

TRIỂN KHAI DỰ ÁN TÁCH ĐỀ HSG TOÁN 7

MẪU TRÌNH BÀY

Người làm: Lê Anh

Zalo: Lê Anh

- số dt zalo:

Email:

CD2: TÌM ẨN CHƯA BIẾT

Dạng 1. Tìm x thông thường

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Chương 2018-2019)

Tìm x, y biết:

$$a) \frac{x-1}{-15} = \frac{-60}{x-1}$$

$$b) \frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} = \frac{2x+3y-1}{6x}$$

Lời giải

$$(x-1)^2 = 900$$

a) Từ giả thiết bài toán ta có:

TH1:

$$x-1=30$$

$$x=31$$

TH2:

$$x-1=-30$$

$$x=-29$$

Vậy $x=31$; $x=-29$

b) Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau từ 2 tỉ số đầu ta có:

$$\frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} = \frac{2x+3y-1}{12}$$

$$\frac{2x+3y-1}{12} = \frac{2x+3y-1}{6x}$$

Kết hợp với giả thiết ta có:

+ Nếu $2x+3y-1 \neq 0$ thì $6x=12$

$$x=2$$

$$y = 3$$

+ Nếu $2x + 3y - 1 = 0$

$$2x = 1 - 3y.$$

$$\frac{1 - 3y + 1}{5} = \frac{3y - 2}{7}$$

Ta có:

$$7(2 - 3y) = 5(3y - 2)$$

$$y = \frac{2}{3}; x = -\frac{1}{2}$$

$$(x, y) \in \left\{ (2, 3); \left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{2} \right) \right\}$$

Vậy

Câu 2. (HSG 7 trường Phương Trung – Thanh Oai 2018-2019)

Tìm số hữu tỉ x , biết:

a) $(x - 1)^5 = -243$

b) $\frac{x+2}{11} + \frac{x+2}{12} + \frac{x+2}{13} = \frac{x+2}{14} + \frac{x+2}{15}$

Lời giải

a) $(x - 1)^5 = (-3)^5$

$$x - 1 = -3$$

$$x = -2$$

Vậy $x = -2$

b) Ta có: $\frac{x+2}{11} + \frac{x+2}{12} + \frac{x+2}{13} - \frac{x+2}{14} - \frac{x+2}{15} = 0$

$$(x+2) \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} - \frac{1}{14} - \frac{1}{15} \right) = 0$$

$$x+2 = 0 \text{ vì } \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} - \frac{1}{14} - \frac{1}{15} \right) \neq 0$$

$$x = -2$$

Vậy $x = -2$

Dạng 2. Đưa về dạng tích bằng 0

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện)

Tìm x , biết: $(x - 7)^{x+1} - (x - 7)^{x+11} = 0$

Lời giải

$$(x - 7)^{x+1} - (x - 7)^{x+11} = 0$$

$$(x - 7)^{x+1} [1 - (x - 7)^{10}] = 0$$

TH1:

$$(x - 7)^{x+1} = 0$$

$$x - 7 = 0$$

$$x = 7$$

TH2:

$$1 - (x - 7)^{10} = 0$$

$$1 = (x - 7)^{10}$$

$$x - 7 = 1$$

$$x = -8$$

TH3:

$$x - 7 = -1$$

$$x = 6$$

Vậy $x = 7, x = -8, x = 6$

Câu 2. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

$$7x^2 - 35x + 42 = 0$$

Tìm nghiệm của đa thức

Lời giải

$$7x^2 - 35x + 42 = 7(x^2 - 5x + 6)$$

Ta có

$$= 7[x(x - 3) - 2(x - 3)]$$

$$= 7[(x^2 - 3x) - (2x - 6)]$$

$$= 7(x - 3)(x - 2)$$

$$7x^2 - 35x + 42 = 0$$

$$7(x - 3)(x - 2) = 0$$

TH1:

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

TH2:

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

Vậy $x = 3, x = 2$

Câu 3. (HSG 7 trường Phương Trung – Thanh Oai 2018-2019)

Tìm số hữu tỉ x , biết: $x - 2\sqrt{x} = 0 \quad (x \geq 0)$

Lời giải

$$x - 2\sqrt{x} = 0$$

$$\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) = 0$$

TH1: $\sqrt{x} = 0$

$x = 0$ (thỏa điều kiện $x \geq 0$)

TH2: $\sqrt{x} - 2 = 0$

$x = 4$ (thỏa điều kiện $x \geq 0$)

Vậy $x = 4$; $x = 0$

Dạng 3: Sử dụng tính chất lũy thừa

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn, tỉnh, trường Đào Duy Từ 2018-2019)

