**Chuyên đề 5: ĐỒ THỊ VÀ TƯƠNG GIAO.**

**Tên FB: Chau Minh. Email:minhchauhth@gmail.com.**

**Phản biện: Đang Tuan Le**

 **🗸.Dạng 2: Tìm giao điểm của hai đồ thị hàm số: y = f(x), y = g (x)**

✝❶**\_Tóm tắt lý thuyết cơ bản:**

 **Bài toán 1 : Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C1) và y = g(x) có đồ thị (C2). Tìm tọa độ giao điểm của (C1) và (C2).**

**1. Cơ sở lý thuyết:**

*- Phương trình hoành độ giao điểm* ****

*- Số nghiệm của (\*) là số giao điểm của* **** *và* **.**

**-** *Nghiệm của (\*) là hoành độ điểm của* **** *và* **.**

*- Tọa độ giao điểm là**, với là hoành độ giao điểm.*

 ✝❷**\_Phương pháp Casio:**

 **①. CALC loại đáp án sai.**

 - Nhập biểu thức vào màn hình.

 - Dùng  và gán **** để dò tìm hoành độ giao điểm bằng cách loại đáp án sai.

 **②. Sử dụng phím SHIFT SOLVE:**  Để tìm nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm ta dùng lệnh SHIFT SOLVE

 - Nhập biểu thức vào màn hình.

 -Ấn SHIFT SOLVE, nhập  một giá trị tùy ý và ấn “=”

 -Nếu có nghiệm ****ta nhập tiếp  ,ấn SHIFT SOLVE dò nghiệm tiếp tục.

 **③. Sử dụng table.**

 - Ấn MODE 7, Nhập hàm số vào màn hình.

 -Start =-a, End = a, Step =  và ấn “=”

 -Đếm số lần đổi dấu, đó chính là số nghiệm phương trình hoành độ, cũng là số giao điểm.

 **🗵\_ Bài tập minh họa :**

|  |
| --- |
| **Câu 1: *[Mã đề 105 BGD&ĐT năm 2017]*** Cho hàm số có đồ thị . Mệnh đề nào dưới đây đúng? **A.**  cắt trục hoành tại một điểm. **B.**  cắt trục hoành tại ba điểm. **C.**  cắt trục hoành tại hai điểm. **D.**  không cắt trục hoành. |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
|  **①\_Quy trình bấm máy.** **Cách 1.** Dùng MODE 5 4 [EQU] Giải pt bậc ba được một nghiệm nên có 1 giao điểm.**Cách 2.** Dùng MODE 7 [TABLE] Lập bảng giá trị của hàm số trên đoạn [-5;5] nhận thấy giá trị f(x) chỉ đảo dấu một lần nên có một giao điểm. | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 2:**  Các đồ thị của hai hàm số và  tiếp xúc với nhau tại điểm M có hoành độ là: **A.  B.  C.  D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.****Bước 1:** Nhập biểu thức  vào màn hìnhbằng cách bấm lần lượt các phím sau:.Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau: **Bước 2:** Nhấn phímmáy hỏi **X?****Bước 3:** Nhập( thử đáp án A) bằng cách bấm phím:**,** được kết quả: **0.** **Vậy chọn đáp án A.** | **②\_Bài học kinh nghiệm**- Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình:  (\*).- Dùng chức năng để thử nghiệm của phương trình (\*). |

