**NGUYỄN VŨ HOÀNG DƯƠNG NGÀY 15/04/2021**

**§3. ĐƯỜNG TRÒN**

1. **TÓM TẮT SÁCH GIÁO KHOA**

  **Phương trình đường tròn.**

* Trong mặt phẳng tọa độ, cho đường tròn có tâm và bán kínhcó phương trình:
* Trường hợp đặc biệt , nếu và thì phương trình trở thành

. Là phương trình đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính

* Trong mặt phẳng, phương trình

Với là phương trình của đường tròn có tâm bán kính  .

 **II. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn:**

* Trong mặt phẳng tọa dộ , tiếp tiếp tại điểm của đường tròn tâm

 có phương trình là: 

* Đường thẳng tiếp xúc đường tròn

 **B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI:**

**DẠNG TOÁN 1: XÁC ĐỊNH TÂM VÀ BÁN KÍNH CỦA ĐƯỜNG TRÒN**

**Phương pháp:**

|  |
| --- |
| *• Nếu phương trình đường tròn (C) có dạng:*  *thì (C) có tâm I(a; b) và bán kính R.* *• Nếu phương trình đường tròn (C) có dạng:*  *thì*  *– Biến đổi đưa về dạng*  *hoặc*  *– Tâm I(–a; –b), bán kính R = .****Chú ý:*** *Phương trình*  *là phương trình đường tròn nếu thoả mãn điều kiện:* *.* |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 1.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó: a)   b)  c)   d)   | **Hướng dẫn giải.** |
| **Bài 2 .** Cho phương trình đường bậc hai :  (1)1. Với giá trị nào của m thì (1) là phương trình đường tròn?
2. Nếu (1) là phương trình đường tròn, hãy tìm tọa độ tâm và bán kính đường tròn đó theo m.
3. Tìm tập hợp tâm các đường tròn Cm.
 | **Hướng dẫn giải.** |
| **Bài 3.** Cho họ đường tròn có phương trình ( m là tham số) 1. Tìm tâm và bán kính đường tròn thuộc họ đã cho với m=3
2. Tìm tập hợp tâm các đường tròn thuộc họ đã cho.
 | **Hướng dẫn giải** |
| **Bài 4.** Cho 1. Chứng minh *(Cm)* là đường tròn với mọi m
2. Viết phương trình *(Cm)* có bán kính nhỏ nhất
3. Chứng minh có hai đường tròn *(Cm)* tiếp xúc với đường thẳng *x+y+5=0.*
 | **Hướng dẫn giải** |

**DẠNG TOÁN 2: LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN.**

**Phương pháp:**

*Để lập phương trình đường tròn (C) ta thường cần phải xác định* ***tâm******I (a; b)*** *và* ***bán kính R*** *của (C). Khi đó phương trình đường tròn (C) là:*