Giá trị của x trong biểu thức $(\sqrt{x} - 1)^2 = 0,25$ là:

A. $\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

B. $-\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}$

C. $\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}$

D. $-\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

Lời giải

$$(\sqrt{x} - 1)^2 = 0,25$$

TH1: $\sqrt{x} - 1 = 0,5$

$$\sqrt{x} = 1,5$$

$$x = \frac{9}{4}$$

TH2: $\sqrt{x} - 1 = -0,5$

$$\sqrt{x} = 0,5$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Vậy $x = \frac{9}{4}$; $x = \frac{1}{4}$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Tam Nông, tỉnh, trường Hiền Quan 2018-2019)

Tìm x , biết: $5^x + 5^{x+2} = 650$

Lời giải

$$5^x + 5^{x+2} = 650$$

$$5^x (1 + 5^2) = 650$$

$$5^x \cdot 26 = 650$$

$$5^x = 25$$

$$x = 2$$

Vậy $x = 2$

Câu 2. (HSG 7 huyện Như Xuân 2018-2019)

$x,$
 Tìm biết: $2^{x-1} + 5.2^{x-2} = \frac{7}{32}$

Lời giải

$$\begin{aligned} 2^{x-1} + 5.2^{x-2} &= \frac{7}{32} \\ 2^{x-1} \left(1 + \frac{5}{2} \right) &= \frac{7}{32} \\ 2^{x-1} \cdot \frac{7}{2} &= \frac{7}{32} \\ 2^{x-1} &= \frac{7}{32} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{16} = 2^{-4} \\ x-1 &= -4 \\ x &= -3 \\ \text{Vậy } x &= -3 \end{aligned}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

Tìm số tự nhiên $\overline{ab}$ sao cho $\overline{ab}^2 = (a+b)^3$

Lời giải

Ta có: $(a+b)^3 = \overline{ab}^2$ là số chính phương nên $a+b$ là số chính phương

Đặt $a+b = x^2 (x \in \mathbb{N}^*)$, suy ra $\overline{ab}^2 = (a+b)^3 = x^6$

Ta có $x^3 = \overline{ab} < 100$ và $\overline{ab} > 8$ suy ra

$$8 < x^3 < 100$$

$$2 < x < 5$$

$$x \in \{3; 4\} \text{ vì } x \in \mathbb{N}^*$$

Với $x = 3$

$$\overline{ab}^2 = (a+b)^3 = 3^6 = 27^2 = (2+7)^3$$

$$x = 3 \text{ (tm)}$$

Với $x = 4$

$$\overline{ab}^2 = (a+b)^3 = 4^6 = 4096 = 64^2 \neq (6+4)^3 = 1000$$

$$x = 4 \text{ (ktm)}$$

Vậy $\overline{ab} = 27$

Câu 4. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018-2019)

Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện: $2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1)2^{n-1} + n.2^n = 2^{n+3}4$

Lời giải

$$2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1)2^{n-1} + n.2^n = 2^{n+3} \quad (1)$$

Đặt $B = 2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n$

$$2B = 2.(2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n)$$

$$2B = 2.2^3 + 3.2^4 + 4.2^5 + \dots + (n-1)2^n + n.2^{n+1}$$

$$2B - B = (2.2^3 + 3.2^4 + 4.2^5 + \dots + (n-1)2^n + n.2^{n+1}) - (2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n)$$

$$B = -2^3 - 2^4 - 2^5 - \dots - 2^n + n.2^{n+1} - 2.2^2$$

$$B = -(2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n) + n.2^{n+1} - 2^3$$

Khi đó $B = -(2^{n+1} - 2^3) + n.2^{n+1} - 2^3$

$$= -2^{n+1} + 2^3 + n.2^{n+1} - 2^3 = -2^{n+1} + n.2^{n+1} = (n-1).2^{n+1}$$

Từ (1) ta có: $(n-1)2^{n+1} = 2^{n+3}$

$$2^{n+3} - (n-1).2^{n+1} = 0$$

$$2^{n+1} \cdot [2^{33} - (n-1)] = 0$$

$$2^{33} - n + 1 = 0$$

$$n = 2^{33} + 1$$

Vậy $n = 2^{33} + 1$

Câu 5. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện: $2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + n.2^n = 2^{n+1}$

Lời giải

Đặt $S = 2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + n.2^n$

$$S = 2S - S = (2.2^3 + 3.2^4 + 4.2^5 + \dots + n.2^{n+1}) - (2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + n.2^n)$$

$$S = n.2^{n+1} - 2^3 - (2^3 + 2^4 + \dots + 2^{n-1} + 2^n)$$

Đặt $T = 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{n-1} + 2^n$.

