

Câu 1: Giải các bất phương trình:

a) (0.75đ). $|3x+1| \geq 5x-3$.

b) (0.75đ) $\sqrt{3x^2-5x+6} < x+1$.

Câu 2: Cho $\sin a = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Tính các giá trị:

a) (0.75đ) $\cos a$; $\sin \frac{a}{2}$; $\tan\left(a - \frac{\pi}{3}\right)$.

b) (0.5đ) $H = \cos 2a + \frac{10\sin a + 5\cos a}{5\cos a + 4\tan a}$.

Câu 3: (1.0đ) Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho elip (E): $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$. Xác định tọa độ các đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 ; tiêu điểm F_1, F_2 và tâm sai e của (E).

Câu 4: (1.5đ) Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: $x - y + 1 = 0$ và điểm $A(1; -2)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ qua A và $\Delta \perp d$. Từ đó tìm tọa độ điểm K là hình chiếu vuông góc của A lên d.

b) Viết phương trình đường tròn (C) tâm $I(13; 5)$ và tiếp xúc với đường thẳng d.

Câu 5: (1.5đ) Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho phương trình đường tròn (T): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 31 = 0$.

a) Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục bé bằng bán kính của (T) và tiêu cự bằng $2\sqrt{2}$.

b) Tìm m để đường thẳng $\Delta: y = x + m$ là tiếp tuyến của (T).

Câu 6: a) (0.75đ) Chứng minh rằng: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = \frac{1}{4} \sin 4x$.

b) (0.75đ) Chứng minh rằng biểu thức $M = (\tan x + \cot x)^2 - \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}$ độc lập với biến x.

Câu 7: (0.75đ) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{(m-1)x^2 + (m+1)x + m-2}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Câu 8: (1.0đ)

a) Chứng minh $4\cos x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos 3x$.

b) Áp dụng câu a) chứng minh $\cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \dots \cdot \cos 80^\circ = \frac{3}{256}$.

---HẾT---

Học sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1a) (0.75đ)	Giải các bất phương trình: $ 3x+1 \geq 5x-3$.	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 \geq 5x-3 \\ 3x+1 \leq -5x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \leq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{4}. \text{Vậy } S = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$	0.25x3
1b) (0.75đ)	$\sqrt{3x^2-5x+6} < x+1$.	
	$\begin{cases} 3x^2-5x+6 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ 3x^2-5x+6 < (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 2x^2-7x+5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 1 < x < \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{5}{2}$ Vậy $S = \left(1; \frac{5}{2}\right)$. <i>(Mỗi tập nghiệm 0.125)</i>	0.25x3
Câu 2	Cho $\sin a = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Tính các giá trị:	
2a) (0.75đ)	$\cos a = -\frac{4}{5}$; $\sin \frac{a}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$; $\tan\left(a - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{48+25\sqrt{3}}{11}$.	0.25x3
2b) (0.5đ)	$H = \cos 2a + \frac{10\sin a + 5\cos a}{5\cos a + 4\tan a}$; Ta có: $\cos 2a = \frac{7}{25}$ suy ra $H = \frac{7}{25} + \frac{10 \cdot \frac{3}{5} + 5 \cdot \frac{-4}{5}}{5 \cdot \frac{-4}{5} + 4 \cdot \frac{-3}{4}} = -\frac{1}{175}$.	0.25 0.25
Câu 3. (1.0 đ)	Cho elip $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$. Xác định tọa độ các đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 ; tiêu điểm F_1, F_2 và tâm sai e của (E) .	
	Ta thấy (E) có: $\begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{5} \\ b = 4 \end{cases}$ Và từ đó suy ra: $c = 2$	0.25
	Vậy: $A_1(-2\sqrt{5}; 0); A_2(2\sqrt{5}; 0); B_1(0; -4); B_2(0; 4); F_1(-2; 0); F_2(2; 0); e = \frac{\sqrt{5}}{5}$ <i>(Mỗi ý sai trừ 0.1đ)</i>	0.75
Câu 4. (1.5đ)	Cho đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$ và điểm $A(1; -2)$.	
	a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ qua A và $\Delta \perp d$. Từ đó tìm tọa độ điểm K là hình chiếu vuông góc của A lên d .	
	$\Delta \perp d$ nên Δ có dạng: $x + y + m = 0$. $A(1; -2) \in \Delta \Leftrightarrow m = 1$. Vậy $\Delta: x + y + 1 = 0$.	0.25 0.25
	Điểm K là hình chiếu vuông góc của A lên d nên $K = \Delta \cap d \Leftrightarrow K(-1; 0)$	0.25
	b) Viết phương trình đường tròn (C) tâm $I(13; 5)$ và tiếp xúc với đường thẳng d .	

