

Câu 1 (6,0 điểm).

a) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^3}{3} - 2mx^2 + (3m+5)x + 2023$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2y^3 + 12y^2 + 25y + 18 = (2x+9)\sqrt{x+4} \\ \sqrt{3x+1} + 3x^2 - 14x - 8 = \sqrt{6-4y-y^2} \end{cases}$$

Câu 2 (5,5 điểm).

a) Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 100\}$ gồm 100 số nguyên dương đầu tiên. Gọi S là tập hợp tất cả các tập con gồm 3 phần tử của A có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Tính xác suất để chọn được phần tử gồm ba số lập thành cấp số nhân có công bội là số nguyên.

b) Cho hàm số $y = x^5 - 5m(m+2)x^3 + \frac{5}{2}(3m^2 + 6m - 1)x^2 + 5m$ (m là tham số). Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 3 (6,0 điểm). Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA, SC , P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = 2PD$

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

b) Tính sin của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (MNP) .

Câu 4 (1,5 điểm). Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB} + \widehat{BSC} + \widehat{CSA} = 180^\circ$ và các cạnh bên $SA = SB = SC = 1$. Chứng minh rằng diện tích toàn phần của hình chóp này không lớn hơn $\sqrt{3}$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a > 1, b > \frac{1}{2}, c > \frac{1}{3}$ và

$\frac{1}{a} + \frac{2}{2b+1} + \frac{3}{3c+2} \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (a-1)(2b-1)(3c-1)$

..... **Hết**

Họ và tên thí sinh

Số báo danh

Lưu ý: Học sinh không được phép sử dụng máy tính bỏ túi.