$$2T = 2^4 + \dots + 2^{n-1} + 2^n + 2^{n+1}$$

$$T = 2T - T = 2^{n+1} - 2^3$$

$$\Rightarrow S = n.2^{n+1} - 2^3 - 2^{n+1} + 2^3 = (n-1).2^{n+1}$$

Vậy $(n-1).2^{n+1} = 2^{n+1}$

$$n-1 = 2^{10}$$

$$n = 1025$$

Vậy $n = 1025$

Câu 6. (HSG 7 huyện Xuân Trường 2018-2019)

Cặp số (x, y) nào thỏa mãn đẳng thức sau: $3^{2x+1} \cdot 7^y = 9 \cdot 21^x$

Lời giải

$$3^{2x+1} \cdot 7^y = 9 \cdot 21^x$$

$$3^{2x+1} \cdot 7^y = 3^2 \cdot 3^x \cdot 7^x$$

$$3^{2x+1} \cdot 7^y = 3^{x+2} \cdot 7^x$$

$$\frac{3^{2x+1}}{3^{x+2}} = \frac{7^x}{7^y}$$

$$3^{x-1} = 7^{x-y}$$

Nên $x - 1 = 0$ và $x - y = 0$

Vậy $x = y = 1$

Dạng 4: Tìm ẩn dạng phân thức

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

$$M = \frac{5-x}{x-2}$$

Cho biểu thức M Tìm x nguyên để M có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

$$M = \frac{5-x}{x-2} = \frac{3-(x-2)}{x-2} \quad (x \neq 2)$$

Ta có:

$$= \frac{3}{x-2} - 1 \quad (x \neq 2)$$

M nhỏ nhất khi $\frac{3}{x-2}$ nhỏ nhất, khi đó $x-2$ lớn nhất và $x-2 < 0$ khi đó x lớn nhất và $x < 2$ nên $x = 1$ (do $x \in \mathbb{Z}$)

Khi đó GTNN của M là $M = \frac{3}{1-2} - 1 = -4$ khi $x = 1$

Vậy M có giá trị nhỏ nhất -4 khi $x = 1$

Câu 2. (HSG 7 huyện Tiên Phước 2018-2019)

$$A = \frac{4x-7}{x-2}; B = \frac{3x^2-9x+2}{x-3}$$

Cho 2 biểu thức:

- Tìm giá trị nguyên của x để mỗi biểu thức có giá trị nguyên
- Tìm giá trị nguyên của x để cả hai biểu thức cùng có giá trị nguyên

Lời giải

$$A = \frac{4x-7}{x-2} = \frac{4(x-2)+1}{x-2} = 4 + \frac{1}{x-2}$$

a) Ta có:

Với $x \in \mathbb{Z}$ thì $x-2 \in \mathbb{Z}$

Để A nguyên thì $\frac{1}{x-2}$ nguyên thì $x-2 \in U(1)$

Với $x-2 = 1$

$$x = 3$$

Với $x - 2 = -1$
 $x = 1$

Vậy $x \in \{1; 3\}$ thì A nguyên
 $B = \frac{3x^2 - 9x + 2}{x - 3} = \frac{3x(x - 3) + 2}{x - 3}$

$$B = 3x + \frac{2}{x - 3}$$

Để B nguyên thì $\frac{2}{x - 3}$ nguyên thì $x - 3 \in U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$
 Ta có bảng

$x - 3$	1	- 1	2	- 2
x	4	2	5	1
Kết luận	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Do đó $x = 5, x = 1, x = 4, x = 2$

Vậy để B nguyên thì $x \in \{5; 1; 4; 2\}$
 $x \in \{1; 3\}$

b) Từ câu a : A nguyên khi

B nguyên khi $x \in \{5; 1; 4; 2\}$

suy ra để A, B cùng có giá trị nguyên khi $x = 1$.

Câu 3. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

$$A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} \quad (x \geq 0)$$

Tìm số nguyên x để A có giá trị là một số nguyên, biết:

Lời giải

$$A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x} - 3}$$

A nguyên khi $\frac{4}{\sqrt{x} - 3}$ nguyên $\Rightarrow \sqrt{x} - 3 \in U(4) = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$

Ta có bảng

$\sqrt{x} - 3$	1	- 1	2	- 2	4	- 4
x	16	4	25	1	49	K có giá trị
Kết luận	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	

Các giá trị nguyên của x là: 1; 4; 25; 16; 49 thì A có giá trị là một số nguyên.

