

Người làm: Trần Thị Huyền
Zalo: Trần Thị Huyền - số đt zalo: 0949338870
Email: thaikiethuyenson@gmail.com

CĐ9: TỈ LỆ THỨC VÀ DÂY TỈ SỐ BẰNG NHAU

Dạng 1: Tìm số hạng chưa biết dựa vào tỉ lệ thức

Câu 1: (HSG 7 huyện Trà My, tỉnh Quảng Nam, trường THCS Trà My 2022 - 2023)

Tìm x, y, z biết $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3}$ và $x-3y+4z=4$

Lời giải

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3} = \frac{x-1}{2} = \frac{3y-9}{12} = \frac{4z-8}{12} = \frac{x-1-3y+9+4z-8}{2-12+12} = 2$$

Do đó:

$$\frac{x-1}{2} = 2 \Rightarrow x-1=4 \Rightarrow x=5$$

$$\frac{y-3}{4} = 2 \Rightarrow y-3=8 \Rightarrow y=11$$

$$\frac{z-2}{3} = 2 \Rightarrow z-2=6 \Rightarrow z=8$$

Vậy $x=5; y=11; z=8$

Câu 2: (HSG 7 huyện Quế Sơn, tỉnh Quảng Nam, trường THCS Quế sơn 2022 - 2023)

a) Tìm x, y biết $\frac{4+x}{7+y} = \frac{4}{7}$ và $x+y=22$

b) Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ và $\frac{y}{5} = \frac{z}{6}$. Tính $M = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$

Lời giải

$$a) \frac{4+x}{7+y} = \frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow 7(4+x) = 4(7+y)$$

$$\Rightarrow 28+7x = 28+4y$$

$$\Rightarrow 7x = 4y$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{7}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{x+y}{4+7} = \frac{22}{11} = 2$$

Do đó

$$\frac{x}{4} = 2 \Rightarrow x = 8$$

$$\frac{y}{7} = 2 \Rightarrow y = 14$$

Vậy $x=8; y=14$

$$\text{b) } \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6} \Rightarrow \frac{y}{20} = \frac{z}{24} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24} \quad (1)$$

$$(1) \Rightarrow \frac{2x}{30} = \frac{3y}{60} = \frac{4z}{96} = \frac{2x+3y+4z}{30+60+96}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{3x}{45} = \frac{4y}{80} = \frac{5z}{120} = \frac{3x+4y+5z}{45+80+120}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{30+60+96} : \frac{3x+4y+5z}{45+80+120} = \frac{2x}{30} : \frac{3x}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{186} \cdot \frac{245}{3x+4y+5z} = 1 \Rightarrow M = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z} = \frac{186}{245}$$

$$M = \frac{186}{245}$$

Vậy

Câu 3: (HSG 7 huyện Vị Thanh, tỉnh Hậu Giang, trường THCS Viêt Xuân 2022 - 2023)

Cho 4 số a, b, c, d biết $a=3b=4c=5d$ và $ab - c^2 - d^2 = 831$ Tính $b - c$

Lời giải

$$a=3b=4c=5d$$

$$\Rightarrow \frac{a}{60} = \frac{b}{20} = \frac{c}{15} = \frac{d}{12} \Leftrightarrow \frac{ab}{1200} = \frac{c^2}{225} = \frac{d^2}{144} = \frac{ab - c^2 - d^2}{1200 - 225 - 144} = \frac{831}{831} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2}{144} = 1 \Rightarrow d = \pm 12$$

$$\left[\begin{array}{l} d=12 \Rightarrow b=20, c=15 \Rightarrow b-c=5 \\ d=-12 \Rightarrow b=-20; c=-15 \Rightarrow b-c=-5 \end{array} \right.$$

$$\text{Vậy } d=12 \Rightarrow b-c=5$$

$$\text{Và } d=-12 \Rightarrow b-c=-5$$

Câu 4: (HSG 7 huyện Quế Sơn, tỉnh Quảng Nam, trường THCS Quế sơn 2022 - 2023)

Tìm các số x, y, z biết rằng: $3x = 4y, 5y = 6z$ và $xyz = 30$

Lời giải

Từ

$$3x = 4y \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{6}$$

$$5y = 6z \Rightarrow \frac{y}{6} = \frac{z}{5}$$

Suy ra:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5}$$

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = k \Rightarrow x = 8k, y = 6k, z = 5k$$

$$xyz = 30 \Rightarrow 8k.6k.5k = 30 \Leftrightarrow k^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 4, y = 3, z = \frac{5}{2}$$

$$x = 4; y = 3; z = \frac{5}{2}$$

Vậy

Câu 5: (HSG 7 huyện Bến Lức, tỉnh Long An, trường THCS Thị Trấn 2022 - 2023)

Tìm a, b, c biết $\frac{12a - 15b}{7} = \frac{20c - 12a}{9} = \frac{15b - 20c}{11}$ và $a + b + c = 48$

Lời giải

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{12a - 15b}{7} = \frac{20c - 12a}{9} = \frac{15b - 20c}{11} = \frac{12a - 15b + 20c - 12a + 15b - 20c}{27} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{12a - 15b}{7} = 0 \Rightarrow 12a = 15b \\ \frac{20c - 12a}{9} = 0 \Rightarrow 20c = 12a \end{array} \right\} \Rightarrow 12a = 15b = 20c \Rightarrow \frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{20}$$