|  |
| --- |
| **Câu 3: *[Trích Câu 7 Đề thi thử nghiệm lần 1 của Bộ GD và ĐT]*** Biết rằng đường thẳng  cắt đồ thị hàm số. tại điểm duy nhất; kí hiệu là tọa độ điểm đó. Tìm   **A.**  **B.**   **C.**   **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.****Bước 1:** Nhập biểu thức **Bước 2:** Tìm nghiệm (*vì đề cho biết: có duy nhất một giao điểm nên dùng* **)****-** Nhấnmáy hỏi **Solve for X**. ta nhập một giá trị tùy ý và nhấn dấu màn hình xuất hiện:**Bước 3:** Tìm - Nhấn  và nhập biểu thức: bằng cách nhấn lần lượt các phím: **.** Khi đó trên màn hình xuất hiện:- Nhấn phímmáy hỏi **X? n**hậpnhấn dấu được kết quả như sau:- Suy ra  **Vậy chọn C.** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 4*:[Thi thử THPT Lục Ngạn –Bắc Giang lần 1 năm 2017]*** Tìm tất cả giá trị m để đường thẳng y = m cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn **A.**  **B.** **C. D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\*Số giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số trên là số giao điểm của phương trình \* Thử với m = -2. Giải phương trình bậc 3 với tính năng MODE 5 4 (Casio 570) hay MODE 9 3 ( Casio 580VN)Ta thấy chỉ có 2 nghiệm 2 giao điểm  m =-2 không thỏa mãn  Đáp án **D** sai\* Thử với m = -1. Ta thấy có nghiệm không thỏa mãn Đáp án **B** sai\*Thử với m = 1. Ta thấy có nghiệm không thỏa mãn Đáp án **A** saiĐáp án **C** còn lại là đáp án chính xác. | **②\_Bài học kinh nghiệm** |
|  |  |
| **Câu 5: (*Trích Câu 5 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)***Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng  và đường cong . Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là.   **A.  B.  C.  D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.****Bước 1: Để tìm hoành độ các điểm M, N ta thực hiện các thao tác sau:****-** Nhập biểu thức**.** **-** Nhấn dấu( để lưu lại biểu thức trên màn hình để bước sau khỏi phải nhập lại)**-** Nhấnmáy hỏi **Solve for X**. ta nhập một giá trị cho biến x (chẳng hạn là 2, không nên nhập số 1 máy sẽ báo lỗi) và nhấn dấu màn hình xuất hiện:- Nhấn lần lượt các phím **(** *lưu nghiệm* **x = 3.449489743** *vào biến* **A).** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:(***Đây là nghiệm thứ nhất của phương trình )*** **-** Bấm phímđể tìm lại biểu thức đã nhập trước đó và mở đóng móc biểu thức  lại *(di chuyển con trỏ về cuối dòng như hình dưới*)- Nhấn phím màn hình xuất hiện: - Nhấnđể nhập biểu thức vào mẫu số của biểu thức trên màn hình xuất hiện:**-** Nhấnmáy hỏi **A?** Nhấn dấu  máy hỏi tiếp **Solve for X**, ta nhấn tiếp dấu  màn hình xuất hiện:(***Đây là nghiệm thứ 2 của phương trình )*** - Nhấn lần lượt các phím **(** *lưu nghiệm* **x = -1.449489743** *vào biến* **B).** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:**Bước 2:** Tính hoành độ điểm I. Ta thực hiện các thao tác sau:**-** Nhấn Khi đó màn hình xuất hiện:- Nhấn dấu được kết quả:**(*Đây là hoành độ điểm* I)****Vậy chọn đáp án B.** | **②\_Bài học kinh nghiệm****+ Phân tích:****- Cơ sở lý thuyết:***- Hoành độ của M, N là nghiệm của phương trình:* *- Hoành độ điểm I được xác định bởi công thức:* **- Thuật toán:** **-** *Dùng chức năng để tìm các nghiệm phương trình* *- Lưu các nghiệm vào ô nhớ A, B trên máy tính.**- Gọi A và B, tính  (là kết quả cần tìm)* |

|  |
| --- |
|  **Câu 6:** **[KSCL chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa năm 2017]** Cho hàm số  có đồ thị ( C). Đường thẳng (d): y = x + 1 cắt đồ thị ( C) tại 2 điểm phân biệt M, N thì tung độ điểm I của đoạn thẳng MN bằng: **A.** -3 **B. -**2  **C.** 1 **D.** 2 |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** Phương trình hoành độ giao điểm.