Câu 4. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

Tìm số nguyên x để M đạt giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất đó.

$$M = \frac{x - 14}{4 - x}$$

Lời giải

$$M = \frac{x - 14}{4 - x} = \frac{-10 - (4 - x)}{4 - x} = \frac{-10}{4 - x} - 1$$

M nhỏ nhất khi và chỉ khi $\frac{-10}{4 - x}$ nhỏ nhất

Xét $x < 4$ thì $\frac{-10}{4 - x} < 0$; $x > 4$ thì $\frac{-10}{4 - x} > 0$

Ta chỉ xét $x < 4$. $\frac{-10}{4 - x}$ nhỏ nhất khi $\frac{10}{4 - x}$ lớn nhất
 $4 - x = 1$ (vì mẫu nguyên dương nhỏ nhất)

Với $x = 3$ ta có: $M = \frac{3 - 14}{4 - 3} = -11$

Vậy M đạt giá trị nhỏ nhất là -11 khi $x = 3$

Dạng 5: Tìm x dạng chứa dấu giá trị tuyệt đối

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện)

Tìm x , biết: $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

Lời giải

$$\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$$

$$\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\left| x - \frac{1}{3} \right| = 2$$

TH1:

$$x - \frac{1}{3} = 2$$

$$x = \frac{7}{3}$$

TH2:

$$x - \frac{1}{3} = -2$$

$$x = \frac{-5}{3}$$

Vậy $x = \frac{-5}{3}$; $x = \frac{7}{3}$

Câu 2. (HSG 7 huyện Tam Nông, tỉnh, trường Hiền Quan 2018-2019)

Tìm x , biết: $3 - \left| x - \frac{4}{5} \right| = \frac{3}{4}$

Lời giải

$$3 - \left| x - \frac{4}{5} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \left| x - \frac{4}{5} \right| = \frac{9}{4}$$

TH1:

$$x - \frac{4}{5} = \frac{9}{4}$$

$$x = \frac{61}{20}$$

TH2:

$$x - \frac{4}{5} = -\frac{9}{4}$$

$$x = -\frac{29}{20}$$

Vậy $x = \frac{61}{20}$; $x = -\frac{29}{20}$.

Câu 3. (HSG 7 huyện Tân Tạo 2018-2019)

Tìm x , biết: $|x - 2| + |3 - 2x| = 2x + 1$

Lời giải

Nếu $x > 2$ ta có: $x - 2 + 2x - 3 = 2x + 1$

$$x = 6 \text{ (tm)}$$

Nếu $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$ ta có: $2 - x + 2x - 3 = 2x + 1$

$$x = -2 \text{ (ktm)}$$

Nếu $x < \frac{3}{2}$, ta có: $2 - x + 3 - 2x = 2x + 1$

$$x = \frac{4}{5} \text{ (tm)}$$

Vậy $x = 6$; $x = \frac{4}{5}$

Câu 4. (HSG 7 trường Lý Tự Trọng 2018-2019)

Tìm x , biết: $|x^2 + |x - 1|| = x^2 + 2$

Lời giải

$$\begin{array}{l} x^2 + |x - 1| > 0 \quad x^2 + |x - 1| = x^2 + 2 \quad |x - 1| = 2 \\ \text{Vì} \qquad \qquad \qquad \text{nên} \qquad \qquad \qquad \text{hay} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} +) \text{ Nếu } x \geq 1 \text{ thì } x - 1 = 2 \\ \qquad \qquad \qquad x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} +) \text{ Nếu } x < 1 \text{ thì } x - 1 = -2 \\ \qquad \qquad \qquad x = -1 \end{array}$$

$$\text{Vậy } x \in \{-1; 3\}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Như Xuân 2018-2019)

Tìm x, y biết:

$$\left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$$

1)

$$2) |x + 5| + (3y - 4)^{2016} = 0$$

Lời giải

$$1) \left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$$

$$\left| x + \frac{1}{5} \right| = 2$$

TH1:

$$x + \frac{1}{5} = 2$$

$$x = \frac{9}{5}$$

TH2:

$$x + \frac{1}{5} = -2$$

$$x = -\frac{11}{5}$$

$$2) |x + 5| + (3y - 4)^{2016} = 0$$

$$\begin{array}{l} |x + 5| \geq 0 \quad (3y - 4)^{2016} \geq 0 \quad |x + 5| + (3y - 4)^{2016} = 0 \quad |x + 5| = 0 \quad (3y - 4)^{2016} = 0 \\ \text{Vì} \qquad \qquad \qquad ; \qquad \qquad \qquad \text{nên} \qquad \qquad \qquad \text{khi} \qquad \qquad \qquad \text{và} \end{array}$$