Và $a + b + c = 48$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{20} = \frac{a + b + c}{\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}} = \frac{48}{\frac{1}{5}} = 24$$

$$\Rightarrow a=20, b=16, c=12$$

$$a=20; b=16; c=12$$

Vậy

Câu 6: (HSG 7 TP Thanh Hoá, tỉnh, Thanh Hoá trường THCS Lý Tự Trọng 2022 - 2023)

$$\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$$

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn

Tính giá trị của biểu thức $A = 2016.x + y^{2017} + z^{2017}$

Lời giải

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z} = 2$$

$$\Rightarrow x+y+z=0,5 \Rightarrow \frac{0,5-x+1}{x} = \frac{0,5-y+2}{y} = \frac{0,5-z-3}{z} = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}; y = \frac{5}{6}; z = -\frac{5}{6}$$

$$\text{Khi đó ta có } A = 2016.x + y^{2017} + z^{2017} = 2016.\frac{1}{2} + 0 = 1008$$

$$\text{Khi đó ta có } A = 2016.\frac{1}{2} + 0 = 1008$$

$$\text{Vậy: } A = 1008 \text{ với } x, y, z \text{ là các số thực thỏa mãn } \frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$$

Câu 7: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Trung 2022 - 2023)

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$Q = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$$

Tính giá trị biểu thức Q , biết:

Lời giải

Biến đổi

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

$$\frac{2a+b+c+d}{a} - 1 = \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1$$

$$\frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d}$$

$$\text{+Nếu } a+b+c+d \neq 0 \text{ thì } a=b=c=d \Rightarrow Q=1+1+1+1=4$$

+Nếu $a + b + c + d = 0$ thì

$$a + b = -(c + d); b + c = -(d + a); c + d = -(a + b); d + a = -(b + c)$$

$$\Rightarrow Q = (-1) + (-1) + (-1) + (-1) = -4$$

Vậy $Q = 4$ khi $a + b + c + d \neq 0$

$$Q = -4 \text{ khi } a + b + c + d = 0$$

Câu 8: (HSG 7 huyện Than Uyên, tỉnh Lai Châu, trường THCS Mường Than 2022 - 2023)

$$\text{Tìm } a, b, c \text{ biết } \frac{12a - 15b}{7} = \frac{20c - 12a}{9} = \frac{15b - 20c}{11} \text{ và } a + b + c = 48$$

Lời giải

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{12a - 15b}{7} = \frac{20c - 12a}{9} = \frac{15b - 20c}{11} = \frac{12a - 15b + 20c - 12a + 15b - 20c}{27} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{12a - 15b}{7} = 0 \Rightarrow 12a = 15b \\ \frac{20c - 12a}{9} = 0 \Rightarrow 20c = 12a \end{array} \right\} \Rightarrow 12a = 15b = 20c \Rightarrow \frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{20}$$

$$\text{Và } a + b + c = 48$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a}{12} = \frac{b}{15} = \frac{c}{20} = \frac{a + b + c}{\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}} = \frac{48}{\frac{1}{5}} = 24$$

$$\Rightarrow a = 20, b = 16, c = 12$$

$$\text{Vậy } a = 20; b = 16; c = 12$$

Câu 9: (HSG 7 huyện Đức Thọ, tỉnh Hà Tĩnh, trường THCS Hoàng Xuân Hãn 2022 - 2023)

Tìm các cặp số $(x; y)$ biết:

$$a) \frac{x}{5} = \frac{y}{9} \text{ và } xy = 405$$

$$b) \frac{1 + 5y}{24} = \frac{1 + 7y}{7x} = \frac{1 + 9y}{2x}$$

Lời giải

a) Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{9} \Rightarrow \frac{x^2}{25} = \frac{y^2}{81} = \frac{xy}{5 \cdot 9} = \frac{405}{45} = 9$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \cdot 25 = 15^2 \Rightarrow x = \pm 15$$

$$\Rightarrow y^2 = 9 \cdot 81 = 27^2 \Rightarrow y = \pm 27$$

$$x, y \text{ cùng dấu nên: } \begin{cases} x = 15; y = 27 \\ x = -15; y = -27 \end{cases}$$

Do

$$\text{Vậy } (x; y) \in \{(-15; -27); (15; 27)\}$$

$$\text{b) } \frac{1+5y}{24} = \frac{1+7y}{7x} = \frac{1+9y}{2x}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1+5y}{24} = \frac{1+7y}{7x} = \frac{1+9y}{2x} &= \frac{1+9y - 1 - 7y}{2x - 7x} = \frac{2y}{-5x} = \frac{1+7y - 1 - 5y}{7x - 24} = \frac{2y}{7x - 24} \\ \Rightarrow \frac{2y}{-5x} &= \frac{2y}{7x - 24} \Rightarrow -5x = 7x - 24 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Thay $x = 2$ vào trên ta được:

$$\frac{1+5y}{24} = \frac{y}{-5} \Rightarrow -5 - 25y = 24y \Rightarrow 49y = -5 \Rightarrow y = -\frac{5}{49}$$

$$\text{Vậy } x = 2; y = -\frac{5}{49} \text{ thỏa mãn đề bài}$$

Câu 10: (HSG 7 huyện Thanh Oai, tỉnh Hà Nội, trường THCS Bích Hoà 2022 - 2023)

$$x, y \text{ biết: } \frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$$

Tìm

Lời giải

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x} &= \frac{1+7y - 1 - 5y}{4x - 5x} = \frac{2y}{-x} = \frac{1+5y - 1 - 3y}{5x - 12} = \frac{2y}{5x - 12} \\ \Rightarrow \frac{2y}{-x} &= \frac{2y}{5x - 12} \Rightarrow -x = 5x - 12 \Rightarrow x = 2 \\ \Rightarrow \frac{1+3y}{12} &= \frac{2y}{-2} = -y \Rightarrow 1+3y = -12y \Rightarrow y = -\frac{1}{15} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } x = 2; y = -\frac{1}{15}.$$

