

PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 31-2024

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?

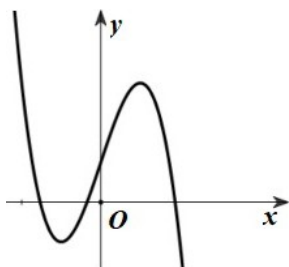
- A. $P(1;0;1)$. *B. $N(1;-2;0)$.
- C. $M(0;1;2)$. D. $Q(0;0;3)$.

Câu 2. Xét $I = \int \sqrt{1+2x} dx$. Bằng cách đặt $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- *A. $I = \int u^2 du$.
- B. $I = \int (u^2 - 1) du$.
- C. $I = \frac{1}{2} \int u^2 du$.
- D. $I = \frac{1}{2} \int (u^2 - 1) du$.

Câu 3.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ dưới. Hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 1.** ***B. 2.** **C. 0.** **D. 3.**

Câu 4.

Thể tích khối trụ có bán kính đáy 6 cm và đường cao 10 cm bằng

- A. $300\pi \text{ cm}^3$, $300\pi \text{ cm}^3$. *B. $360\pi \text{ cm}^3$, $360\pi \text{ cm}^3$.
C. $320\pi \text{ cm}^3$. D. $340\pi \text{ cm}^3$, $340\pi \text{ cm}^3$.

Câu 5.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		4		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; -2)$. **B.** $(-2; +\infty)$. ***C.** $(-2; 3)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Câu 6. Biết $\int_2^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx = a - b \ln^2 2$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $S = a + b$.

- A. $S = \frac{3}{2}$. B. $S = \frac{1}{2}$. *C. $S = \frac{5}{2}$. D. $S = 3$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. *C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 8. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x$?

- A. $N(3; 0)$. *B. $Q(2; 14)$. C. $P(-1; 4)$. D. $M(1; -2)$.

Câu 9. Cho $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khi đó với $a \neq 0$, ta có $\int f(ax + b) dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2a} F(ax + b) + C$. *B. $\frac{1}{a} F(ax + b) + C$.
C. $F(ax + b) + C$. D. $F(x) + C$.

Câu 10. Tập xác định D của hàm số $y = \log x^4$ là

- *A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $D = (-\infty; 0)$.
C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 11. Hình chóp tứ giác đều có mấy mặt phẳng đối xứng

- A. 3. *B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 12. Giá trị biểu thức $H = 9^{\frac{1}{\log_6 3}} + 4^{\frac{1}{\log_8 2}}$ là

- *A. 100. B. 80. C. 110. D. 90.

Câu 13. Cho hai số dương a và $b, a \neq 1, b \neq 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**:

- A. $\log_a 1 = 0$. *B. $a^{\log_b a} = b$. C. $\log_a a^b = b$. D. $\log_a a = 1$.

Câu 14. Hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$

- A. Đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. B. Đồng biến trên từng khoảng xác định.
*C. Nghịch biến trên từng khoảng xác định. D. Nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 15. Hàm số nào sau đây có cực đại, cực tiểu và $x_{CT} < x_{CB}$?

A. $y = x^3 + 2x^2 + 8x + 2$.

*B. $y = -x^3 + 9x^2 + 3x + 2$.

C. $y = -x^3 - 3x - 2$.

D. $y = x^3 - 9x^2 - 3x + 5$.

Câu 16.

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + e^{2x}$ trên đoạn $[0;1]$.

A. e^2 .

B. $2e$.

C. 1.

*D. $e^2 + 1$.

Câu 17.

Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $a^{\frac{35}{48}}$.

B. $a^{\frac{77}{24}}$.

C. $a^{\frac{15}{16}}$.

*D. $a^{\frac{77}{48}}$.

Câu 18. Cho khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao là 3. Tính bán kính đường tròn đáy của khối nón?

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

*B. 2.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 1.

Câu 19. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $y = \frac{1}{2}$.

*B. $y = 2$.