$$x + 5 = 0 \text{ và } 3y - 4 = 0$$

$$x = -5 \text{ và } y = \frac{4}{3}$$

$$\text{Vậy } (x, y) = \left(-5; \frac{4}{3} \right)$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Tôn Đức Thắng 2018-2019)

$$5. \left| \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x \right| - 3,25 = -2 \left[(1,25)^2 - 2,5 \cdot 0,25 + (-0,25)^2 \right]$$

a) Tìm x , biết:

b) Tìm x, y , biết: $|3+y| + |2x+y| = 0$

Lời giải

$$\left| \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x \right| = \frac{1}{4}$$

a) Tính được

TH1:

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

TH2:

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}x = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3}x = 1$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{4} \quad x = \frac{3}{2}$$

Vậy ;

b) Vì $|3+y| \geq 0, |2x+y| \geq 0$ nên $|3+y| + |2x+y| \geq 0$

$$|3 + y| = 0 \text{ và } |2x + y| = 0$$

$$y + 3 = 0 \text{ và } 2x + y = 0$$

$$\text{Suy ra } y = -3 \text{ và } x = \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } y = -3 \text{ và } x = \frac{3}{2}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Xuân Trường 2018-2019)

$$\text{Tìm số nguyên } x, \text{ biết } \frac{\sqrt{49}}{6} < \left| x - \frac{2}{3} \right| < \frac{26}{\sqrt{81}}$$

Lời giải

$$\text{Với } x - \frac{2}{3} \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sqrt{49}}{6} < x - \frac{2}{3} < \frac{26}{\sqrt{81}}$$

$$\frac{\sqrt{49}}{6} + \frac{2}{3} < x < \frac{26}{\sqrt{81}} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{11}{6} < x < \frac{32}{9}$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \text{ nên } x \in \{2; 3\}$$

$$\text{Với } x - \frac{2}{3} < 0 \Rightarrow x < \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sqrt{49}}{6} < \frac{2}{3} - x < \frac{26}{\sqrt{81}}$$

$$\frac{\sqrt{49}}{6} - \frac{2}{3} < -x < \frac{26}{\sqrt{81}} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} < -x < \frac{20}{9}$$

$$-\frac{20}{9} < x < -\frac{1}{2}$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \text{ nên } x \in \{-3; -2; -1\}$$

$$\text{Vậy } x \in \{-3; -2; -1; 2; 3\}$$

Câu 8. (HSG 7 huyện Hằng Hóa 2018-2019)

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } \left(\frac{21}{10} - |x+2| \right) : \left(\frac{19}{10} - \frac{7}{5} \right) + \frac{4}{5} = 1$$

Lời giải

$$\left(\frac{21}{10} - |x+2| \right) : \left(\frac{19}{10} - \frac{7}{5} \right) + \frac{4}{5} = 1$$

$$\left(\frac{21}{10} - |x+2| \right) : \frac{1}{2} + \frac{4}{5} = 1$$

$$\left(\frac{21}{10} - |x+2| \right) : \frac{1}{2} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{21}{10} - |x+2| = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

$$|x+2| = \frac{21}{10} - \frac{1}{10} = 2$$

TH1:

$$x+2=2$$

$$x=0$$

TH2:

$$x+2=-2$$

$$x=-4$$

$$\text{Vậy } x \in \{-4; 0\}$$

Câu 9. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } \left| x - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right| = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right|$$

Lời giải

$$\left| x - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right| = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right|$$

$$\Rightarrow \left| x - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right| = \left| -\frac{8}{5} + \frac{3}{4} \right|$$

$$\Rightarrow \left| x - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right| = \frac{17}{20}$$

$$\Rightarrow \left| x - \frac{1}{2} \right| = \frac{8}{5}$$

$$\text{TH1: } x - \frac{1}{2} = \frac{8}{5}$$

$$x = \frac{8}{5} + \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{21}{10}$$

$$\text{TH2: } x - \frac{1}{2} = -\frac{8}{5}$$

$$x = -\frac{8}{5} + \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{11}{10}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{21}{10}; -\frac{11}{10} \right\}$$

Câu 10. (HSG 7 huyện Phú Khánh 2018-2019)

$|x-2|+|3-2x|=2x+1$
 Tìm x , biết: Tìm x , biết:

Lời giải

Nếu $x > 2$ ta có: $x-2+2x-3=2x+1$

$$x=6 \text{ (tm)}$$

Nếu $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$ ta có: $2-x+2x-3=2x+1$
 $x=-2 \text{ (ktm)}$