 **

***Dạng 1:*** *(C) có tâm I và đi qua điểm A.*

 *– Bán kính R = IA.*

***Dạng 2:*** *(C) có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng Δ.*

 *– Bán kính R = .*

***Dạng 3:*** *(C) có đường kính AB.*

 *– Tâm I là trung điểm của AB.*

 *– Bán kính R = .*

***Dạng 4:*** *(C) đi qua hai điểm A, B và có tâm I nằm trên đường thẳng Δ.*

 *– Viết phương trình đường trung trực d của đoạn AB.*

 *– Xác định tâm I là giao điểm của d và Δ.*

 *– Bán kính R = IA.*

***Dạng 5:*** *(C) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng Δ.*

 *– Viết phương trình đường trung trực d của đoạn AB.*

 *– Tâm I của (C) thoả mãn: .*

 *– Bán kính R = IA.*

***Dạng 6:*** *(C) đi qua điểm A và tiếp xúc với đường thẳng Δ tại điểm B.*

 *– Viết phương trình đường trung trực d của đoạn AB.*

 *– Viết phương trình đường thẳng Δ′ đi qua B và vuông góc với Δ.*

 *– Xác định tâm I là giao điểm của d và Δ′.*

 *– Bán kính R = IA.*

***Dạng 7:*** *(C) đi qua điểm A và tiếp xúc với hai đường thẳng Δ1 và Δ2.*

 *– Tâm I của (C) thoả mãn: *

 *– Bán kính R = IA.*

***Chú ý:*** *– Muốn bỏ dấu GTTĐ trong (1), ta xét dấu miền mặt phẳng định bởi Δ1 và Δ2 hay xét dấu khoảng cách đại số từ A đến Δ1 và Δ2.*

 *– Nếu Δ1 // Δ2, ta tính R = , và (2) được thay thế bới IA = R.*

***Dạng 8:*** *(C) tiếp xúc với hai đường thẳng Δ1, Δ2 và có tâm nằm trên đường thẳng d.*

 *– Tâm I của (C) thoả mãn: .*

 *– Bán kính R = .*

***Dạng 9:*** *(C) đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C (đường tròn ngoại tiếp tam giác).*

***Cách 1:*** *– Phương trình của (C) có dạng:  (\*).*

 *– Lần lượt thay toạ độ của A, B, C vào (\*) ta được hệ phương trình.*

 *– Giải hệ phương trình này ta tìm được a, b, c ⇒ phương trình của (C).*

***Cách 2:*** *– Tâm I của (C) thoả mãn: .*

 *– Bán kính R = IA = IB = IC.*

***Dạng 10:*** *(C) nội tiếp tam giác ABC.*

 *– Viết phương trình của hai đường phân giác trong của hai góc trong tam giác*

 *– Xác định tâm I là giao điểm của hai đường phân giác trên.*

 *– Bán kính R = .*

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 1:** Viết phương trình đường tròn trong các trường hợp sau:1. Đi qua các điểm *A(-1;3), B(1;-5)* và có tâm ở trên trục tung.
2. Qua 3 điểm *A(0;6), B(4;0), C(3;0)*
3. Qua điểm *A(2;-1)* và tiếp xúc với hai trục *Ox, Oy*
4. Có tâm là điểm *M(-4;2)* và tiếp xúc với đường thẳng có phương trình *3x+4y-16=0*
5. Qua hai điểm *A(2;3), B(-1;1)* và có tâm *I(a;b)* nằm trên đường thẳng *x-3y-11=0.*
 | **Lời giải** |
| **Bài 2:** Trong mp *Oxy* cho hai điểm *A(8;0), B(0;6)* 1. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác *OAB*
2. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác *OAB*
 | **Lời giải** |
| **Bài 3:** Cho đường thẳng  và điểm *M(1;-7)*1. Chứng tỏ điểm *M* thuộc đường thẳng
2. Lập phương trình đường tròn có bán kính bằng R=5 và tiếp xúc với đường thẳng  tại điểm *M* đã cho.
 | **Lời giải** |
| **Bài 4:** Viết phương trình đường tròn trong các trường hợp sau:1. Có bán kính bằng 5, tâm thuộc *Ox* và qua *A(2;4)*
2. Có tâm *I(2;-1)* và tiếp xúc ngoài với đường tròn
3. Tiếp xúc với hai trục và có tâm nằm trên đường thẳng
4. Qua *A(0;2), B(-1;1)* và có tâm trên đường thẳng *2x+3y=0*
5. Qua *A(5;3)* và tiếp xúc với đường thẳng *d: x+3y+2=0* tại *T(1;-1)*.
6. Qua điểm  tiếp xúc với đường thẳng  tại điểm
7. Có tâm thuộc đường thẳng và tiếp xúc với hai đường thẳng
 | **Lời giải** |
| **Bài 5:** Cho đường tròn . Lập phương trình đường tròn  đối xứng với đường tròn  qua đường thẳng  | **Lời giải** |
| **Bài 5:** Cho đường tròn . Lập pt đường tròn  đối xứng với đường tròn  qua điểm **Bài 6:** Lập phương trình đường tròn:1. Qua *A(1;2)* và tiếp xúc với hai trục tọa độ
2. Tiếp xúc với hai đường thẳng song song  và có tâm trên *Oy*
3. Tiếp xúc với đường thẳng  tại điểm *T(2;1)* và có bán kính bằng
4. Tiếp xúc với hai đường thẳng  và qua gốc *O*.
 | **Lời giải** |
| **Bài 7**. Cho hai điểm A(8; 0), B(0; 6). a) Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB. b) Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của OA, AB, OB. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP. c) Chứng minh rằng hai đường tròn trên tiếp xúc nhau. Tìm toạ độ tiếp điểm. | **Lời giải** |

