 - 4x + 8$

$$g(x) = x^3 - 4x(bx + 1) + c - 3 = x^3 - 4bx^2 - 4x + c - 3$$

Do $f(x) = g(x)$ nên chọn $x = 0; 1; -1$ ta được

$$f(0) = g(0) \Rightarrow c = 11 \Rightarrow g(x) = x^3 - 4bx^2 - 4x + 8$$

$$f(1) = g(1) \Rightarrow a + 4b = -3 \quad (1)$$

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow -a + 4b = 3 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $b = 0; a = -3$. Vậy $a = -3; b = 0; c = 11$.

Câu 12. (HSG 7 huyện Quỳnh Phụ 2021 - 2022)

Xác định đa thức bậc nhất $f(x)$ thỏa mãn $f(x+2) - f(x) = 4$ với mọi x và $f(2022) = 2022$

Lời giải

Vì $f(x)$ là đa thức bậc nhất, nên $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) $\Rightarrow f(x+2) = a(x+2) + b$

$$f(x+2) - f(x) = a \cdot (x+2) + b - (ax + b) = ax + 2a + b - ax - b = 2a$$

Ta có

$$\text{Mà } f(x+2) - f(x) = 4 \text{ với mọi } x \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \text{ (thỏa mãn } a \neq 0) \Rightarrow f(x) = 2x + b$$

$$\text{Ta có } f(2022) = 2022 \Rightarrow 2 \cdot 2022 + b = 2022 \Rightarrow b = -2022 - 4044 = -6066$$

Ta có

$$f(x) = 2x - 6066$$

Vậy đa thức

Câu 13. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2021 - 2022)

Cho đa thức M thỏa mãn: $M - (19x^2y + xy^2) = 2x^2y + 5xy^2$

Tìm đa thức M và tính giá trị của M tại $x = 2$ và $y = -1$

Lời giải

$$\text{Ta có: } M - (19x^2y + xy^2) = 2x^2y + 5xy^2$$

$$M = 2x^2y + 5xy^2 + 19x^2y + xy^2$$

$$M = (2x^2y + 19x^2y) + (5xy^2 + xy^2) = 21x^2y + 6xy^2$$

Thay $x = 2$ và $y = -1$ vào biểu thức M ta được:

$$M = 21 \cdot 2^2 \cdot (-1) + 6 \cdot 2 \cdot (-1)^2 = -84 + 12 = -72$$

$$x = 2 \text{ và } y = -1 \text{ thì } M = -72$$

Vậy với

Câu 14. (HSG 7 huyện Hưng Hà 2022 - 2023)

Tìm giá trị của m để đa thức sau là đa thức bậc 3 theo biến x :

$$f(x) = (m^2 - 25)x^4 + (20 + 4m)x^3 + 7x^2 - 9$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } f(x) = (m^2 - 25)x^4 + (20 + 4m)x^3 + 7x^2 - 9$$

là đa thức bậc 3 biến x khi:

$$m^2 - 25 = 0 \text{ và } 20 + 4m \neq 0$$

$$\Rightarrow m = \pm 5 \text{ và } m \neq -5$$

Vậy $m = 5$ thì $f(x)$ là đa thức bậc 3 biến x .

Câu 15. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2020 - 2021)

$$\text{Cho hai đa thức: } f(x) = -5x^5 + 3x^3 + 2x^2 + x + \frac{1}{2} \text{ và } g(x) = 5x^5 - 3x^3 - x^2 - x + \frac{1}{2}$$

$$\text{Tính } h(x) = f(x) + g(x)$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } h(x) = f(x) + g(x) = -5x^5 + 3x^3 + 2x^2 + x + \frac{1}{2} + 5x^5 - 3x^3 - x^2 - x + \frac{1}{2} = x^2 + 1$$

Câu 16. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2022 - 2023)

Tìm đa thức M biết rằng: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$

Lời giải

$$M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$$

Từ suy ra:

$$M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$$

Câu 17. (HSG 7 huyện Cửa Lò 2020 - 2021)

Cho hai đa thức: $A(x) = -2x^5 + x^4 - 2x^2 - 7x - 3$ và $B(x) = -2x^5 + x^4 + 3x^2 + 3x - 3$