Nếu $x < \frac{3}{2}$, ta có: $2-x+3-2x=2x+1$
 $x=\frac{4}{5} \text{ (tm)}$

Vậy $x=6; x=\frac{4}{5}$

Câu 11. (HSG 7 huyện Xuân Trường 2018-2019)

$\left| \frac{5}{3} - x \right| - \left| \frac{-5}{6} \right| = \left| \frac{-5}{9} \right|$
 Tìm x , biết :

Lời giải

$$\left| \frac{5}{3} - x \right| - \left| \frac{-5}{6} \right| = \left| \frac{-5}{9} \right|$$

$$\left| \frac{5}{3} - x \right| = \frac{5}{9} + \frac{5}{6}$$

$$\left| \frac{5}{3} - x \right| = \frac{25}{18}$$

$$\text{TH1: } \frac{5}{3} - x = \frac{25}{18}$$

$$x = \frac{5}{18}$$

$$\text{TH2: } \frac{5}{3} - x = -\frac{25}{18}$$

$$x = \frac{55}{18}$$

Vậy $x = \frac{5}{18}; x = \frac{55}{18}$

Dạng 6: Sử dụng công thức tính tổng có quy luật

B. Tự luận

Dạng 7: Tổng các biểu thức không âm bằng 0

B. Tự luận

Dạng 8: Tìm ẩn dựa vào tính chất về dấu

B. Tự luận

Dạng 9: Sử dụng phương pháp chặn để tìm ẩn

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018-2019)

Chứng minh rằng không thể tìm được số nguyên x, y, z thỏa mãn :
 $|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2017$

Lời giải

Ta có: $|x - y| + |y - z| + |z - x| = |x - y| + (x - y) + |y - z| + (y - z) + |z - x| + (z - x)$

Với mọi số nguyên x ta lại có $|x| + x = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

Suy ra $|x| + x$ luôn là số chẵn với mọi số nguyên x

Từ đó ta có: $|x - y| + (x - y); |y - z| + (y - z); |z - x| + (z - x)$ là các số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Suy ra $|x - y| + (x - y) + |y - z| + (y - z) + |z - x| + (z - x)$ là một số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Hay $|x - y| + |y - z| + |z - x|$ là một số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Do đó, không thể tìm được số nguyên x, y, z thỏa mãn: $|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2017$

Câu 2. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

1. Tìm các số hữu tỉ a, b, c thỏa mãn đồng thời $ab = c, bc = 4a, ac = 9b$
2. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất a để khi ghép nó vào bên phải số 2019 thì được một số tự nhiên chia hết cho 2018

Lời giải

1. Nhân vế với vế ba đẳng thức $ab = c, bc = 4a, ac = 9b$

ta được $(abc)^2 = 36abc$

Nếu $abc = 0$ thì kết hợp lần lượt với $ab = c; bc = 4a; ac = 9b$ ta được: $c^2 = 0; 4a^2 = 0; 9b^2 = 0$ nên $a = b = c = 0$

Nếu $abc \neq 0$ thì $abc = 36$. Mà $ab = c$ nên $c^2 = 36$ hay $c = 6$ hoặc $c = -6$

TH1: $c = 6$

Mà $bc = 4a$ nên $6b = 4a$ và $ab = 6$

$b = \frac{2}{3}a$ và $a \cdot \frac{2}{3}a = 6$

$b = \frac{2}{3}a$ và $a^2 = 9$

Suy ra $a = 3$ và $b = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2$ hoặc $a = -3$ và $b = \frac{2}{3} \cdot (-3) = -2$

Với $c = 6$ thì $ab = 6$ suy ra $a = 3, b = 2$ hoặc $a = -3, b = -2$

TH2: $c = -6$

Mà $bc = 4a$ nên $-6b = 4a$ và $ab = -6$

$$b = -\frac{2}{3}a \quad \text{và} \quad a\left(-\frac{2}{3}a\right) = -6$$

$$b = -\frac{2}{3}a \quad \text{và} \quad a^2 = 9$$

$$\text{Suy ra } a = 3 \text{ và } b = -\frac{2}{3} \cdot 3 = -2 \quad \text{hoặc} \quad a = -3 \text{ và } b = -\frac{2}{3} \cdot (-3) = 2$$

Với $c = -6$ thì $ab = -6$ suy ra $a = 3, b = -2$ hoặc $a = -3, b = 2$

Vậy có 5 bộ $(a; b; c)$ thỏa mãn là $(0; 0; 0); (3; 2; 6); (-3; -2; 6); (3; -2; -6); (-3; 2; -6)$