C. $x = 1$.

D. $y = -1$.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $5^{x-3} = 5$ là

*A. $x = 4$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Câu 21. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 4$. Khi đó: $\int_1^3 [2f(x) - x] dx$ bằng

A. 0.

B. 5.

*C. 4.

D. 2.

Câu 22. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có tên gọi là

A. Khối tứ diện đều.

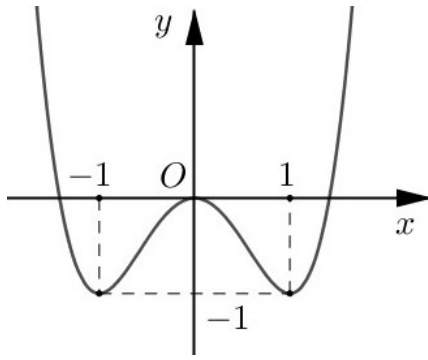
*B. Khối lập phương.

C. Khối bát diện đều.

D. Khối mười hai mặt đều.

Câu 23.

Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

B. $y = x^4 + 2x^2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

*D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 24. Đồ thị của hàm số $y = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 3x + 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0.

B. 3.

*C. 2.

D. 1.

Câu 25. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 1 - x^2$ và trục hoành quanh trục Ox .

A. $V = \frac{4\pi}{3}$.

B. $V = \frac{16}{15}$.

C. $V = \frac{4}{3}$.

*D. $V = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 26.

Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 - 3x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $-2 < m < 3$.

*B. $-2 < m < 2$.

C. $-2 \leq m < 2$.

D. $-1 < m < 3$.

Câu 27. Thể tích khối hộp chữ nhật có độ dài ba kích thước lần lượt là 3,4,6 bằng

A. 24.

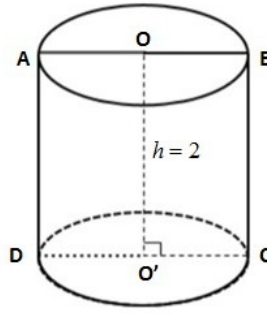
B. 12.

*C. 72.

D. 18.

Câu 28.

Một khối trụ có đường cao bằng 2, chu vi của thiết diện qua trục gấp 3 lần đường kính đáy. Thể tích của khối trụ đó bằng



*A. 8π .

B. 32π .

C. $\frac{8\pi}{3}$.

D. 2π .

Câu 29. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{5}}$ là

*A. $(1; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x < 1$

*A. $(0; 3)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 31. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

*A. $(2x+1)e^{x^2+x}$.

B. $(2x+1)e^x$.

C. $(x^2+x)e^{2x+1}$.

D. $(2x+1)e^{2x+1}$.

Câu 32.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $3a$, cạnh bên $SC = 2a$ và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

*C. $R = 2a$.

D. $R = 3a$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Điểm nào sau đây nằm bên trong mặt cầu (S) ?

*A. $(3; 1; 2)$.

B. $(1; 2; 0)$.

C. $(4; 2; -3)$.

D. $(-5; 1; -4)$.

Câu 34. Mặt cầu có bán kính $r = 6$ thì có diện tích bằng

*A. 144π .

B. 9π .

C. 36π .

D. 27π .

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $2020^{f(x)} = x + \sqrt{x^2 + 2020}, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn $f(\log m) < f(\log_m 2020)$?

A. 65.

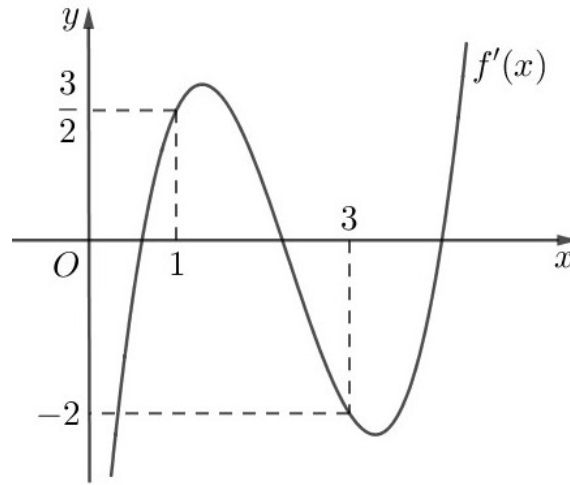
B. 66.