Câu 11: (HSG 7 huyện Thanh Oai, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Phú Trường 2022 – 2023)

- a) Tính giá trị của biểu thức $\frac{2a - 5b}{a - 3b}$ với $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$
- b) Tìm các số a, b, c biết $ab = 2, bc = 6, ac = 3$

Lời giải

$$a) \frac{2a - 5b}{a - 3b} = \frac{2\left(\frac{a}{b}\right) - 5}{\left(\frac{a}{b}\right) - 3} = \frac{2 \cdot \frac{3}{5} - 5}{\frac{3}{5} - 3} = \frac{14}{9}$$

b) Theo đề bài: $ab = 2, bc = 6, ac = 3$

Ta có: $ab \cdot bc \cdot ac = 2 \cdot 6 \cdot 3 \Leftrightarrow a^2 b^2 c^2 = 36 \Leftrightarrow abc = \pm 6$

Trường hợp 1:

$$abc = 6, ab = 2 \Rightarrow c = 3$$

$$abc = 6, bc = 6 \Rightarrow a = 1$$

$$abc = 6, ac = 3 \Rightarrow b = 2$$

Trường hợp 2:

$$abc = -6, ab = 2 \Rightarrow c = -3$$

$$abc = -6, bc = 6 \Rightarrow a = -1$$

$$abc = -6, ac = 3 \Rightarrow b = -2$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}; \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

Câu 12: (HSG 7 huyện Chương Mỹ, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Trường Yên 2022 - 2023)

x, y, z biết: $2x = 3y; 4y = 5z$ và $4x - 3y + 5z = 7$

Tìm

và

Lời giải

$$2x = 3y; 4y = 5z; 8x = 12y = 15z$$

Từ

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{1}{8}} = \frac{y}{\frac{1}{12}} = \frac{z}{\frac{1}{15}} = \frac{4x}{\frac{1}{2}} = \frac{3y}{\frac{1}{4}} = \frac{5z}{\frac{1}{3}} = \frac{4x - 3y + 5z}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{7}{\frac{7}{12}} = 12$$

$$\Rightarrow x = 12 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{2}; y = 12 \cdot \frac{1}{12} = 1; z = 12 \cdot \frac{1}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{3}{2}; y = 1; z = \frac{4}{5}$$

Câu 13: (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Lê Đình Kiên 2022 - 2023)

- a) Tìm các số x, y, z biết rằng: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}; \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ và $2x - 3y + z = 6$

b) Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

$$M, \text{ với } M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$$

Tính giá trị của biểu thức

Lời giải

a) Vì $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12}; \frac{y}{3} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{z}{20} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{20} \Rightarrow \frac{2x}{18} = \frac{3y}{36} = \frac{z}{20}$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{2x}{18} = \frac{3y}{36} = \frac{z}{20} = \frac{2x - 3y + z}{18 - 36 + 20} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow x = 27, y = 36, z = 60$$

b) Từ giả thiết suy ra

$$\begin{aligned} \frac{2a+b+c+d}{a} - 1 &= \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1 \\ \Rightarrow \frac{a+b+c+d}{a} &= \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d} \end{aligned}$$

*Nếu $a+b+c+d=0$ thì

$$a+b = -(c+d); b+c = -(d+a); c+d = -(a+b); d+a = -(b+c)$$

Khi đó $M = (-1) + (-1) + (-1) + (-1) = -4$

*Nếu $a+b+c+d \neq 0$ thì $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ nên $a=b=c=d$

Khi đó $M = 1+1+1+1 = 4$

Vậy $M = 4$ khi $a+b+c+d \neq 0$

$M = -4$ khi $a+b+c+d = 0$

Câu 14: (HSG 7 huyện Chương Mỹ, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Kỳ Xuân 2022 – 2023)

a) Tìm x, y, z biết $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}, \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ và $2x - 3y + z = 6$

b) Tìm hai số x, y biết rằng: $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $xy = 40$

Lời giải

a) Từ giả thiết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12}$ (1); $\frac{y}{3} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{z}{20}$ (2)

$$\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{20} \quad (*)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\text{Ta có: } \frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{20} = \frac{2x}{18} = \frac{3y}{36} = \frac{z}{20} = \frac{2x - 3y + z}{18 - 36 + 20} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\Rightarrow x = 9.3 = 27; y = 12.3 = 36; z = 20.3 = 60$$

b) Nhân cả hai vế của $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ với x ta được:

$$\frac{x^2}{2} = \frac{xy}{5} = \frac{40}{5} = 8 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow y = 10 \\ x = -4 \Rightarrow y = -10 \end{cases}$$

$$(x; y) \in \{(-4; -10); (4; 10)\}$$

Vậy

Câu 15: (HSG 7 huyện Vĩnh Tường, tỉnh Vĩnh Phúc, trường THCS Yên Lập 2022 – 2023)

Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$

$$B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$$

Hãy tính giá trị của biểu thức

Lời giải

+ Nếu $a+b+c \neq 0$, theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$$

$$\text{Mà } \frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2 \Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$$

$$B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$$

Vậy

+ Nếu $a+b+c = 0$, theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 0$$

$$\text{Mà } \frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 1 \Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 1$$