**DẠNG TOÁN 3: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN, GIỮA HAI ĐƯỜNG TRÒN.**

**Phương pháp.**

|  |
| --- |
| 1. ***Để xét vị trí tương đối giữa đường thẳng d:*  *và đường tròn (C):****, ta có thể thực hiện như sau:.*

 *•* ***Cách 1:*** *So sánh khoảng cách từ tâm I đến d với bán kính R.*  *– Xác định tâm I và bán kính R của (C).* *– Tính khoảng cách từ I đến d.* *+  ⇔ d cắt (C) tại hai điểm phân biệt.* *+  ⇔ d tiếp xúc với (C).* *+  ⇔ d và (C) không có điểm chung.* *•* ***Cách 2:*** *Toạ độ giao điểm (nếu có) của d và (C) là nghiệm của hệ phương trình:* *(\*)* *+ Hệ (\*) có 2 nghiệm ⇔ d cắt (C) tại hai điểm phân biệt.* *+ Hệ (\*) có 1 nghiệm ⇔ d tiếp xúc với (C).* *+ Hệ (\*) vô nghiệm ⇔ d và (C) không có điểm chung.*1. ***Để xét vị trí tương đối của hai đường tròn***

 *(C1): , (C2): .* *ta có thể thực hiện như sau:* *•* ***Cách 1:*** *So sánh độ dài đoạn nối tâm I1I2 với các bán kính R1, R2.* *+  ⇔ (C1) cắt (C2) tại 2 điểm.* *+  ⇔ (C1) tiếp xúc ngoài với (C2).* *+  ⇔ (C1) tiếp xúc trong với (C2).* *+  ⇔ (C1) và (C2) ở ngoài nhau.* *+  ⇔ (C1) và (C2) ở trong nhau.* *•* ***Cách 2:*** *Toạ độ các giao điểm (nếu có) của (C1) và (C2) là nghiệm của hệ phương trình:* *(\*)* *+ Hệ (\*) có hai nghiệm ⇔ (C1) cắt (C2) tại 2 điểm.* *+ Hệ (\*) có một nghiệm ⇔ (C1) tiếp xúc với (C2).* *+ Hệ (\*) vô nghiệm ⇔ (C1) và (C2) không có điểm chung.*1. ***Cho đường tròn (C) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ.***

 *Δ tiếp xúc với (C) ⇔*  *•* ***Dạng 1:*** *Tiếp tuyến tại một điểm ∈ (C).* *– Δ đi qua  và có VTPT .* *•* ***Dạng 2:*** *Tiếp tuyến có phương cho trước.* *– Viết phương trình của Δ có phương cho trước (phương trình chứa tham số t).* *– Dựa vào điều kiện: , ta tìm được t. Từ đó suy ra phương trình của Δ.* *•* ***Dạng 3:*** *Tiếp tuyến vẽ từ một điểm ở ngoài đường tròn (C).* *– Viết phương trình của Δ đi qua A (chứa 2 tham số).* *– Dựa vào điều kiện: , ta tìm được các tham số. Từ đó suy ra phương trình của Δ.* |