Nhập phương trình này vào máy tính Casio và dò nghiệm bằng  :Ta có ngay 2 nghiệm Đáp số chính xác là **D** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

**#Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

|  |
| --- |
| **Câu 7: *[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]*** Cho hàm số có đồ thị là  . Biết đường thẳng  tiếp xúc với  tại  và cắt  tại . Tìm tung độ điểm 1. **B.**  **C.**  **D.**
 |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** Thiết lập phương trình hoành độ giao điểm**.**

Giải phương trình bậc 4**:  ( máy CASIO 580VNX)** và nhập các hệ số , bấm “=”, cho 2 kết quả:  * Nếu A là tiếp điểm thì  , B là giao điểm 🡪. Tính đạo hàm hàm số tại điểm

ấn  và nhập hàm số, điền giá trị x để kiểm tra Đáp số chính xác là **D** | **②\_Bài học kinh nghiệm**Thiết lập phương trình hoành độ giao điểm **-**Giải pt tìm nghiệm-Nếu  là tiếp điểm thì  ,  là giao điểm  . |

|  |
| --- |
| **Câu 8: *[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]*** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  sao cho đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt **A.**  **B.**  **C.**  **D.** Không có  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**-Để đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì phương trình  (1) có 3 nghiệm phân biệt-Với  MODE 5 4 (Casio 570) hay MODE 9 3 ( Casio 580VN)  -Ta thấy nghiệm  là nghiệm ảo  không đủ 3 nghiệm thực  không thỏa  **A** sai-Với  sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3    -Ta thấy ra 3 nghiệm thực  Đáp án đúng có thể là **B** hoặc **C**-Thử thêm một giá trị  nữa thì thấy  không thỏa mãn. Đáp số chính xác là **B** | **②\_Bài học kinh nghiệm**Thế giá trị m vào giải phương trình để chọn đáp án đúng. |

|  |
| --- |
| **Câu 9: *[Thi thử chuyên KHTN-HN lần 2 năm 2017]***Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình  có 3 nghiệm phân biệt **A. B.  C.  D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**Cô lập m, đưa phương trình ban đầu về dạng  . Đặt khi đó m = f(x) (1), số nghiệm (1) là số giao điểm của đồ thị y = f(x) và y = mQuan sát bảng giá trị F(X) ta thấy giá trị cực tiểu là 0 và giá trị cực đại là 4 vậy ta có sơ đồ đường đi của f (x) như sau:* Rõ ràng hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt nếu 0 < m < 4.
 | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 10: *[Thi HSG tỉnh Ninh Bình năm 2017]*** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt? **A.** m =3 **B.** m > 2 **C. D.** 2 < m < 3 |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\*Đặt  .Khi đó phương trình ban đầu \*Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số bằng cách dùng chức năng TABLE với thiết lập Start -4 End 5 Step 0.5\*Quan sát bảng biến thiên ta vẽ đường đi của hàm sốRõ ràng y = 3 cắt đồ thị hàm số y = f(x) tại 3 điểm phân biệt vậy đáp án **A** là chính xác. | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

**#Lời giải**

|  |
| --- |
| **Câu 11:*[Thi thử chuyên Vị Thanh –Hậu Giang lần 1 năm 2017]***Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có đúng 1 nghiệm dương **A. B.  C.  D.** Không có m thỏa mãn |