Mà

$$B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \cdot \left(\frac{c+a}{c}\right) \cdot \left(\frac{b+c}{b}\right) = 1$$

Vậy

Câu 16: (HSG 7 huyện Hải Châu Chương Mỹ, tỉnh Đà Nẵng, trường THCS Nguyễn Khuyến 2022 – 2023)

Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25}$ và $\frac{9-x}{7} + \frac{11-x}{9} = 2$. Tìm $x+y+z$

Lời giải

Từ $\frac{9-x}{7} + \frac{11-x}{9} = 2 \Leftrightarrow (2-x)\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) = 0 \Leftrightarrow x=2$

Thay $x=2 \Rightarrow \frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z-9}{25} = \frac{x+y+z}{50} = \frac{2+16}{9} = 2 \Rightarrow x+y+z=100$

Câu 17: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Đô 2022 – 2023)

Tìm a, b, c biết $3a=2b, 4b=5c$ và $-a-b+c=-52$

Lời giải

Từ $3a=2b \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} \Rightarrow \frac{a}{10} = \frac{b}{15}$

Từ $4b=5c \Rightarrow \frac{b}{5} = \frac{c}{4} \Rightarrow \frac{b}{15} = \frac{c}{12}$

$$\frac{a}{10} = \frac{b}{15} = \frac{c}{12} = \frac{c-a-b}{12-10-15} = \frac{-52}{-13} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{a}{10} = 4 \Rightarrow a = 4.10 = 40$$

$$\frac{b}{15} = 4 \Rightarrow b = 15.4 = 60$$

$$\frac{c}{12} = 4 \Rightarrow c = 4.12 = 48$$

Vậy $a=40; b=60; c=48$

Câu 18: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Châu 2022 – 2023)

Tìm các số a, b, c biết rằng: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ và $a+2b-3c=-20$

Lời giải

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{2b}{6} = \frac{3c}{12} = \frac{a+2b-3c}{2+6-12} = \frac{-20}{-4} = 5 \Rightarrow a=10; b=15; c=20$$

Vậy $a=10; b=15; c=20$

Câu 19: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Vận 2022 – 2023)

Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$ và $a+b+c=2025$. Tính a, b, c

Lời giải

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a} = \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b$$

Tương tự $b = c$

$$\Rightarrow a = b = c = \frac{2025}{3} = 675$$

Câu 20: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Vũ 2022 – 2023)

$$\frac{3x - 2y}{4} = \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2}, \quad \text{Chứng minh rằng: } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$$

Cho

Lời giải

$$\begin{aligned} \frac{3x - 2y}{4} &= \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2} \\ \Rightarrow \frac{4(3x - 2y)}{16} &= \frac{3(2z - 4x)}{9} = \frac{2(4y - 3z)}{4} \\ &= \frac{12x - 8y + 6z - 12x + 8y - 6z}{29} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \frac{3x - 2y}{4} = 0 \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2z - 4x}{3} = 0 \Rightarrow 2z = 4x \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{z}{4} \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$$

Từ

Câu 21: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Vận 2022 – 2023)

Câu 22: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Vận 2022 – 2023)

Dạng 2: Chứng minh tỉ lệ thức

Câu 23: (HSG 7 huyện Thường Tín, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Nguyễn Trãi 2022 - 2023)

$$c^2 = ab.$$

Cho Chứng minh rằng:

$$a) \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$$

$$b) \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$$

Lời giải

a) Từ $c^2 = ab$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{a^2}{c^2} = \frac{c^2}{b^2} = \frac{a^2 + c^2}{c^2 + b^2} = \frac{a^2 + ab}{ab + b^2} = \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a^2 + c^2}{c^2 + b^2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a}$$

b) Theo câu a ta có:

$$\begin{aligned} \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} &= \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - 1 = \frac{b}{a} - 1 \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - \frac{a^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a} - \frac{a}{a} \\ \Rightarrow \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} &= \frac{b - a}{a} \end{aligned}$$

Câu 24: (HSG 7 huyện Bình Tân, tỉnh Bắc Ninh, trường THCS Vạn Long 2022 - 2023)

a, b, c, d thỏa điều kiện $a + c = 2b$ và $c(b + d) = 2bd$. Chứng minh

Cho bốn số dương

$$\left(\frac{a+c}{b+d} \right)^8 = \frac{a^8 + b^8}{b^8 + d^8}$$

Lời giải

$$c(b+d) = 2bd \Rightarrow b+d = \frac{2bd}{c}; a+c = 2b$$

Từ

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{2bc}{2bd} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \Rightarrow \left(\frac{a+c}{b+d} \right)^8 = \frac{a^8 + b^8}{b^8 + d^8}$$

Viết

$$\left(\frac{a+c}{b+d} \right)^8 = \frac{a^8 + b^8}{b^8 + d^8}$$

Vậy:

Câu 25: (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+a}{c-a} \quad a^2 = bc$$

Chứng minh rằng từ tỉ lệ thức suy ra hệ thức

Lời giải

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+a}{c-a} = k \quad a+b = k(a-b)$$

