

Bài 1. (4 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = x^4 - 17x^3 + 17x^2 - 17x + 20$ tại $x = 16$

b) Cho $x + y = a$ và $xy = b$. Tính giá trị của biểu thức sau theo a và b : $B = x^2 + y^2$

Bài 2. (4 điểm)

a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $C = 4 - x^2 + 2x$

b) Tìm ba số tự nhiên liên tiếp biết rằng tổng của ba tích của hai trong ba số ấy bằng 242

Bài 3. (4 điểm)

a) Tìm x , biết: $4(x+1)^2 + (2x-1)^2 - 8(x-1)(x+1) = 11$

b) Tìm x, y, z biết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}; \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ và $x + y + z = 195$

Bài 4. (4 điểm)

Tứ giác $ABCD$ có $\angle B + \angle D = 180^\circ$ và $CB = CD$. Chứng minh AC là tia phân giác của góc A.

Bài 5. (4 điểm)

Một tam giác có đường cao và đường trung tuyến chia góc ở đỉnh thành ba phần bằng nhau. Tính các góc của tam giác đó.

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Thay $x = 16$ vào biểu thức ta được:

$$\begin{aligned}A &= 16^4 - 17 \cdot 16^3 + 17 \cdot 16^2 - 17 \cdot 16 + 20 \\&= 16^4 - (16+1) \cdot 16^3 + (16+1) \cdot 16^2 - (16+1) \cdot 16 + (16+4) \\&= 16^4 - 16^4 - 16^3 + 16^3 + 16^2 - 16^2 - 16 + 16 + 4 = 4\end{aligned}$$

Vậy giá trị của biểu thức A tại $x = 16$ là 4.

b)

$$B = x^2 + y^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - 2xy = (x + y)^2 - 2xy$$

Thay $x + y = a$ và $xy = b$ vào biểu thức ta được: $B = a^2 - 2b$

Vậy giá trị của biểu thức B tại $x + y = a$ và $xy = b$ là $a^2 - 2b$

Câu 2.

$$a) \quad C = 4 - x^2 + 2x = 5 - (x^2 - 2x + 1) = 5 - (x - 1)^2 \leq 5$$

$$\text{Vậy } C_{\max} = 5 \Leftrightarrow x = 1$$

b) Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là $x, x+1, x+2$. Ta có:

$$x(x+1) + x(x+2) + (x+1)(x+2) = 242$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + x^2 + 2x + x^2 + 3x + 2 = 242$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 2 = 242 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 240$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x = 80 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 81$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 = 9^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=9 \\ x+1=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \text{ (TM)} \\ x=-10 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Vậy ba số tự nhiên liên tiếp cần tìm là 8; 9; 10

Câu 3.

a)

$$4(x+1)^2 + (2x-1)^2 - 8(x-1)(x+1) = 11$$

$$\Leftrightarrow 4(x^2 + 2x + 1) + (4x^2 - 4x + 1) - 8(x^2 - 1) = 11$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 8x + 4 + 4x^2 - 4x + 1 - 8x^2 + 8 = 11$$

$$\Leftrightarrow 4x + 13 = 11$$

$$\Leftrightarrow 4x = -2 \Leftrightarrow x = -0,5$$

b)

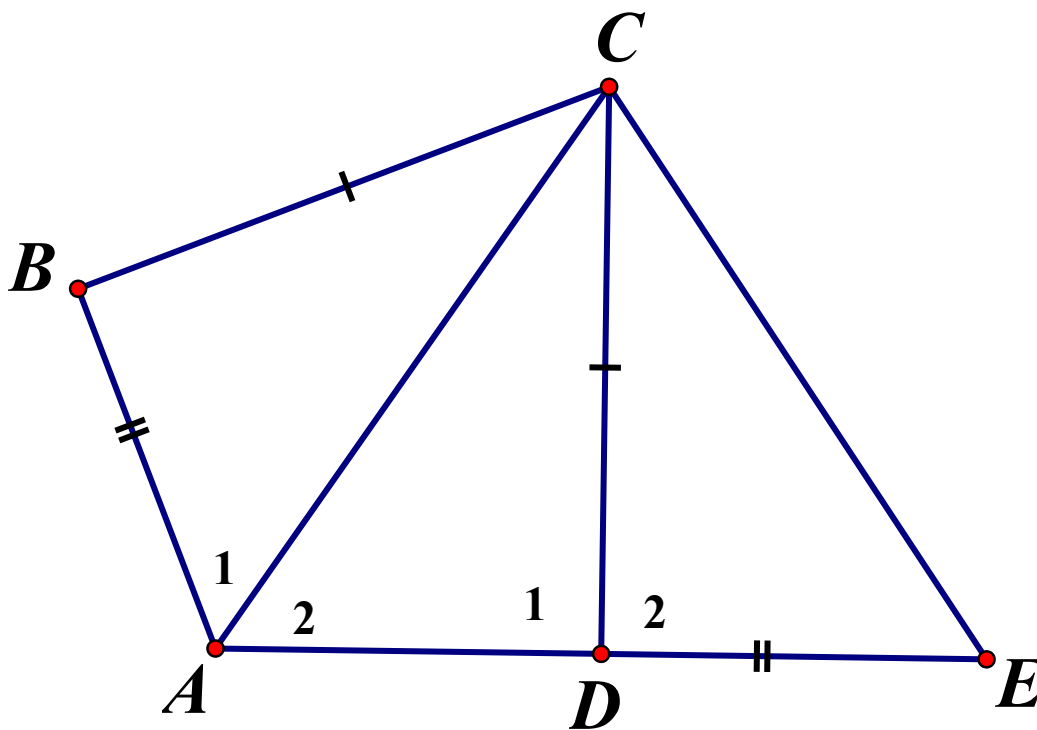
$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{10}; \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \Rightarrow \frac{y}{10} = \frac{z}{14}$$

