|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÀNH PHỐ LẠNG SƠN** |  | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP THÀNH PHỐ**  **LỚP 8 THCS** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** |  | **Môn thi: TOÁN**  Thời gian: 120 phút (*không kể thời gian giao đề*)  *(Đề thi gồm 1 trang, có 5 câu*) |

**Câu 1. (2,5 điểm)**

1. Chứng minh rằng với mọi số nguyên x, y ta có: x5y – xy5 chia hết cho 30;
2. Giải phương trình x2 + y2 + z2 = y(x + z).

**Câu 2. (2,5 điểm)**

1. Cho a + b = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất (GTNN) của biểu thức

A = a(a2 + 2b) + b(b2– a)

1. Cho tam giác có nửa chu vi với a, b, c là độ dài ba cạnh.

Chứng minh .

**Câu 3. (1,5 điểm)**

Một người đi xe đạp, một người đi xe máy và một người đi ô tô xuất phát từ địa điểm A lần lượt lúc 8 giờ, 9 giờ, 10 giờ với vận tốc theo thứ tự là 10km/h, 30km/h và 50km/h. Hỏi đến mấy giờ thì ô tô ở vị trí cách đều xe đạp và xe máy?

**Câu 4. (2 điểm)**

Cho tam giác ABC, I là giao điểm ba đường phân giác. Đường thẳng qua I vuông góc với CI cắt AC và BC theo thứ tự tại M và N. Chứng minh rằng:

1. ΔAIM và ΔABI đồng dạng.
2. 

**Câu 5. (1,5 điểm)**

Cho hình bình hành ABCD. Điểm E thuộc cạnh BC sao cho , F là trung điểm cạnh CD. Các tia AE và AF lần lượt cắt đường chéo BD tại I và K. Tính diện tích ΔAIK, biết diện tích hình bình hành ABCD là 48cm2.

**--------- Hết ---------**

*Chú ý: Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.*

*Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÀNH PHỐ LẠNG SƠN** |  | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **LỚP 8 THCS** |
| **HDC CHÍNH THỨC** |  | **Môn thi: Toán**  Thời gian: 120 phút (*không kể thời gian giao đề*) |

**Câu 1. (2,5 điểm)**

1. Chứng minh rằng với mọi số nguyên x, y ta có: x5y – xy5 chia hết cho 30;
2. Giải phương trình x2 + y2 + z2 = xy + yz

|  |  |
| --- | --- |
| a) x5y – xy5 = xy(x4 – y4) = xy(x4 – 1 – y4 + 1)  = xy(x4 – 1) – xy(y4 – 1)  Ta có x(x4 – 1) = x(x – 1)(x + 1)(x2 + 1) chia hết cho 2, 3 và 5  => xy(x4 – 1) 30 tương tự xy(y4 – 1) 30  => x5y – xy5 30 | 0,5 đ  0,5 đ  0,25 đ |
| b) x2 + y2 + z2 = xy + yz <=> 2x2 + 2y2 +2z2 – 2xy – 2yz = 0  <=> (x – y)2 + (y – z)2 + x2 + z2 = 0  <=> x – y = y – z = x = z = 0  <=> x = y = z = 0 | 0,5 đ  0,5 đ  0,25 đ |

**Câu 2. (2 điểm)**

1. Cho a + b = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất (GTNN) của biểu thức

A = a(a2 + 2b) + b(b2– b)

1. Cho tam giác có nửa chu vi với a, b, c là độ dài ba cạnh.

Chứng minh .

|  |  |
| --- | --- |
| a) a + b = 1 => a = + x, b = + y với x + y = 0  ta có: A = a(a2 + 2b) + b(b2– a) = a3 + b3 + ab = a2 + b2  =  => GTNN(A) =  <=> x = y = 0 <=> a = b = | 0,5 đ  0,5 đ  0,25 đ |
| Ta có:  Tương tự ;  Cộng vế với vế các BĐT cùng chiều    <=> | 0,5 đ  0,25 đ  0,5 đ |

**Câu 3. (1,5 điểm)**

Một người đi xe đạp, một người đi xe máy và một người đi ô tô xuất phát từ địa điểm A lần lượt lúc 8 giờ, 9 giờ, 10 giờ với vận tốc theo thứ tự là 10km/h, 30km/h và 50km/h. Hỏi đến mấy giờ thì ô tô ở vị trí cách đều xe đạp và xe máy?

|  |  |
| --- | --- |
| Gọi thời gian ô tô đi đến vị trí cách đều xe đạp và xe máy là x(h) điều kiện x > 0  => Thời gian xe đạp đi là x + 2 (h)  Thời gian xe máy đi là x + 1 (h)  => Quãng đường ô tô đi là 50x (km)  Quãng đường xe đạp đi là 10(x + 2) (km)  Quãng đường xe máy đi là 30(x + 1) (km)  Vì đến 10 giờ thì xe máy đã vượt trước xe đạp => ô tô ở vị trí cách đều xe đạp và xe máy khi x nghiệm đúng phương trình:  50x – 10(x + 2) = 30(x + 1) – 50x  <=> x =  (h) = 50 phút (TMĐK)  Vậy đến 10h50 phút thì ô tô ở vị trí cách đều xe đạp và xe máy | 0,25 đ  0,25 đ  0,5 đ  0,5 đ |

**Câu 4. (2 điểm)**

Cho tam giác ABC, I là giao điểm ba đường phân giác. Đường thẳng qua I vuông góc với CI cắt AC và BC theo thứ tự tại M và N. Chứng minh rằng:

1. ΔAIM và ΔABI đồng dạng.
2. 

|  |  |
| --- | --- |
| A  B  C  I  M  N |  |
| a)  (AI là phân giác góc A)  (t/c góc ngoài Δ)  (t/c góc ngoài Δ)  =>  => ΔAIM và ΔABI đồng dạng. | 0,25 đ  0,25 đ  0,25 đ  0,25 đ |
| b) Chứng minh tương tự có ΔIBN và ΔABI đồng dạng.  => ΔAIM và ΔIBN đồng dạng.  =>  Có IM = IN do tam giác MCN cân tại C  => | 0,25 đ  0,25 đ  0,25 đ  0,25 đ |

**Câu 5. (1,5 điểm)**

Cho hình bình hành ABCD. Điểm E thuộc cạnh BC sao cho , F là trung điểm cạnh CD. Các tia AE và AF lần lượt cắt đường chéo BD tại I và K. Tính diện tích ΔAIK, biết diện tích hình bình hành ABCD là 48cm2.

|  |  |
| --- | --- |
| A  B  C  D  E  F  K  I |  |
| Ta có    Nối FI => | 0,5 đ  0,5 đ  0,5 đ |

***Chú ý:***

*Học sinh làm theo các cách khác đúng cho điểm tối đa. Trên cơ sở tổng điểm giám khảo chia điểm từng phần sao cho phù hợp, đảm bảo chính xác, công bằng.*

*Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com*

*https://www.vnteach.com*