1. Biện luận theo *m* số giao điểm của đường thẳng *d* và đường tròn (C), với:

 a) 

 b) 

**Lời giải**

**Bài 2.** Xét vị trí tương đối của hai đường tròn (C1) và (C2), tìm toạ độ giao điểm, nếu có, với:

a) 

b)

**Lời giải**

**Bài 3**. Biện luận số giao điểm của hai đường tròn (C1) và (C2), với:

 

 **Lời giải**

**Bài 4:** Cho đường tròn 

a) Tìm tâm và bán kính của 

b) Viết pt tiếp tuyến của  **tại điểm** 

c) Viết pt tiếp tuyến của  **đi qua** **điểm** 

d) Viết pt tiếp tuyến của  biết tiếp tuyến  **song song** với đường thẳng 

e) Viết pt tiếp tuyến của  biết tiếp tuyến **vuông góc** với đường thẳng 

 **Lời giải**

**Bài 5**. Cho hai điểm A(1; 2), B(3; 4) và đường thẳng .

 a) Viết phương trình các đường tròn (C1) và (C2) qua A, B và tiếp xúc với *d*.

 b) Viết phương trình tiếp tuyến chung (khác *d*) của hai đường tròn đó.

**Lời giải**

**Bài 6**. Cho đường tròn (C): .

 a) Tìm *m* để từ A(2; 3) có thể kẻ được hai tiếp tuyến với (C).

 b) Viết phương trình các tiếp tuyến đó khi *m* = 6.

**Bài 7:** Cho đường tròn *(C)* 

1. Tìm độ dài dây cung mà *(C)* chắn trên trục *Ox*
2. Tìm độ dài tiếp tuyến vẽ từ *A(-2;3)* đến đường tròn *(C)*
3. Tìm tâm và bán kính đường tròn *(C’)*: . Chứng minh *(C)* và *(C’)* tiếp xúc ngoài tại *T*. Viết phương trình tiếp tuyến chung tại *T*.

**Lời giải**

**Bài 8:** Cho đường tròn *(C)* 

1. Điểm *M(-1;1)* ở trong hay ở ngoài đường tròn? Lập phương trình đường thẳng chứa dây cung qua *M* và có độ dài ngắn nhất.
2. Lập phương trình đường thẳng qua *O* và cắt *(C)* theo một dây cung có độ dài là 2.

**Lời giải**

**Bài 9:** Cho đường tròn *(C)* 

1. Tìm trên *Oy* điểm từ đó kẻ được hai tiếp tuyến với *(C)* và hai tiếp tuyến này vuông góc.
2. Tìm trên *(C)* điểm gần gốc *O* nhất.

**Lời giải**

**Bài 10:** Cho hai đường tròn  và .

1. Chứng minh hai đường tròn tiếp xúc ngoài. Tìm tọa độ tiếp điểm *T*.
2. Viết phương trình tiếp tuyến chung tại *T*.

**Lời giải**

**Bài 11**: Cho đường tròn và điểm *M(-3;1)*

1. Chứng minh *M* ở ngoài đường tròn
2. Tính phương tích của M đối với đường tròn và tính độ dài tiếp tuyến MT.

**Lời giải**

**Bài 12**: Cho hai đường tròn  và . Chứng minh hai đường tròn chỉ có hai tiếp tuyến chung.

**Lời giải**

**Bài 13:** viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn 

1. Biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng *3x+y=0*
2. Biết tiếp tuyến xuất phát từ điểm *A(3;-2)*
3. Gọi các tiếp điểm trong câu b) là . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  và đường thẳng qua hai tiếp điểm .

**Lời giải**

**Bài 14:** Cho hai đường tròn  và .

1. Chứng minh hai đường tròn bằng nhau và cắt nhau;
2. Viết phương trình đường thẳng qua giao điểm của hai đường tròn;
3. Tìm phương trình tiếp tuyến chung của chúng.