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\*Đặt . Khi đó phương trình ban đầu (1). Để (1) có đúng 1 nghiệm dương thì đường thẳng y = m cắt đồ thị hàm số y = f(x) tại đúng 1 điểm có hoành độ dương.\*Khảo sát hàm số y = f(x) TABLE với thiết lập Start -4 End 5 Step 0.5\*Ta thấy đồ thị có giá trị cực đại là 20 và giá trị cực tiểu là -7 và ta sẽ mô tả được đường đi của f(x) như sau:Rõ ràng thì hai đồ thị cắt nhau tại đúng 1 điểm có hoành độ dương Đáp án **B** là chính xác. | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 12: *[Thi thử chuyên KHTN lần 2 năm 2017]*** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm **A. B.  C.  D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**-Đặt khi đó  (1). -Để phương trình (1) có nghiệm thì m thuộc miền giá trị của hay  .-Tới đây bài toán tìm tham số m được quy về bài toám tìm min, max của một hàm số, Ta sử dụng chức năng MODE 7 với miền giá trị của x là Start 2 End 10 Step 0.5.-Quan sát bảng giá trị F(X) ta thấy  vậy đáp số **A** và **B** sai. Đồng thời khi x càng tăng vậy thì F(X) càng giảm. Vậy câu hỏi đặt ra là F(X) có giảm được về 0 hay không.-Ta tư duy nếu F(X) giảm được về 0 có nghĩa là phương trình f(x) = 0 có nghiệm. Để kiểm tra dự đoán này ta sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE:Máy tính Casio báo phương trình này không có nghiệm. Vậy dấu = không xảy ra .-Tóm lại và **D** là đáp án chính xác. | **②\_Bài học kinh nghiệm**\*Một bài toán mẫu mực của dạng tìm tham số m . ***Giải*** bằng cách kết hợp chức năng lập bảng giá trị MODE 7 và chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE một cách khéo léo\*Chú ý: m = f(x) mà f(x) > 0 vậy m > 0 môt tính chất bắc cầu hay thường xuyên gặp. |

|  |
| --- |
| **Câu 13*:[Thi thử THPT Lục Ngạn –Bắc Giang lần 1 năm 2017]***Số nguyên dương lớn nhất để phương trình có nghiệm? **A.** 20 **B.** 35  **C.** 30 **D.** 25 |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\*Cô lập m ta được \*Đặt Khi đó phương trình ban đầu \*Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số y = f(x) với thiết lập Start -1 End 1 Step 0.2\*Quan sát bảng biến thiên ta thấy hay  vậy m nguyên dương lớn nhất là 25🡪**D** là đáp án chính xác. | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 14: *[Thi HK1 THPT Ngô Thì Nhậm –HN năm 2017]***Phương trình  vô nghiệm khi: **A.** m > 0 **B.** m < 0 **C. D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\*\*Điều kiện : x > 2.Phương trình ban đầu  Để phương trình ban đầu vô nghiệm thì đường thẳng y = m không cắt đồ thị hàm số \*Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số y = f(x) với thiết lập Start 2 End 10 Step 0.5\*Để khảo sát chính xác hơn ta tính giới hạn của hàm số f(x) khi x tiến tới 2 cận là 2 và : Nhập hàm số, CACL, nhập  Vậy Nhập hàm số, CACL, nhập  Vậy \*Quan sát bảng giá trị và 2 giới hạn ta vẽ đường đi cả đồ thị hàm số y =f(x) và sự tương giaoTa thấy ngay thì 2 đồ thị không cắt nhau hay phương trình ban đầu vô nghiệm | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 15: *[Thi HK1 THPT HN- Amsterdam năm 2017]*** Cho hàm số có đồ thị ( C) . Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị ( C) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm có hoành độ lớn hơn -1?**A.** -3 < m < -1  **B.** -2 < m < 2 **C.** 2 < m < 3  **D.**  |

**Lời giải #Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** Số nghiệm của đồ thị (C) và trục hoành là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm (1). Đặt x2 = t thì (1) (2)
* Ta hiểu 1 nghiệm t > 0 sẽ sinh ra 2 nghiệm . Khi phương trình (2) có 2 nghiệm  thì phương trình (1) có 4 nghiệm . Vậy để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm có hoành độ lớn hơn -1 ( tức là 1 điểm có hoành độ nhỏ hơn -1) thì  (\*)

Thử với m = -2.5 Xét phương trình : Giải phương trình : MODE 5 (Casio 570) hay MODE 9 ( Casio 580)Thỏa mãn (\*) thỏa**C** là đáp số chính xác. | **②\_Bài học kinh nghiệm** |