	Đường tròn (C) có bán kính $R = d(I, d) = \frac{9\sqrt{2}}{2}$. Vậy ptr (C): $(x-13)^2 + (y-5)^2 = \frac{81}{2}$.	
5. (1.5đ)	Cho phương trình đường tròn (T): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 31 = 0$.	
	a) Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục bé bằng bán kính của (T) và tiêu cự bằng $2\sqrt{2}$.	
	(C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 6$. Giả sử (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; (a > b > 0)$	0.25
	Theo đề: $\begin{cases} 2b = 6 \\ 2c = 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ c = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 = 11.$	0.25
	Vậy (E): $\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{9} = 1$	0.25
	b) Tìm m để đường thẳng $\Delta: y = x + m$ là tiếp tuyến của (T).	
	Ycbt $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$	0.25
	$\Leftrightarrow \frac{ 1+2+m }{\sqrt{2}} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 3+m = 6\sqrt{2} \\ 3+m = -6\sqrt{2} \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 6\sqrt{2} - 3 \\ m = -6\sqrt{2} - 3 \end{cases}$.	0.25
6a) (0.75đ)	Chứng minh rằng: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = \frac{1}{4} \sin 4x$.	
	$VT = \sin x \cdot \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{4} \sin 4x = VP$ (đpcm).	0.25x3
6b) (0.75đ)	Chứng minh rằng biểu thức $M = (\tan x + \cot x)^2 - \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}$ độc lập với biến x.	
	$M = \tan^2 x + 2.1 + \cot^2 x - (1 + \tan^2 x) - (1 + \cot^2 x)$	0.5
	$= 0$. Vậy biểu thức độc lập với biến x.	0.25
7. (0.75đ)	Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{(m-1)x^2 + (m+1)x + m-2}$ xác định trên $\mathbb{R}$.	
	Đặt $f(x) = (m-1)x^2 + (m+1)x + m-2$ Ycbt $\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (*)	0.25
	TH1: $m = 1, (*) \Leftrightarrow 2x - 1 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (vô lý) nên loại $m = 1$.	
	TH2: $m \neq 1, (*) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m+1)^2 - 4(m-1)(m-2) \leq 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -3m^2 + 14m - 7 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{7+2\sqrt{7}}{3}$. Vậy $m \in \left[\frac{7+2\sqrt{7}}{3}; +\infty \right)$ thỏa ycbt	0.25

8.a)	a) Chứng minh $4\cos x.\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right).\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\cos 3x$.	
	$VT = 4\cos x.\left(\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)\left(\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)$ $= 4\cos x.\left(\frac{1}{4}\cos^2 x - \frac{3}{4}\sin^2 x\right) = \cos^3 x - 3\cos x(1-\cos^2 x) = 4\cos^3 x - 3\cos x = \cos 3x = VP$	0.25 0.25
8.b)	b) Áp dụng câu a) chứng minh $P = \cos 10^\circ.\cos 20^\circ.\cos 30^\circ....\cos 80^\circ = \frac{3}{256}$.	
	Ta thấy $P = (\cos 10^\circ.\cos 70^\circ.\cos 50^\circ).(\cos 20^\circ.\cos 80^\circ.\cos 40^\circ).\cos 30^\circ.\cos 60^\circ = \frac{3}{256}$. Áp dụng câu a) ta được: $4\cos 10^\circ.\cos(60^\circ + 10^\circ).\cos(60^\circ - 10^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ $4\cos 20^\circ.\cos(60^\circ + 20^\circ).\cos(60^\circ - 20^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$ Vậy $P = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 30^\circ.\cos 60^\circ = \frac{3}{256}$ (điều phải chứng minh).	0.25 0.25

Lưu ý:

- Học sinh làm bài toán theo cách khác nếu đúng vẫn được đủ điểm.
- Chấm điểm khuyến khích những cách làm sáng tạo của học sinh.