Tính $M(x) = A(x) + B(x)$; $N(x) = A(x) - B(x)$

Lời giải

Ta có: $A(x) = -2x^5 + x^4 - 2x^2 - 7x - 3$ và $B(x) = -2x^5 + x^4 + 3x^2 + 3x - 3$

Suy ra: $M(x) = A(x) + B(x) = -4x^5 + 2x^4 + x^2 - 4x - 6$

$$N(x) = A(x) - B(x) = -5x^2 - 10x$$

Câu 18. (HSG 7 huyện Yên Mỹ 2021 - 2022)

Cho hai đa thức:

$$P(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^4 - 9x^2 + 11x - 6 \quad \text{và} \quad Q(x) = 3x^4 + x^5 - 2(x^3 + 4) - 10x^2 + 9x$$

Tính $M(x) = P(x) - Q(x)$

Lời giải

$$M(x) = P(x) - Q(x)$$

$$M(x) = (x^5 - 2x^3 + 3x^4 - 9x^2 + 11x - 6) - (3x^4 + x^5 - 2(x^3 + 4) - 10x^2 + 9x)$$

$$M(x) = x^2 + 2x + 2$$

Câu 19. (HSG 7 huyện Cửa Lò 2022 - 2023)

Cho hai đa thức: $A(x) = -2x^5 + x^4 - 2x^2 - 7x - 3$ và $B(x) = -2x^5 + x^4 + 3x^2 + 3x - 3$

Tính $M(x) = A(x) + B(x)$; $N(x) = A(x) - B(x)$

Lời giải

Ta có: $A(x) = -2x^5 + x^4 - 2x^2 - 7x - 3$ và $B(x) = -2x^5 + x^4 + 3x^2 + 3x - 3$

$$M(x) = A(x) + B(x) = -4x^5 + 2x^4 + x^2 - 4x - 6$$

$$N(x) = A(x) - B(x) = -5x^2 - 10x$$

Câu 20. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)

Tìm hệ số a trong đa thức $P(x) = 2x^2 + ax + 2$ biết $x = -2$ là nghiệm của đa thức $P(x)$

Lời giải

Vì $x = -2$ là nghiệm của đa thức nên $P(2) = 0 \Rightarrow 2.2^2 + 2.a + 2 = 0 \Rightarrow a = -5$.
 Vậy $a = -5$.

Câu 21. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2018 - 2019)

Cho đa thức $f(x) = ax + b$. Tìm a, b biết $f(1) = 3$ và $f(-2) = 0$.

Lời giải

Ta có $f(1) = 3 \Rightarrow a.1 + b = 3 \Rightarrow a + b = 3 \Rightarrow b = 3 - a$
 $f(-2) = 0 \Rightarrow -2a + b = 0 \Rightarrow -2a + 3 - a = 0 \Rightarrow -3a = -3 \Rightarrow a = 1$
 Thay $a = 1$ vào $b = 3 - a$ ta được $b = 2$
 Vậy $a = 1, b = 2$.

Câu 22. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2018 - 2019)

Cho 2 đa thức $f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - 2$ và $g(x) = m^2x^2 + 2(m-1)x + 5$

- Tìm m để $f(-1) = g(1)$.
- Với giá trị m tìm được ở câu a, tìm đa thức $h(x) = 2f(x) - g(x)$.
- Với đa thức $h(x)$ ở câu b. Tìm nghiệm của đa thức $h(x) + 3x^2 - 9$.

Lời giải

a) Ta có $f(-1) = (-1)^2 + 2m(-1) + m^2 - 2 = m^2 - 2m - 1$
 $g(1) = m^2.1^2 + 2(m-1).1 + 5 = m^2 + 2m + 3$

Để $f(-1) = g(1) \Rightarrow m^2 - 2m - 1 = m^2 + 2m + 3 \Rightarrow m = -1$.

b) Với $m = -1$ thì $f(x) = x^2 - 2x - 1$ và $g(x) = x^2 - 4x + 5$

$$h(x) = 2f(x) - g(x) = 2.(x^2 - 2x - 1) - (x^2 - 4x + 5)$$

$$h(x) = x^2 - 7$$

c) Ta có $h(x) + 3x^2 - 9 = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 7 + 3x^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x = \pm 2$$

Câu 23. (HSG 7 huyện Thường Tín 2018 - 2019)