Đặt , ta có:

$$\Rightarrow a + b = ka - kb \Rightarrow a - ka = -kb - b \Leftrightarrow a(1 - k) = b(-k - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-k - 1}{1 - k} = \frac{-(k + 1)}{-(k - 1)} = \frac{k + 1}{k - 1} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{k + 1}{k - 1}$$

$$c + a = k(c - a) \Rightarrow c + a = kc - ka \Rightarrow c - kc = -ka - a$$

$$\Rightarrow c(1 - k) = a(-k - 1) \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{-k - 1}{1 - k} = \frac{-(k + 1)}{-(k - 1)} = \frac{k + 1}{k - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{k + 1}{k - 1} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{a} = \frac{k + 1}{k - 1} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{a} \Rightarrow a^2 = bc$$

Vậy: $a^2 = bc$

Câu 26: (HSG 7 huyện Thanh Oai, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Hồng Dương 2022 – 2023)

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \qquad \left(\frac{a + b + c}{b + c + d} \right)^3 = \frac{a}{d}$$

Chứng minh:

Cho

Lời giải

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d} \quad (1)$$

Ta có:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{a + b + c}{b + c + d} \quad (2)$$

Ta lại có:

$$\Rightarrow \left(\frac{a + b + c}{b + c + d} \right)^3 = \frac{a}{d}$$

Từ (1) và (2)

Câu 27: (HSG 7 huyện Thanh Oai, tỉnh Hà Nội, trường THCS Bích Hoà 2022 - 2023)

Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng:

$$a) \frac{a - c}{a + c} = \frac{c - b}{c + b}$$

$$b) \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$$

$$c) \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$$

Lời giải

$$a) \frac{a}{c} = \frac{c}{b} = \frac{a - c}{c - b} = \frac{a + c}{c + b} \Rightarrow \frac{a - c}{a + c} = \frac{c - b}{c + b}$$

$$b) \text{ Từ } \frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow c^2 = a.b \Rightarrow \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + ab}{b^2 + ab} = \frac{a(a + b)}{b(a + b)} = \frac{a}{b}$$

$$c) \text{ Theo câu b, ta có: } \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a}$$

$$\begin{aligned} \text{Từ } \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a} &\Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - 1 = \frac{b}{a} - 1 \quad \text{hay} \quad \frac{b^2 + c^2 - a^2 - c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a} \\ \text{Vậy } \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} &= \frac{b - a}{a} \end{aligned}$$

Câu 28: (HSG 7 huyện Thanh Oai, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Phú Trường 2022 – 2023)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{3a^6 + c^6}{3b^6 + d^6} = \frac{(a + c)^6}{(b + d)^6} \quad (b + d \neq 0)$$

Cho Chứng minh rằng:

Lời giải

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a + c}{b + d} \\ \Rightarrow \left(\frac{a}{b} \right)^6 &= \left(\frac{c}{d} \right)^6 = \left(\frac{a + c}{b + d} \right)^6 \Rightarrow \frac{a^6}{b^6} = \frac{c^6}{d^6} = \frac{(a + c)^6}{(b + d)^6} \\ \Rightarrow \frac{3a^6}{3b^6} &= \frac{c^6}{d^6} = \frac{(a + c)^6}{(b + d)^6} \Rightarrow \frac{3a^6 + c^6}{3b^6 + d^6} = \frac{(a + c)^6}{(b + d)^6} \end{aligned}$$

Câu 29: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Văn 2022 – 2023)

$$c^2 = ab.$$

Cho Chứng minh rằng:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} &= \frac{a}{b} \\ \text{b) } \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} &= \frac{b - a}{a} \end{aligned}$$

Lời giải

$$\text{a) Từ } c^2 = ab$$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{a^2}{c^2} = \frac{c^2}{b^2} = \frac{a^2 + c^2}{c^2 + b^2} = \frac{a^2 + ab}{ab + b^2} = \frac{a(a + b)}{b(a + b)} = \frac{a}{b}$$

$$\text{b) Theo câu a, ta có: } \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a}$$

$$\begin{aligned} \text{Từ } \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a} &\Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - 1 = \frac{b}{a} - 1 \quad \text{hay} \quad \frac{b^2 + c^2 - a^2 - c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a} \\ \text{Vậy } \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} &= \frac{b - a}{a} \end{aligned}$$

Câu 30: (HSG 7 huyện Chương Mỹ, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Trường Yên 2022 – 2023)

$$\frac{2bz - 3cy}{a} = \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c}, \quad \frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$$

Cho

Chứng minh:

Lời giải

$$\begin{aligned} \frac{2bz - 3cy}{a} &= \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c} \\ \Leftrightarrow \frac{2abz - 3acy}{a^2} &= \frac{6bcx - 2abz}{4b^2} = \frac{3acy - 6bcx}{9c^2} \\ &= \frac{2abz - 3acy + 6bcx - 2abz + 3acy - 6bcx}{a^2 + 4b^2 + 9c^2} = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2bz - 3cy = 0 \Rightarrow \frac{z}{3c} = \frac{y}{2b} \quad (1)$$

$$\Rightarrow 3cx - az = 0 \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{z}{3c} \quad (2)$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$$

Từ (1) và (2) suy ra

Câu 31: (HSG 7 huyện Chương Mỹ, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Kỳ Xuân 2022 – 2023)

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{b}, \quad \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$$

Chứng minh rằng:

Cho

Lời giải

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow c^2 = ab \Rightarrow \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + ab}{b^2 + ab} = \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$$

Từ

Câu 32: (HSG 7 huyện Đông Sơn, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Đông Hoàng 2022 – 2023)

Cho x, y, z là các số khác 0 và $x^2 = yz, y^2 = xz, z^2 = xy$. Chứng minh rằng: $x = y = z$

