

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

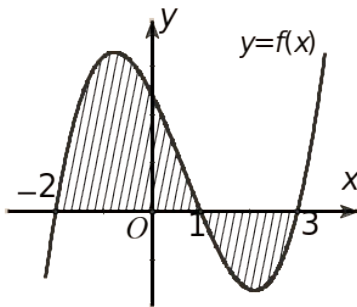
- Câu 1.** Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu
- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$ B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$
- C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$ D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$ B. $F(b) - F(a) = \int_a^b f'(x) dx$
- C. $f(b) - f(a) = \int_a^b F(x) dx$ D. $f'(b) - f'(a) = \int_a^b f'(x) dx$

- Câu 3.** Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng
- A. 20 B. 18 C. 12 D. 10

- Câu 4.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



- A. $S = - \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$ B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$
- C. $S = - \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$ D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

- Câu 5.** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 2$, $y = 2x + 4$, $x = 1$ và $x = 4$. Cho diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{a}{b}$ (đvdt), với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $T = a + b$ bằng:
- A. $T = 67$ B. $T = 25$ C. $T = 76$ D. $T = 23$

- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-2x + 2y - z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là
A. $(4; -4; 2)$ **B.** $(-2; 2; -3)$ **C.** $(-4; 4; 2)$ **D.** $(0; 0; -3)$
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .
A. $2y + 3z - 11 = 0$ **B.** $2x - 3y - 11 = 0$ **C.** $x - 3y + 2z - 5 = 0$ **D.** $3y + 2z - 11 = 0$
- Câu 8.** Cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-7}{5}$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?
A. $M(1; -3; 5)$ **B.** $N(2; -1; 7)$ **C.** $P(1; -3; 7)$ **D.** $Q(3; -5; 7)$
- Câu 9.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu tâm $I(-1; 2; -3)$ và đi qua điểm $M(0; 3; 2)$?
A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 13$ **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{13}$
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$ **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{27}$
- Câu 10.** Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2; P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,3$. Tính $P(\overline{AB})$.
A. $0,18$ **B.** $0,42$ **C.** $0,24$ **D.** $0,02$
- Câu 11.** Một nhóm học sinh có 30 học sinh, trong đó có 16 em học khá môn Toán, 25 em học khá môn Hóa học, 12 em học khá cả hai môn Toán và Hóa học. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số đó. Tính xác suất để học sinh đó học khá môn Toán biết rằng học sinh đó học khá môn Hóa học.
A. $0,53$ **B.** $0,75$ **C.** $0,48$ **D.** $0,84$
- Câu 12.** Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng
A. $0,5$ **B.** $0,6$ **C.** $0,8$ **D.** $0,2$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(-\infty; 0)$. Biết rằng $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$.
a) $f(1) = 2$. Khi đó $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 2$.
b) $f(1) = 0$. Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm.
c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(-1; 2)$. Khi đó $f(2) = \frac{13}{2}$.
d) $f(-2) = \frac{1}{4}$. Hàm số $g(x) = xf(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$; $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+t \\ z = 2-mt \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-3=0$.

a) Khi $m=0$, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135° .

b) $\cos(d_1, Ox) = \frac{-1}{3}$.

c) Đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với mặt phẳng (P) tạo với đường thẳng d_1 một góc α có $\cos \alpha = \frac{4}{9}$.

d) Khi $m = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 90° . Giá trị biểu thức $a^2 + b^2 = 13$.

Câu 3. Trong mặt phẳng $(Oxyz)$

a) Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính $R = 2$.

b) Mặt cầu $(S): 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 8y - 12z = 0$ có tâm $I(2; -4; 6)$ và bán kính $R = 2\sqrt{14}$.

c) Mặt cầu đường kính AB với $A(0; 1; -2)$ và $B(2; -1; -4)$ có tâm $I(1; 0; -3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

d) Mặt cầu tâm $I(1; 2; 4)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$ có bán kính $R = \sqrt{3}$.

Câu 4. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ”, B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ”
Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