Cho $f(x) = x(x^{19} - x^5 - x^{2018})$; $g(x) = x^{2019} - x^{20} + 9 + x^2(x^4 + x^2 + 2)$ Tính
 $k(x) = f(x) + g(x)$

Lời giải

$$k(x) = f(x) + g(x)$$

Ta có

$$k(x) = x(x^{19} - x^5 - x^{2018}) + x^{2019} - x^{20} + 9 + x^2(x^4 + x^2 + 2)$$

$$k(x) = x^4 + 2x^2 + 9$$

Câu 24. (HSG 7 trường THCS Nhơn Trí 2018 - 2019)

Tìm giá trị của m để đa thức sau là đa thức bậc 3 theo biến x

$$f(x) = (m^2 - 25)x^4 + (20 + 4m)x^3 + 7x^2 - 9$$

Lời giải

$$f(x) = (m^2 - 25)x^4 + (20 + 4m)x^3 + 7x^2 - 9$$

là đa thức bậc 3 biến x khi :

$$\begin{cases} m^2 - 25 = 0 \\ 20 + 4m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 5 \\ m \neq -5 \end{cases} \Rightarrow m = 5$$

Vậy $m = 5$ thì $f(x)$ là đa thức bậc 3 biến x .

Câu 25. (HSG 7 huyện Tân Tạo và Huyện Phú Khánh 2018-2019)

Tìm đa thức bậc hai biết $f(x) - f(x-1) = x$. Từ đó áp dụng tính tổng $S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

Lời giải

Đa thức bậc hai cần tìm có dạng: $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Ta có: $f(x-1) = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$

$$f(x) - f(x-1) = 2ax - a + b = x \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 1 \\ b - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy đa thức cần tìm là $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + c$ (c là hằng số tùy ý)

Áp dụng:

Với $x = 1$, ta có: $1 = f(1) - f(0)$

Với $x = 2$, ta có: $1 = f(2) - f(1)$

.....

Với $x = n$, ta có: $n = f(n) - f(n-1)$

$$\Rightarrow S = 1 + 2 + 3 + \dots + n = f(n) - f(0) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} + c - c = \frac{n(n+1)}{2}$$

Câu 26. (HSG 7 huyện năm 2022 - 2023)

$$f(x) = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x;$$

Cho hai đa thức

$$g(x) = 5x^4 - x^5 + x^2 - 2x^3 + 3x^2 - \frac{1}{4}$$

Tính $f(x) + g(x)$ và $f(x) - g(x)$

Lời giải

$$f(x) + g(x) = 12x^4 - 11x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$$

$$f(x) - g(x) = 2x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 6x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

Câu 27. (HSG 7 huyện Hồng Ngự, tỉnh, trường THCS Hậu A 2022 - 2023)

Cho đa thức $P(x) = x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2}x$. Tìm các đa thức $Q(x)$, $R(x)$ sao cho:

a) $P(x) + Q(x) = x^5 - 2x^2 + 1$

b) $P(x) - R(x) = x^3$

Lời giải

a) Ta có: $P(x) + Q(x) = x^5 - 2x^2 + 1$

$$\Rightarrow Q(x) = P(x) - (x^5 - 2x^2 + 1)$$

$$= x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2}x - x^5 + 2x^2 - 1$$

$$= -x^5 + x^4 - x^2 - x - \frac{1}{2}$$

Vậy $Q(x) = -x^5 + x^4 - x^2 - x - \frac{1}{2}$

$$P(x) - R(x) = x^3$$

b)

$$\Rightarrow R(x) = P(x) - x^3$$

$$= x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2}x - x^3$$

$$= x^4 - x^3 - 3x^2 - x + \frac{1}{2}$$

Vậy $R(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 - x + \frac{1}{2}$

Câu 28. (HSG 7 huyện Thạch Thành 2017 - 2018)