Lời giải

Vì x, y, z là các số khác 0 và $x^2 = yz, y^2 = xz, z^2 = xy$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{x}; \frac{y}{z} = \frac{x}{y}; \frac{z}{x} = \frac{y}{z} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x} = \frac{x+y+z}{y+z+x} = 1 \Rightarrow x = y = z$$

Câu 33: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Vận 2022 – 2023)

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \neq 1, \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

ta có tỉ lệ thức

Chứng minh rằng: từ tỉ lệ thức

Lời giải

$$\frac{a+b}{a-b} \neq 1 \Rightarrow b \neq 0; \frac{c+d}{c-d} \neq 1 \Rightarrow d \neq 0$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \Rightarrow (a+b)(c-d) = (a-b)(c+d)$$

$$\Rightarrow 2bc = 2ad \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Dạng 3: Chứng minh bất đẳng thức

Câu 34: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Trung 2022 – 2023)

$$M = \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} + \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t} \quad x, y, z, t$$

Cho biểu thức với là các số tự

$$M^{10} < 1025$$

nhiên khác 0. Chứng minh

Lời giải

Ta có: $\frac{x}{x+y+z} < \frac{x}{x+y}, \frac{y}{x+y+t} < \frac{y}{x+y}, \frac{z}{y+z+t} < \frac{z}{z+t}; \frac{t}{x+z+t} < \frac{t}{z+t}$

$$\Rightarrow M < \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} \right) + \left(\frac{z}{z+t} + \frac{t}{z+t} \right) \Rightarrow M < 2$$

$$\text{Có } M^{10} < 2^{10} = 1024 < 1025 \Rightarrow M^{10} < 1025$$

Vậy: $M^{10} < 1025$

Câu 35: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Viên 2022 - 2023)

Cho $M = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$ với $a, b, c > 0$

a) Chứng minh $M > 1$

b) Chứng tỏ rằng M không phải là số nguyên.

Lời giải

a) Vì $a, b, c > 0$ nên $\frac{a}{a+b} > \frac{a}{a+b+c}; \frac{b}{b+c} > \frac{b}{a+b+c}; \frac{c}{c+a} > \frac{c}{a+b+c}$

$$\Rightarrow M = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} > \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1$$

Vậy $M > 1$

$$\begin{aligned} \text{b) Mà } & \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} \right) + \left(\frac{b}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{a}{c+a} \right) \\ &= \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} \right) + \left(\frac{b}{b+c} + \frac{c}{b+c} \right) + \left(\frac{c}{c+a} + \frac{a}{c+a} \right) = 3 \\ & \left(\frac{b}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{a}{c+a} \right) > 1 \end{aligned}$$

Vì (tương tự câu a)

$$M = \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} \right) < 2 \quad (2)$$

Suy ra:

Từ (1) và (2) suy ra: $1 < M < 2$ nên M không phải là số nguyên.

Dạng 4: Bài toán về dãy tỉ số bằng nhau và chia tỉ lệ

Câu 36: (HSG 7 huyện Bến Lức, tỉnh Long An, trường THCS Thị Trấn 2022 - 2023)

Một công trường dự định phân chia số đất cho ba đội I, II, III tỉ lệ với $7; 6; 5$. Nhưng sau đó vì số người của các đội thay đổi nên đã chia lại tỉ lệ $6; 5; 4$. Như vậy có một đội làm nhiều hơn so với dự định là $6m^3$. Tính tổng số đất đã phân chia cho các đội.

Lời giải

Gọi tổng số đất đã phân chia cho các đội là $x(m^3), x > 0$

Số đất dự định chia cho 3 đội I, II, III lần lượt là $a, b, c(m^3); a, b, c > 0$

$$\text{Ta có } \frac{a}{7} = \frac{b}{6} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{7x}{18}; b = \frac{6x}{18}; c = \frac{5x}{18} \quad (1)$$

Số đất sau đó chia cho 3 đội I, II, III lần lượt là $a', b', c'(m^3)$. ĐK: $a', b', c' > 0$

$$\text{Ta có } \frac{a'}{6} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{4} = \frac{a'+b'+c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{6x}{15}; b' = \frac{5x}{15}; c' = \frac{4x}{15} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta có: $a < a', b = b', c > c'$ nên đội I nhận nhiều hơn lúc đầu

$$\text{Vì } a - a' = 6 \text{ hay } \frac{7x}{18} - \frac{6x}{15} = 6 \Rightarrow \frac{x}{90} = 4 \Rightarrow x = 360$$

Vậy tổng số đất đã phân chia cho các đội là $360m^3$ đất.

Câu 37: (HSG 7 huyện Thường Tín, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Nguyễn Trãi + THCS Thanh Văn 2022 - 2023)

Ba phân số có tổng bằng $\frac{213}{70}$, các tử của chúng tỉ lệ với $3; 4; 5$, các mẫu của chúng tỉ lệ với $5; 1; 2$. Tìm ba phân số đó.