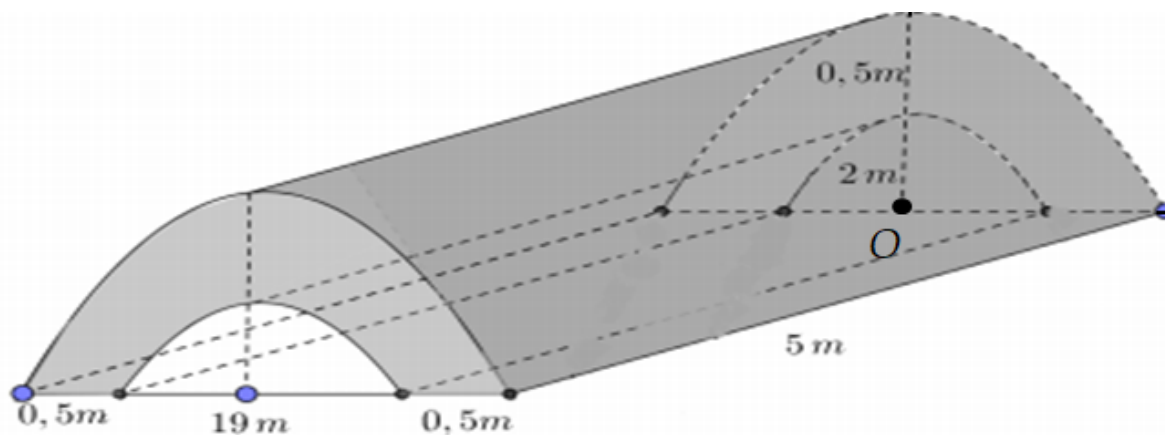
c) Gọi $\bar{B}$ là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$.

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ bằng (làm tròn tới hàng phần chục)

Câu 2. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol)



Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét).

Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi toạ độ của điểm $M(a;b;c)$. Tính $a + 3b + c$.



Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$, $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$, $(Q): x + 2y - 2z + 4 = 0$. Gọi mặt cầu $S(I,R)$ có tâm I thuộc Δ và tiếp xúc với $(P), (Q)$. Khi đó đường kính của mặt cầu có giá trị bằng bao nhiêu?

Câu 6. Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách $30m$; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách $40m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.

ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	A	D	B	A	A	A	C	C	B	C	C

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

CÂU 1	CÂU 2	CÂU 3	CÂU 4
a) Đúng	a) Sai	a) Đúng	a) Đúng
b) Sai	b) Sai	b) Sai	b) Đúng
c) Đúng	c) Đúng	c) Sai	c) Sai
d) Sai	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	10, 2	40	- 12	6	2	0,75

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

- Câu 1.** Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu
- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
- C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$. B. $F(b) - F(a) = \int_a^b f'(x) dx$.
- C. $f(b) - f(a) = \int_a^b F(x) dx$. D. $f'(b) - f'(a) = \int_a^b f'(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$$

Ta có:

Câu 3.

Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng

A. 20.

B. 18.

C. 12.

D. 10.

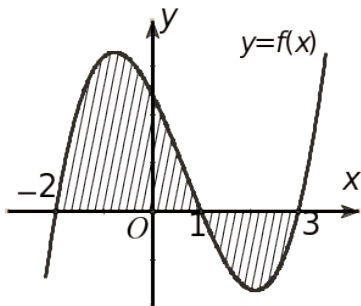
Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 2x dx = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 2 + (9 - 1) = 10$.

Câu 4.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $S = - \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$

C. $S = - \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn B

$$S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx = \int_{-2}^1 |f(x)| dx + \int_1^3 |f(x)| dx = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$$

Ta có

Câu 5.

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 2$, $y = 2x + 4$, $x = 1$ và $x = 4$. Cho diện tích

hình phẳng (H) bằng $\frac{a}{b}$ (đvdt), với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $T = a + b$ bằng:

A. $T = 67$.

B. $T = 25$.

C. $T = 76$.

D. $T = 23$.

Lời giải

Chọn A

$$S = \int_1^4 |(x^2 + x - 2) - (2x + 4)| dx = \int_1^4 |x^2 - x - 6| dx$$

Ta có diện tích hình phẳng (H) bằng

Phương trình $x^2 - x - 6 = 0$ có nghiệm $x = -2$ (loại), $x = 3$ (nhận).

$$S = \left| \int_1^3 (x^2 - x - 6) dx \right| + \left| \int_3^4 (x^2 - x - 6) dx \right| = \frac{22}{3} + \frac{17}{6} = \frac{61}{6}$$

Suy ra

Do đó $a = 61$ và $b = 6$.

Vậy $T = a + b = 67$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-2x + 2y - z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là

A. $(4; -4; 2)$

B. $(-2; 2; -3)$

C. $(-4; 4; 2)$

D. $(0; 0; -3)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào mặt phẳng (P) , ta được vector pháp tuyến là $(-2; 2; -1)$. Chọn đáp án A vì nó cùng phương với $(-2; 2; -1)$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $2y + 3z - 11 = 0$

B. $2x - 3y - 11 = 0$

C. $x - 3y + 2z - 5 = 0$

D. $3y + 2z - 11 = 0$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$, vector pháp tuyến của mp (P) là $\overrightarrow{n_p} = (1; -3; 2)$.

Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_p}] = (0; 8; 12)$ là vector pháp tuyến của mp (Q) .

Mp (Q) đi qua điểm $A(2; 4; 1)$ suy ra phương trình tổng quát của mp (Q) là:

$$0(x - 2) + 8(y - 4) + 12(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$$

Câu 8. Cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-7}{5}$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

A. $M(1; -3; 5)$

B. $N(2; -1; 7)$

C. $P(1; -3; 7)$

D. $Q(3; -5; 7)$

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ các điểm vào PT đường thẳng ta có $P(1; -3; 7) \in \Delta$.

Câu 9. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu tâm $I(-1; 2; -3)$ và đi qua điểm $M(0; 3; 2)$

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 13$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{13}$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{27}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $IM = (1; 1; 5) \Rightarrow R = IM = \sqrt{27}$

Phương trình mặt cầu $I(-1; 2; -3)$, $R = \sqrt{27}$ có dạng $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$.

- Câu 10.** Cho hai biến cố A và B có $P(A)=0,2; P(B)=0,6; P(A|B)=0,3$. Tính $P(\overline{AB})$,
 A. 0,18. B. 0,42. C. 0,24. D. 0,02.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính xác suất có điều kiện ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \Rightarrow P(AB) = P(A|B) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18$$

Vì $\overline{AB}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên theo tính chất của xác suất, ta có:
 $P(\overline{AB}) + P(AB) = P(B) \Rightarrow P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,6 - 0,18 = 0,42$

- Câu 11.** Một nhóm học sinh có 30 học sinh, trong đó có 16 em học khá môn Toán, 25 em học khá môn Hóa học, 12 em học khá cả hai môn Toán và Hóa học. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số đó. Tính xác suất để học sinh đó học khá môn Toán biết rằng học sinh đó học khá môn Hóa học.
 A. 0,53. B. 0,75. C. 0,48. D. 0,84.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là biến cố: “Học sinh đó học khá môn Toán”, B là biến cố: “Học sinh đó học khá môn Hóa học”.

Từ bài ra ta có $P(A) = \frac{16}{30}$, $P(B) = \frac{25}{30}$; $P(AB) = \frac{12}{30}$.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{12}{25} = 0,48$$

- Câu 12.** Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A)=0,3, P(B)=0,6$ và $P(A|B)=0,4$ thì $P(B|A)$ bằng
 A. 0,5. B. 0,6. C. 0,8. D. 0,2.

Lời giải

Chọn C

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6 \cdot 0,4}{0,3} = 0,8.$$

Theo công thức Bayes, ta có

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(-\infty; 0)$. Biết rằng $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$.

a) $f(1) = 2$. Khi đó $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 2$.

b) $f(1) = 0$. Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm.

c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(-1; 2)$. Khi đó $f(2) = \frac{13}{2}$.

d). $f(-2) = \frac{1}{4}$. Hàm số $g(x) = xf(x)$ có 3 điểm cực trị.

Lời giải

$$f(x) = \int f'(x) = \int \left(2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C$$

a)

$$f(1) = 2 \Rightarrow C = 2$$

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 2$$

Suy ra

Chọn ĐÚNG.

$$f(x) = \int f'(x) = \int \left(2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C$$

b)

$$f(1) = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Suy ra

Vậy phương trình $f(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm.

Chọn SAI.

$$f(x) = \int f'(x) = \int \left(2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C$$

c)

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(-1; 5)$ ta được $2 + C = 5 \Rightarrow C = 3$

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 3$$

Suy ra

$$f(2) = 2^2 - \frac{1}{2} + 3 = \frac{13}{2}$$

Chọn ĐÚNG.

$$f(-2) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4 + \frac{1}{4} + C = \frac{1}{4} \Leftrightarrow C = -4$$

d)

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{x} - 4$$

$$g(x) = xf(x) = x \left(x^2 - \frac{1}{x} - 4 \right) = x^3 - 4x$$

$$g'(x) = 3x^2 - 4, \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}, \text{ nên hàm số } y = g(x) \text{ có 2 điểm cực trị.}$$

Chọn SAI.

Câu 2.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng
(P): $2x + 2y + z - 3 = 0$

$$d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}; \quad d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+t \\ z = 2-mt \end{cases} \text{ và mặt phẳng}$$

a) Khi $m = 0$, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135° .

$$\cos(d_1, Ox) = \frac{-1}{3}$$

b)

c) Đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với mặt phẳng (P) tạo với đường thẳng d_1 một góc α có $\cos \alpha = \frac{4}{9}$.

d) Khi $m = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 90° . Giá trị biểu thức $a^2 + b^2 = 13$.