*C. 64.

D. 63.

Câu 36.

Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x^4) - 2x^3 + 1$ là

A. 3.

B. 2..

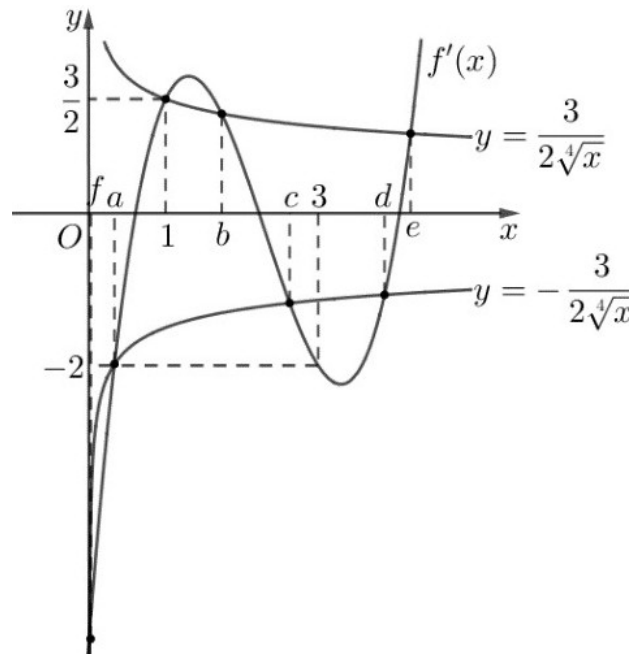
C. 5.

*D. 4.

Lời giải

Lời giải

Ta có: $g(x) = f(x^4) - 2x^3 + 1 \Rightarrow g'(x) = 4x^3 \cdot f'(x^4) - 6x^2 = 2x^2 \cdot [2x \cdot f'(x^4) - 3]$



$$\text{Xét } g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=0 \\ f'(x^4)=\frac{3}{2x} \end{cases} (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ f'(x^4) = -\frac{3}{2\sqrt[4]{x^4}} \\ x > 0 \\ f'(x^4) = \frac{3}{2\sqrt[4]{x^4}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^4 = f \vee x^4 = a \vee x^4 = c \vee x^4 = d \\ x > 0 \\ x^4 = 1 \vee x^4 = b \vee x^4 = e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt[4]{f} \\ x = -\sqrt[4]{a} \\ x = -\sqrt[4]{c} \\ x = -\sqrt[4]{d} \\ x = 1 \\ x = \sqrt[4]{b} \\ x = \sqrt[4]{e} \end{cases}$$

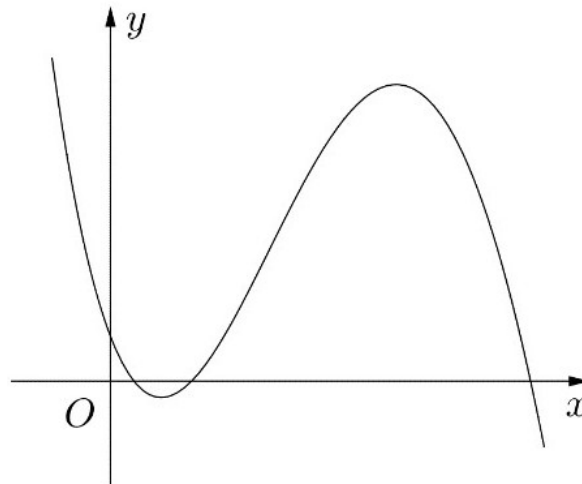
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt[4]{d}$	$-\sqrt[4]{c}$	$-\sqrt[4]{a}$	$-\sqrt[4]{f}$	0	1	$\sqrt[4]{b}$	$\sqrt[4]{e}$	$+\infty$		
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$												

Vậy hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực tiểu.