Do đó: $\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{14}$ và $x + y + z = 195$

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{14} = \frac{x + y + z}{15 + 10 + 14} = \frac{195}{39} = 5$$

Vậy $x = 5.15 = 75; y = 5.10 = 50; z = 5.14 = 70$

Câu 4.



Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DE = BA$

Ta có: $\angle B + \angle D_1 = 180^\circ$ và $\angle D_1 + \angle D_2 = 180^\circ \Rightarrow \angle B = \angle D_2$

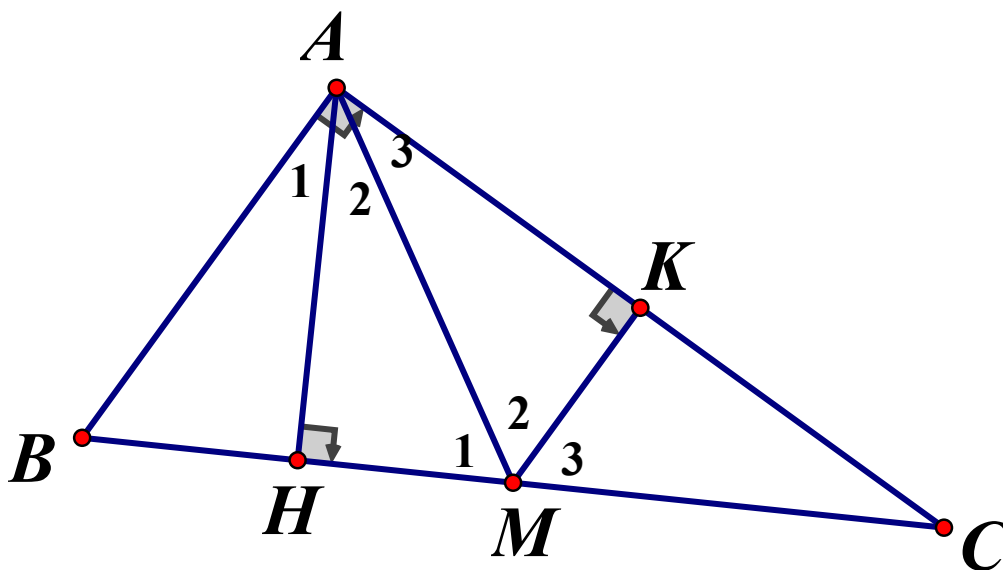
Xét $\triangle CBA$ và $\triangle CDE$ có: $CB = CD(gt); \angle B = \angle D_2; BA = DE$

$\Rightarrow \triangle CBA = \triangle CDE(c.g.c) \Rightarrow \angle A_1 = \angle E \quad (1); CA = CE$

Xét $\triangle CAE$ có $CA = CE$ nên là tam giác cân $\Rightarrow \angle A_2 = \angle E \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\angle A_1 = \angle A_2 \Rightarrow AC$ là tia phân giác của góc A

Câu 5.



Kẻ $MH \perp BC$. Khi đó $\triangle AMH = \triangle AKM$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow MK = MH$ (1)

Xét $\triangle ABM$ có AH vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên nó cân tại A

$\Rightarrow MH = BH = \frac{1}{2}BM = \frac{1}{2}MC$ (2)
 $\Rightarrow AH$ cũng là đường trung tuyến

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MK = \frac{1}{2}MC \Rightarrow \triangle MKC$ là nửa tam giác đều

Do đó: $\angle C = 30^\circ \Rightarrow \angle M_3 = 60^\circ \Rightarrow \angle HMK = 120^\circ$

Vì $\triangle AHM = \triangle AKM$ nên $\angle M_1 = \angle M_2 = \frac{1}{2} \angle MHK = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$

Suy ra $\angle A_3 = 30^\circ \Rightarrow \angle A = 3 \cdot \angle A_3 = 3 \cdot 30^\circ = 90^\circ$

Vậy $\triangle ABC$ vuông tại A, $\angle B = 60^\circ; \angle C = 30^\circ$