Lời giải

$$d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2} \text{ có vector chỉ phương là } u = (-1; -2; 2)$$

a) Khi $m = 0$, đường thẳng d_2 có vector chỉ phương là $v = (1; 1; 0)$

$$\cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 45° .

Chọn SAI.

b) Trục Ox có vector chỉ phương là $i = (1; 0; 0)$

$$\cos(d_1, Ox) = |\cos(\vec{u}, \vec{i})| = \frac{1}{3}$$

Chọn SAI.

c) Mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$ có vector pháp tuyến là $n = (2; 2; 1)$

Đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có vector chỉ phương là $n = (2; -2; 1)$

$$\cos(d_1, \Delta) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{4}{9}$$

Chọn ĐÚNG.

d) Số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 90° khi hai đường thẳng vuông góc

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow -3 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$$

Khi đó

Suy ra $a = -3; b = 2$

Vậy $a^2 + b^2 = 13$

Chọn ĐÚNG.

Câu 3. Trong mặt phẳng $(Oxyz)$

a) Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính $R = 2$.

b) Mặt cầu $(S): 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 8y - 12z = 0$ có tâm $I(2; -4; 6)$ và bán kính $R = 2\sqrt{14}$.

c) Mặt cầu đường kính AB với $A(0; 1; -2)$ và $B(2; -1; -4)$ có tâm $I(1; 0; -3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

d) Mặt cầu tâm $I(1; 2; 4)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$ có bán kính $R = \sqrt{3}$.

Lời giải

a) Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có $a = 1, b = -2, c = 0, d = 1$

$\Rightarrow$ tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 2$.

Chọn ĐÚNG.

b) Ta có $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 8y - 12z = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 0$ có $a = 1, b = -2, c = 3, d = 0$

$\Rightarrow$ Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{14}$.

Chọn SAI.

c) Ta có tâm I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1; 0; -3)$ và bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(2-0)^2 + (-1-1)^2 + (-4+2)^2}}{2} = \sqrt{3}$$

Chọn SAI.

$$R = d(I, (P)) = \frac{|1+2-4-2|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}} = \sqrt{3}$$

d) Ta có

Chọn ĐÚNG.

Câu 4. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ”, B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ”
Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

c) Gọi $\bar{B}$ là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh” thì $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Lời giải

a) Ta có: B là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ” nên

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{10} = 0,5$$

Chọn ĐÚNG.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có 7

bi đỏ và 4 bi xanh nên $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

Chọn ĐÚNG.

c) Gọi $\bar{B}$ là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh”

Nếu viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có

$$P(A|\bar{B}) = \frac{6}{11}$$

6 bi đỏ và 5 bi xanh. Khi đó

Chọn SAI.

d) Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$

Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là:

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,5 \cdot \frac{7}{11} + 0,5 \cdot \frac{6}{11} = \frac{13}{22}$$

Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Câu 1. Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ bằng (làm tròn tới hàng phần chục)

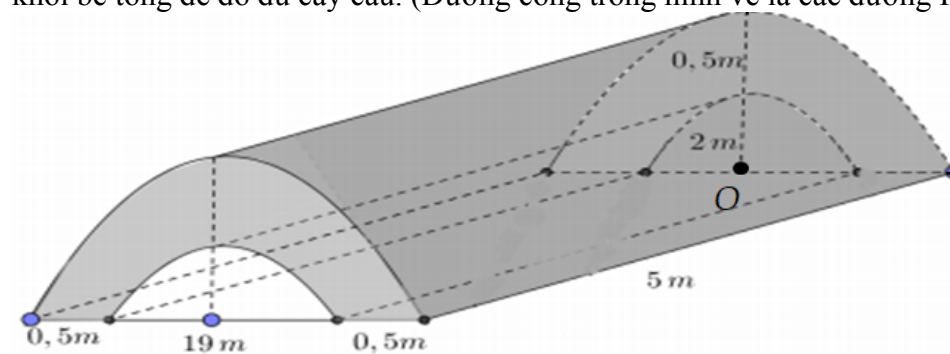
Lời giải

Trả lời: 10,2

Gọi S là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$. Ta có

$$\begin{aligned} S &= \int_1^4 |v(t)| dt = \int_1^4 |t^2 - t - 6| dt = \int_1^3 |t^2 - t - 6| dt + \int_3^4 |t^2 - t - 6| dt \\ &= \left| -\frac{22}{3} \right| + \left| \frac{17}{6} \right| = \frac{61}{6} \approx 10,2 (m) \end{aligned}$$

Câu 2. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol)