1) Tìm đa thức A biết: $A - (3xy - 4y^2) = x^2 - 7xy + 8y^2$

2) Cho hàm số $y = f(x) = ax + 2$ có đồ thị đi qua điểm $A(a-1; a^2+a)$

a) Tìm a

b) Với a vừa tìm được, tìm giá trị của x thỏa mãn $f(2x-1) = f(1-2x)$

Lời giải

$$1) \quad A - (3xy - 4y^2) = x^2 - 7xy + 8y^2$$

$$A = x^2 - 7xy + 8y^2 + (3xy - 4y^2)$$

$$A = x^2 - 4xy + 4y^2$$

2)

a) Vì đồ thị hàm số $y = f(x) = ax + 2$ đi qua điểm $A(a-1; a^2+a)$ nên:

$$a^2 + a = a(a-1) + 2$$

$$\text{Đ } a^2 + a = a^2 - a + 2$$

$$\text{Đ } 2a = 2 \text{ Đ } a = 1$$

b) Với $a = 1$ Đ $y = f(x) = x + 2$

$$\text{ta có: } f(2x-1) = f(1-2x)$$

$$\text{Đ } (2x-1) + 2 = (1-2x) + 2$$

$$\text{Đ } x = \frac{1}{2}$$

Câu 29. (Đề thi HSG 7 năm học 2017 - 2018)

Cho 2 đa thức: $P(x) = x^2 + 2mx + m^2$; $Q(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2$

Tìm m biết $P(1) = Q(-1)$

Lời giải

$$P(1) = 1^2 + 2m \cdot 1 + m^2 = m^2 + 2m + 1$$

$$Q(-1) = 1 - 2m - 1 + m^2 = m^2 - 2m$$

$$\text{Đ } P(1) = Q(-1)$$

$$\text{Đ } m^2 + 2m + 1 = m^2 - 2m$$

$$\text{Đ } 4m = -1 \text{ Đ } m = -\frac{1}{4}$$

Vậy $m = -\frac{1}{4}$ thì thỏa mãn $P(1) = Q(-1)$.

Câu 30. (HSG 7 huyện Khoái Châu 2014 - 2015)

Xác định đa thức $P(x)$ có bậc 2 với hệ số cao nhất bằng 1 và nhận hai số 0; -3 làm nghiệm.

Lời giải

Vì đa thức $P(x)$ có bậc 2 với hệ số cao nhất bằng 1 nên $P(x) = x^2 + ax + b$ (trong đó a, b là các hệ số)

Có 0 là một nghiệm của đa thức $P(x)$, nên $P(0) = b = 0$

Có -3 là một nghiệm của đa thức $P(x)$, nên: $P(-3) = 9 - 3a + 0 = 0 \Rightarrow a = 3$

Vậy đa thức $P(x) = x^2 + 3x$ là đa thức cần tìm.

Câu 31. (HSG 7 huyện Bình Lục 2022 - 2023)

Tìm đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ biết $P(-1) = -1$; $P(0) = 1$; $P(1) = 3$ với x là biến số và a, b, c là các hệ số.

Lời giải

Theo đề bài, ta có:

$$P(-1) = -1 \Rightarrow a - b + c = -1$$

$$P(0) = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$P(1) = 3 \Rightarrow a + b + c = 3$$

Kết hợp lại, tìm được $a = 0, b = 2, c = 1$

Vậy đa thức cần tìm là $P(x) = 2x + 1$

Câu 32. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Hùng Thụ năm 2017 - 2018)

Cho hai đa thức: $A = 5xy^2 + 6x - 3x^2y + 7y^2 + 1$; $B = 5x + 13xy^2 + 3y^2 - 6x^2y + 5$

Tính $A + B$; $A - B$

Lời giải:

$$A + B = 18xy^2 - 9x^2y + 10y^2 + 11x + 6$$

$$A - B = -8xy^2 + 3x^2y + 4y^2 + x - 4$$

Câu 33. (HSG 7 huyện Cự Khê, 2016- 2017)

Cho các đa thức: $P(x) = 3x^4 - x^3 + 4x^2 + 2x + 1$; $Q(x) = -2x^4 - x^2 + x - 2$

a) Tính $P(x) + Q(x)$

b) Tìm đa thức $H(x)$ biết $Q(x) - H(x) = -2x^4 - 2$

c) Tìm nghiệm của đa thức $H(x)$

Lời giải

a) $P(x) + Q(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

b) Ta có: $Q(x) - H(x) = -2x^4 - 2$

$$H(x) = Q(x) + 2x^4 + 2 = -2x^4 - x^2 + x - 2 + 2x^4 + 2 = -x^2 + x$$

c) Xét $H(x) = 0$

$$H(x) = -x^2 + x = x(1 - x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 1$$

Vậy đa thức $H(x)$ có nghiệm là $x = 0$; $x = 1$. Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>