Câu 37.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 3.

B. 1.

*C. 2.

D. 4.

Câu 38. Cho phương trình $m \cdot 2^{x^2-4x-1} + m^2 \cdot 2^{2x^2-8x-1} = 7 \log_2(x^2 - 4x + \log_2 m) + 3$, (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho phương trình đã cho có nghiệm thực.

A. 32.

B. 63.

C. 31.

*D. 64.

Lời giải**Lời giải**

Điều kiện: $x^2 - 4x + \log_2 m > 0$

$$m \cdot 2^{x^2-4x-1} + m^2 \cdot 2^{2x^2-8x-1} = 7 \log_2 (x^2 - 4x + \log_2 m) + 3$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-4x+\log_2 m} + 4^{x^2-4x+\log_2 m} = 14 \log_2 (x^2 - 4x + \log_2 m) + 6$$

Đặt $x^2 - 4x + \log_2 m = t, (t > 0)$. Phương trình trở thành $2^t + 4^t = 14 \log_2 t + 6 (*)$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + 4^t - 14 \log_2 t - 6$ trên $(0; +\infty)$

Ta có
$$f'(t) = 2^t \ln 2 + 4^t \ln 4 - \frac{14}{t \ln 2}$$

$$f''(t) = 2^t \ln^2 2 + 4^t \ln^2 4 + \frac{14}{t^2 \ln 2} > 0, \forall t \in (0; +\infty)$$

Suy ra hàm số $f'(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Do đó phương trình $f(t) = 0$ hay phương trình $(*)$

có nhiều nhất 2 nghiệm

Ta thấy $t = 1, t = 2$ thỏa mãn $(*)$. Do đó phương trình $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$

$$t = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + \log_2 m = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 + \log_2 m = 0 \quad (1)$$

$$t = 2 \Rightarrow x^2 - 4x + \log_2 m = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2 + \log_2 m = 0 \quad (2)$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi (1) hoặc (2) có nghiệm

(1)

có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4 - (\log_2 m - 1) \geq 0 \Leftrightarrow \log_2 m \leq 5 \Leftrightarrow m \leq 32$.

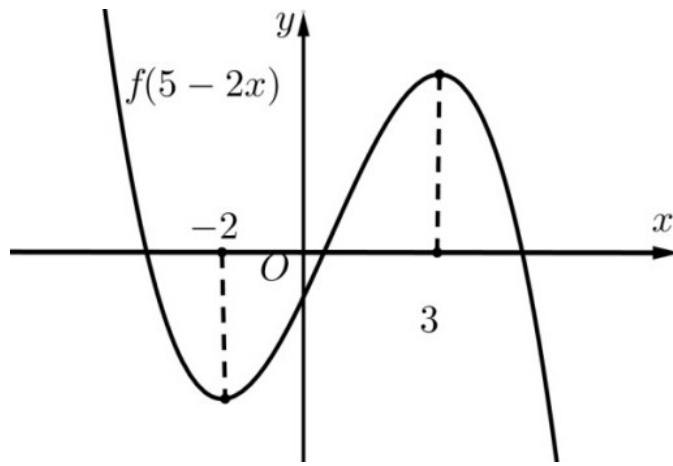
(2)

có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4 - (\log_2 m - 2) \geq 0 \Leftrightarrow \log_2 m \leq 6 \Leftrightarrow m \leq 64$.

Do đó phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq 64$. kết hợp m nguyên dương. Vậy có 64 số.

Câu 39.

Cho đồ thị hàm số $y = f(5 - 2x)$ như hình vẽ. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x^3 - 3x + m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?



A. 7.
Lời giải
Lời giải

B. 6..

C. 8.

*D. 9.