Lời giải

Trả lời: 40

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

$$V = \int_{-10}^{-9,5} 5 \cdot \left(\frac{-1}{40}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx + \int_{-9,5}^{9,5} 5 \cdot \left(\frac{-41}{14440}x^2 + \frac{1}{2} \right) dx + \int_{9,5}^{10} 5 \cdot \left(\frac{-1}{40}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx = 40$$

Vậy

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: - 12

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (a; b; c)$, $\vec{n}_{(Q)} = (3; 1; 1)$

Mặt phẳng (P) qua hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q)

$$\begin{cases} 3a + 2b + c = 27 \\ -3a + 5b + 2c = 27 \\ 3a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 27 \\ c = -45 \end{cases} \text{ . Vậy } S = a + b + c = -12 \text{ .}$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2; 1; 5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (0; -2; 6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).

Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ của điểm $M(a; b; c)$. Tính $a + 3b + c$.



Lời giải

Trả lời: 6

$$d: \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 - 2k \\ z = 5 + 6k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$$

Phương trình tham số của đường cáp là:

Do tốc độ chuyển động của cabin là 4 m/s nên độ dài $AM = 4t$ (m). Vì vậy sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M thì $AM = 4 \cdot 5 = 20$ (m).

$$\forall I \quad M \in d \Rightarrow M(-2; 1-2k; 5+6k)$$

$\overline{AM}(0; -2k; 6k)$. Do 2 vec tơ $\overline{AM}; u$ cùng hướng $k > 0$

$$AM = 20 \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + 4k^2 + 36k^2} = 20 \Leftrightarrow 40k^2 = 400 \Leftrightarrow k = \pm\sqrt{10}$$

$$\forall I \quad k > 0 \Rightarrow k = \sqrt{10}$$

Vậy tọa độ $M(-2; 1-2\sqrt{10}; 5+6\sqrt{10})$. Khi đó $a+3b+c = -2+3(1-2\sqrt{10})+5+6\sqrt{10} = 6$

Câu 5.

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$, $(P): x+2y-2z-2=0$, $(Q): x+2y-2z+4=0$. Gọi mặt cầu $S(I, R)$ có tâm I thuộc Δ và tiếp xúc với $(P), (Q)$. Khi đó đường kính của mặt cầu có giá trị bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có: phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=2-3t \\ y=1+2t \\ z=1+2t \end{cases}$. Vì $I \in \Delta \Rightarrow I(2-3t; 1+2t; 1+2t)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2-3t; 1+2t; 1+2t)$ thuộc Δ và tiếp xúc với $(P), (Q)$ nên ta có:

$$d(I, (P)) = d(I, (Q)) \Leftrightarrow \frac{|(2-3t)+2(1+2t)-2(1+2t)-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = \frac{|(2-3t)+2(1+2t)-2(1+2t)+4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}$$

$$\Leftrightarrow |-3t| = |-3t+6| \Rightarrow t=1$$

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 3; 3)$ và bán kính $R=1$.

Vậy đường kính của mặt cầu (S) bằng 2.

Câu 6.

Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách $30m$; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách $40m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.

Lời giải

Trả lời: 0,75

Gọi A là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ hai”

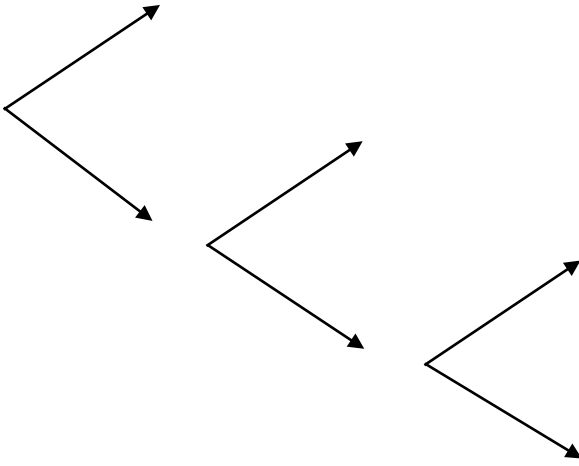
Gọi C là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ ba”

Ta có: $P(A) = 0,5$

Vì xác suất bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn nên ta có

$$P(B|\overline{A}) = \frac{20 \cdot 0,5}{30} = \frac{1}{3}; \quad P(C|\overline{A} \cdot \overline{B}) = \frac{20 \cdot 0,5}{40} = \frac{1}{4}$$

Ta có sơ đồ cây



Xác suất để người thợ săn bắn được thỏ là $P(A) + P(\overline{A}B) + P(\overline{A}\overline{B}C) = 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} + 0,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = 0,75$.