2. Đặt $a = \overline{a_1 a_2 \dots a_n}$ ($n \in \mathbb{N}^*, a_1, a_2, \dots, a_n$ là các chữ số, $a_1 \neq 0$)

Số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{2019 a_1 a_2 \dots a_n}$

Theo giả thiết, ta có: $\overline{2019 a_1 a_2 \dots a_n} : 2018$

$$(\overline{2019 \cdot 10^n + a_1 a_2 \dots a_n}) : 2018$$

$$(\overline{2018 \cdot 10^n + 10^n + a_1 a_2 \dots a_n}) : 2018$$

$$(\overline{10^n + a_1 a_2 \dots a_n}) : 2018$$

Xét các trường hợp:

Với $n = 1$, ta được: $(\overline{10 + a_1}) : 2018$ nên không tìm được a_1 vì $10 < 10 + a_1 < 20$

Với $n = 2$, ta được $(\overline{100 + a_1 a_2}) : 2018$ nên không tìm được $\overline{a_1 a_2}$ vì $100 < 100 + \overline{a_1 a_2} < 200$

Với $n = 3$, ta được $(\overline{1000 + a_1 a_2 a_3}) : 2018$, không tìm được $\overline{a_1 a_2 a_3}$ vì $1000 < 1000 + \overline{a_1 a_2 a_3} < 2000$

Với $n = 4$, ta được $(\overline{10000 + a_1 a_2 a_3 a_4}) : 2018$

$$(\overline{10000 + a_1 a_2 a_3 a_4} - 5 \cdot 2018) : 2018$$

Hay $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4} - 90 = 2018$ nên $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4} = 2108$

Vậy số tự nhiên a nhỏ nhất cần tìm là $a = 2108$

Dạng 10: Tìm ẩn với điều kiện nguyên

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Kinh Môn, tỉnh Hải Dương 2018-2019)

Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x + 2y = 3xy + 3$

Lời giải

$$x + 2y = 3xy + 3$$

$$3x + 6y - 9xy - 9 = 0$$

$$3x - 9xy + 6y - 2 = 7$$

$$3x(1 - 3y) + 2(3y - 1) = 7$$

$$(3y - 1)(2 - 3x) = 7$$

Do $x, y \in \mathbb{Z}$ suy ra $3y - 1; 2 - 3x \in \mathbb{Z}$ nên ta có bảng sau

$3y - 1$	1	- 1	7	- 7
$2 - 3x$	7	- 7	1	- 1
y	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{8}{3}$	- 2
x		3		1
Kết luận	Loại	Thỏa mãn	Loại	Thỏa mãn

Vậy $(x, y) \in \{(3, 0); (1, - 2)\}$

Câu 2. (HSG 7 huyện Hiệp Đức 2018-2019)

Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho $x - xy + y = 0$

Lời giải

$$x - xy + y = 0$$

Ta có:

$$x - xy - 1 + y = - 1$$

$$x(1 - y) - (1 - y) = - 1$$

$$(x - 1)(1 - y) = - 1$$

$x - 1$	1	- 1
$1 - y$	- 1	1
x	2	0
y	2	0

Vậy $(x, y) \in \{(0; 0); (2; 2)\}$

Câu 3. (HSG 7 huyện Tân Tạo 2018-2019)

Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết: $xy + 2x - y = 5$

Lời giải

$$xy + 2x - y = 5$$

Ta có:

$$x(y + 2) - (y + 2) = 3$$

$$(x - 1)(y + 2) = 3$$

$$(y+2)(x-1)=3.1=1.3=(-1).(-3)=(-3).(-1)$$

$y+2$	3	1	-1	-3
$x-1$	1	3	-3	-1
x	2	4	-2	0
y	1	-1	-3	-5

Vậy $(x,y) \in \{(2;1);(4;-1);(-2;-3);(0;-5)\}$

Câu 4. (HSG 7 trường Lý Tự Trọng 2018-2019)

$$x+y+z=xyz$$

Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình

Lời giải

Vì x, y, z nguyên nên ta giả sử $1 \leq x \leq y \leq z$

$$1 = \frac{1}{yz} + \frac{1}{yx} + \frac{1}{zx} \leq \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{x^2}$$