Lời giải

Gọi các phân số phải tìm là: a, b, c

Ta có: Và

Từ

$$a:b:c = \frac{3}{5} : \frac{4}{1} : \frac{5}{2} = 6:40:25$$

$$\Rightarrow \frac{a}{6} = \frac{b}{40} = \frac{c}{25} = \frac{a+b+c}{6+40+25} = \frac{213}{71} = \frac{213}{4970}$$

$$\Rightarrow a = \frac{9}{35}; b = \frac{12}{7}; c = \frac{15}{14}$$

$$a = \frac{9}{35}; b = \frac{12}{7}; c = \frac{15}{14}$$

Vậy

Câu 38: (HSG 7 huyện Bắc Sơn, tỉnh Lạng Sơn, trường THCS Hưng Vũ 2022 - 2023)

Tìm số đo các góc của ΔABC , biết rằng số đo các góc này tỉ lệ với 2,3,4

Lời giải

Trong ΔABC , ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

$$\frac{\hat{A}}{2} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{4}$$

Theo giả thiết ta có:

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{\hat{A}}{2} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{4} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}{2+3+4} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ \Rightarrow \begin{cases} \frac{\hat{A}}{2} = 20^\circ \Rightarrow \hat{A} = 40^\circ \\ \frac{\hat{B}}{3} = 20^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ \\ \frac{\hat{C}}{4} = 20^\circ \Rightarrow \hat{C} = 80^\circ \end{cases}$$

$A = 40^\circ, B = 60^\circ, C = 80^\circ$

Vậy

Câu 39: (HSG 7 huyện Thanh Oai, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Hồng Dương 2022 - 2023)

Tìm một số có ba chữ số, biết rằng số đó là bội của 18 và các chữ số của nó tỉ lệ theo 1,2,3?

Lời giải

Goi a, b, c là các chữ số của số có 3 chữ số cần tìm

Vì mỗi chữ số không vượt quá 9 và không thể đồng thời bằng 0 nên $1 \leq a + b + c \leq 27$. Mặt

$$\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a + b + c = 18 \\ a + b + c = 27 \end{cases}$$

khác, số đó là bội của 18 nên

Theo giả thiết ta có: $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6}$, do đó: $(a+b+c):6$

Nên $a + b + c = 18 \Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow a = 3, b = 6, c = 9$

Vì số phải tìm chia hết cho 18 nên chữ số hàng đơn vị phải là chữ số chẵn

396; 936

Vậy các số phải tìm là

Câu 40: (HSG 7 huyện Thanh Nguyên, tỉnh Lai Châu, trường THCS Mường Than 2022 – 2023)

Một công trường dự định phân chia số đất cho ba đội I, II, III tỉ lệ với $7; 6; 5$. Nhưng sau đó vì số người của các đội thay đổi nên đã chia lại tỉ lệ $6; 5; 4$. Như vậy có một đội làm nhiều hơn so với dự định là $6m^3$. Tính tổng số đất đã phân chia cho các đội.

Lời giải

Gọi tổng số đất đã phân chia cho các đội là $x(m^3); x > 0$

Số đất dự định chia cho 3 đội I, II, III lần lượt là $a, b, c(m^3); a, b, c > 0$

Ta có $\frac{a}{7} = \frac{b}{6} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{7x}{18}; b = \frac{6x}{18}; c = \frac{5x}{18}$ (1)

Số đất sau đó chia cho 3 đội I, II, III lần lượt là $a', b', c'(m^3)$. ĐK: $a', b', c' > 0$

Ta có $\frac{a'}{6} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{4} = \frac{a'+b'+c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{6x}{15}; b' = \frac{5x}{15}; c' = \frac{4x}{15}$ (2)

So sánh (1) và (2) ta có: $a < a', b = b', c > c'$ nên đội I nhận nhiều hơn lúc đầu

Vì $a - a' = 6$ hay $\frac{7x}{18} - \frac{6x}{15} = 6 \Rightarrow \frac{x}{90} = 4 \Rightarrow x = 360$

Vậy tổng số đất đã phân chia cho các đội là $360m^3$ đất.

Câu 41: (HSG 7 huyện Thanh Oai, tỉnh TP Hà Nội, trường THCS Phú Trường 2022 – 2023)

Tìm hai số dương, biết rằng tổng, hiệu, tích của chúng lần lượt tỉ lệ nghịch với $15; 60$ và 8

Lời giải

Gọi hai số phải tìm là $a, b (a > b > 0)$, theo đầu bài ta có:

$15(a + b) = 60(a - b) = 8ab$ hay

$$\frac{a+b}{8} = \frac{a-b}{2} = \frac{ab}{15} = k \Rightarrow k=1 \Rightarrow \begin{cases} a+b=8.1=8 \\ a-b=2.1=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a=10 \\ 2b=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases}$$

Vậy

Câu 42: (HSG 7 huyện Vĩnh Tường, tỉnh Vĩnh Phúc, trường THCS Yên Lập 2022 – 2023)

Ba lớp $7A, 7B, 7C$ cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp với tỉ lệ $5:6:7$ nhưng sau đó chia theo tỉ lệ $4:5:6$ nên có một lớp nhận nhiều hơn 4 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua

Lời giải

Gọi tổng số gói tăm 3 lớp cùng mua là $x (x \in \mathbb{N}^*)$

Số gói tăm dự định chia cho 3 lớp $7A, 7B, 7C$ lúc đầu lần lượt là a, b, c

Ta có: $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{5x}{18}; b = \frac{6x}{18}; c = \frac{7x}{18} \quad (1)$

Số gói tăm sau đó chia cho 3 lớp lần lượt là a', b', c' , ta có:

$$\frac{a'}{4} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{6} = \frac{a'+b'+c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{4x}{15}; b' = \frac{5x}{15}; c' = \frac{6x}{15} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta có: $a > a'; b = b'; c < c'$ nên lớp 7C nhận nhiều hơn lúc đầu

$$c' - c = 4 \Rightarrow \frac{6x}{15} - \frac{7x}{18} = 4 \Rightarrow x = 360 (tm)$$

Vậy

Vậy số gói tăm 3 lớp đã mua là 360 gói.