Xét hàm số $y = f(5-2x)$ có $y' = -2f'(5-2x)$.

Bảng xét dấu hàm số $y' = -2f'(5-2x)$

x	$-\infty$	-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Đặt $t = 5-2x$, ta có:

$$* \text{ Với } \begin{cases} x > 3 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x < -1 \\ 5-2x > 9 \end{cases} \Rightarrow -2f'(t) < 0 \Rightarrow f'(t) > 0.$$

$$* \text{ Với } -2 < x < 3 \Rightarrow -1 < 5-2x < 9 \text{ thì } -2f'(t) > 0 \Rightarrow f'(t) < 0.$$

Ta được $f'(t) < 0, \forall t \in (-1; 9)$.

Hàm số $y = f(x^3 - 3x + m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ khi

$$y' = f'(x^3 - 3x + m) \cdot (3x^2 - 3) \geq 0, \forall x \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow f'(x^3 - 3x + m) \leq 0, \forall x \in (0; 1)$$

$$(\text{Do } 3x^2 - 3 < 0, \forall x \in (0; 1))$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x^3 - 3x + m \leq 9, \forall x \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -x^3 + 3x - 1, \forall x \in (0; 1) \\ m \leq -x^3 + 3x + 9, \forall x \in (0; 1) \end{cases}.$$

Nhận thấy $g(x) = -x^3 + 3x - 1, h(x) = -x^3 + 3x + 9$ có $g'(x) = h'(x) = -3x^2 + 3 > 0, \forall x \in (0; 1)$.

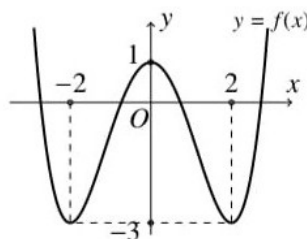
$$\text{Suy ra } \begin{cases} m \geq -x^3 + 3x - 1, \forall x \in (0;1) \\ m \leq -x^3 + 3x + 9, \forall x \in (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 9.$$

Vậy có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40.

Cho hàm số trùng phương $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 8x}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3}$$
 có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?



A. 2.

B. 5.

*C. 4.

D. 3.

Câu 41. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm của BC . Mặt phẳng (P) vuông góc với các cạnh bên và cắt các cạnh bên của hình lăng trụ lần lượt tại D, E, F . Biết mặt phẳng $(ABBA')$ vuông góc với mặt phẳng $(ACC'A')$ và chu vi của tam giác DEF bằng 4. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $a + b\sqrt{c}$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $\sqrt{c}$ tối giản. Tính $a + b + c$

A. 115.

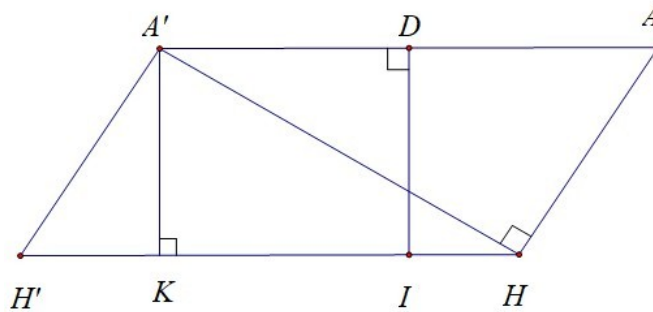
B. 206.

C. 19.

*D. 38.

Lời giải

Lời giải



Khi đó ta có $\begin{cases} BC \perp A'H \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp BB', BC \perp CC'$, suy ra $BB'C'C$ là hình chữ nhật.