Theo bài

$$\text{Nên } x^2 \leq 3 \Rightarrow x = 1$$

Thay vào đầu bài ta có :

$$1+y+z=yz \text{ suy ra } y-yz+1+z=0$$

$$y(1-z)-(1-z)+2=0$$

$$(y-1)(z-1)=2$$

$$\text{TH1: } y-1=1 \Rightarrow y=2 \text{ và } z-1=2 \Rightarrow z=3$$

$$\text{TH2: } y-1=2 \Rightarrow y=3 \text{ và } z-1=1 \Rightarrow z=2$$

Vậy có hai cặp nghiệm nguyên thỏa mãn $(1;2;3)$, $(1;3;2)$

Câu 5. (HSG 7 huyện Việt Yên 2018-2019)

$$x, y \in \mathbb{Z} \quad xy+3x-y=6$$

Tìm , biết

Lời giải

$$xy+3x-y=6$$

$$x(y+3)-y-3=3$$

$$(x-1).(y+3)=3=3.1=1.3=(-3).(-1)=(-1).(-3)$$

Ta có bảng

$y+3$	3	1	-1	-3
$x-1$	1	3	-3	-1
x	2	4	-2	0
y	2	-2	-4	-6

Vậy $(x,y) \in \{(4;2);(2;0);(-2;-4);(0;-6)\}$

Câu 6. (HSG 7 huyện Hằng Hóa 2018-2019)

Tìm y nguyên, biết $(y - 2018)^{2018} + |y - 2019| = 1$

Lời giải

Vì $y \in \mathbb{Z}$ mà $(y - 2018)^{2018} + |y - 2019| = 1$

TH1:

$$y - 2018 = 0 \text{ và } |y - 2019| = 1$$

Suy ra $y = 2018$

TH2:

$$|y - 2018| = 1 \text{ và } y - 2019 = 0 \text{ suy ra } y = 2019$$

Vậy $y = 2018$ hoặc $y = 2019$

Câu 7. (HSG 7 huyện Phú Ninh 2018-2019)

Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết: $25 - y^2 = 8(x - 2015)^2$

Lời giải

$$25 - y^2 \leq 25$$

Ta có:

$$8(x - 2015)^2 \leq 25$$

$$(x - 2015)^2 < 4$$

Do x nguyên nên $(x - 2015)^2$ là số chính phương. Có 2 trường hợp xảy ra:

TH1: $(x - 2015)^2 = 0 \Rightarrow x = 2015$, khi đó $y = 5$ hoặc $y = -5$

TH2: $(x - 2015)^2 = 1$

$$x - 2015 = 1 \text{ hoặc } x - 2015 = -1$$

$$x = 2016 \text{ hoặc } x = 2014$$

Với $x = 2016$ hoặc $x = 2014$ thì $y^2 = 17$ (loại)

Vậy $x = 2015, y = 5$ và $x = 2015, y = -5$

Câu 8. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho: $2xy + x - 2y = 4$

Lời giải

$$2xy + x - 2y = 4$$

Ta có:

$$x(2y + 1) - (2y + 1) = 3$$

$$(x - 1)(2y + 1) = 3$$

$x - 1$	1	1	3	- 3
---------	---	---	---	-----

x	2	0	4	- 2
$2y + 1$	3	- 3	1	- 1
y	1	- 2	0	- 1

Vậy $(x, y) \in \{(2; 1); (0; - 2); (4; 0); (- 2; - 1)\}$

Câu 9. (HSG 7 huyện Kim Thành 2018-2019)

Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x + 2y = 3xy + 3$

Lời giải

$$x + 2y = 3xy + 3$$

Ta có:

$$3x + 6y = 9xy + 9$$

$$(3x - 9xy) + (6y - 2) = 7$$

$$3x(1 - 3y) - 2(1 - 3y) = 7$$

$$(3x - 2)(1 - 3y) = 7$$

Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $3x - 2; 1 - 3y$ là các số nguyên

Mà $(3x - 2).(1 - 3y) = 7$

Bảng giá trị:

$3x - 2$	- 7	- 1	1	7
$1 - 3y$	- 1	- 7	7	1
x	$-\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	3
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$	- 2	0
	ktm	ktm	tm	tm

Vậy $(x, y) \in \{(1; - 2); (3; 0)\}$

Câu 10. (HSG 7 trường Phương Trung – Thanh Oai 2018-2019)

Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$

Lời giải

$$\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{5}{x} + \frac{2y}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{1}{8} - \frac{2y}{8}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{1-2y}{8}$$

$x(1-2y)=40$ suy ra $1-2y$ là ước lẻ của 40. Ước lẻ của 40 là $\pm 1; \pm 5$

Ta có bảng

$1-2y$	1	- 1	5	- 5
x	40	- 40	8	- 8
y	0	1	- 2	3

Vậy $(x,y) \in \{(40;0); (-40;1); (8;-2); (8;3)\}$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>