Câu 43: (HSG 7 huyện Hồng Ngự, tỉnh Đồng Tháp, trường THCS Hồng Ngự 2022 – 2023)

Ba đội san đất làm ba khối công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 6 ngày và đội thứ ba hoàn thành công việc trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy (có cùng năng suất), biết rằng đội thứ nhất có nhiều hơn đội thứ hai 2 máy

Lời giải

Gọi số máy của ba đội theo thứ tự là $a, b, c (a, b, c \in \mathbb{N}^*)$; các máy có cùng năng suất)

Vì số máy và số ngày là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, do đó ta có:

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{1} = \frac{c}{1}$$

$4a = 6b = 8c$ hay $\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{8}$, theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{8} = \frac{a-b}{4-6} = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=6 \\ c=8 \end{cases}$$

Vậy số máy của ba đội theo thứ tự là $6;4;3$ máy

Câu 44: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Đô 2022 – 2023)

Bốn con ngựa ăn hết 1 xe cỏ trong 1 ngày, một con Dê ăn hết một xe cỏ trong 6 ngày, hai con cừu trong 24 ngày ăn hết 2 xe cỏ. Hỏi chỉ ba con (Ngựa, Dê và Cừu) ăn hết hai xe cỏ trong mấy ngày?

Lời giải

Vì bốn con ngựa cùng ăn hết xe cỏ trong 1 ngày, do đó một con ngựa ăn hết 1 xe cỏ trong 4 ngày

Một con dê ăn hết một xe cỏ trong 6 ngày. Hai con cừu ăn hết hai xe cỏ trong 24 ngày nên một con cừu ăn hết một xe cỏ trong 12 ngày.

Trong một ngày: Một con ngựa ăn hết $\frac{1}{4}$ (xe cỏ), một con dê ăn hết $\frac{1}{6}$ (xe cỏ), một con cừu ăn hết $\frac{1}{12}$ (xe cỏ)

Cả ba con ăn hết: $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$ (xe cỏ)

Cả ba con ăn hết 1 xe cỏ trong 2 ngày nên ăn hết 2 xe cỏ trong 4 ngày.

Câu 45: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Châu 2022 – 2023)

Có 16 tờ giấy bạc loại 20000đ, 50 000đ, 100 000đ. Trị giá mỗi loại tiền trên đều bằng nhau. Hỏi mỗi loại có mấy tờ?

Lời giải

Gọi số tờ giấy bạc 20 000đ, 50 000đ, 100 000đ theo thứ tự là x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

Theo bài ra ta có: $x + y + z = 16$ và $20000x = 50000y = 100000z$

$$\Rightarrow \frac{20000x}{100000} = \frac{50000y}{100000} = \frac{100000z}{100000} \Leftrightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1} = \frac{x+y+z}{5+2+1} = \frac{16}{8} = 2$$

$$\Rightarrow x = 10; y = 4; z = 2$$

Vậy số tờ giấy bạc loại 20 000đ, 50 000đ, 100 000đ theo thứ tự là $10; 4; 2$

Câu 46: (HSG 7 huyện Thiệu Hoá, tỉnh Thanh Hoá, trường THCS Thiệu Vện 2022 – 2023)

Ba lớp 7 ở trường K có tất cả 147 học sinh. Nếu đưa $\frac{1}{3}$ số học sinh của lớp $7A_1$, $\frac{1}{4}$ học sinh của lớp $7A_2$ và $\frac{1}{5}$ học sinh của lớp $7A_3$ đi thi học sinh giỏi cấp huyện thì số học sinh còn lại của ba lớp bằng nhau. Tính tổng số học sinh của mỗi lớp 7 ở trường K.

Lời giải

Gọi tổng số học sinh của $7A_1, 7A_2, 7A_3$ lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$)

Theo bài ra ta có:

$$a - \frac{1}{3}a = b - \frac{1}{4}b = c - \frac{1}{5}c (*) \quad \text{và} \quad a + b + c = 147$$

$$(*) \Rightarrow \frac{2a}{3} = \frac{3b}{4} = \frac{4c}{5} \Rightarrow \frac{12a}{18} = \frac{12b}{16} = \frac{12c}{15} \Rightarrow \frac{a}{18} = \frac{b}{16} = \frac{c}{15}$$

Từ

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{18} = \frac{b}{16} = \frac{c}{15} = \frac{a+b+c}{18+16+15} = \frac{147}{49} = 3$$

Suy ra $a = 54, b = 48, c = 45$

Vậy Tổng số học sinh của $7A_1, 7A_2, 7A_3$ lần lượt là 54, 48 và 45.

Câu 47: (HSG 7 huyện Than Uyên, tỉnh Lai Châu, trường THCS Mường Than 2022 – 2023)

Câu 48: (HSG 7 huyện Than Uyên, tỉnh Lai Châu, trường THCS Mường Than 2022 – 2023)

Câu 49: (HSG 7 huyện Than Uyên, tỉnh Lai Châu, trường THCS Mường Than 2022 – 2023)

Câu 50: (HSG 7 huyện Than Uyên, tỉnh Lai Châu, trường THCS Mường Than 2022 – 2023)

Câu 51:

Câu 52: Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

Câu 53: <https://www.vnteach.com>