Giả sử cạnh đáy của lăng trụ là a , suy ra $EF \parallel BC$ và $EF = BC = a$

Kẻ $ED \perp AA'$, $D \in AA'$, suy ra $DF \perp AA'$.

$$\text{ra } 2ED^2 = EF^2 = a^2 \Rightarrow ED = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

11

Xét hình bình hành $AA'H'H$, kẻ $A'K \perp HH'$. Ta thấy, $ID \perp AA' \Rightarrow ID \perp HH'$, suy ra $A'K \parallel ID$

$$\Rightarrow A'K = ID = \frac{EF}{2} = \frac{a}{2} \text{ (do } \triangle DEF \text{ vuông cân tại } D).$$

Khi đó, ta có diện tích hình bình hành $AA'H'H$ bằng: $A'K \cdot AA' = A'H \cdot AH$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} \cdot AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot A'H$$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{3}A'H.$$

$$\text{Mà } AA'^2 = A'H^2 + AH^2 \Rightarrow 2A'H^2 = AH^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.$$

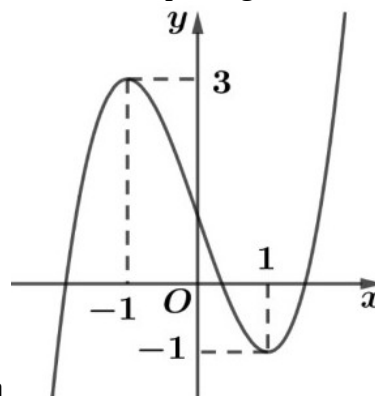
$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Suy ra } V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$

$$\text{Với } a = 4(\sqrt{2}-1) \text{ thì } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3 \cdot 64 \cdot (\sqrt{2}-1)^3 \cdot \sqrt{2}}{16} = 12(10-7\sqrt{2}).$$

Câu 42.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập các giá trị của tham số m để



phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt là

A. $(-1; 3)$.

*B. $(1; 3)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; 3)$.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = 6$, $SB = 2$, $SC = 4$, $AB = 2\sqrt{10}$ và $\angle BSC = 90^\circ$, $\angle ASC = 120^\circ$. Mặt phẳng (P) đi qua B và trung điểm N của SC và vuông góc với mặt phẳng (SAC) cắt cạnh SA tại M . Tính

tỉ số thể tích $\frac{V_{S.MBN}}{V_{S.ABC}}$.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{2}{9}$.

*C. $\frac{1}{6}$.

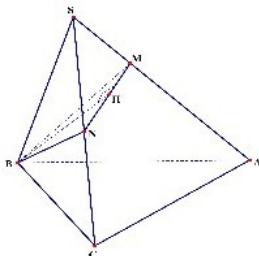
D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = 6$, $SB = 2$, $SC = 4$, $AB = 2\sqrt{10}$ và $\angle BSC = 90^\circ$, $\angle ASC = 120^\circ$. Mặt phẳng (P) đi qua B và trung điểm N của SC và vuông góc với mặt phẳng (SAC) cắt cạnh SA tại M . Tính tỉ số thể tích

$$\frac{V_{S.MBN}}{V_{S.ABC}}.$$

A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{6}$.



Ta có: $\frac{V_{S.MBN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}k$, $k = \frac{SM}{SA}$. Áp dụng định lí cosin ta có:

$$\angle BSC = 90^\circ, \angle ASC = 120^\circ, \angle ASB = 90^\circ.$$

$$\text{Đặt } \overrightarrow{SA} = \vec{a}, \overrightarrow{SB} = \vec{b}, \overrightarrow{SC} = \vec{c} \Rightarrow \begin{cases} |\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 2, |\vec{c}| = 4 \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \vec{b} \cdot \vec{c} = 4, \vec{c} \cdot \vec{a} = -12. \end{cases}$$

$$\text{Kẻ } BH \perp MN \Rightarrow BH \perp (ASC).$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{BH} = x\overrightarrow{BM} + (1-x)\overrightarrow{BN} = x(\overrightarrow{SM} - \overrightarrow{SB}) + (1-x)(\overrightarrow{SN} - \overrightarrow{SB}) = x(k\vec{a} - \vec{b}) + (1-x)\left(\frac{1}{2}\vec{c} - \vec{b}\right) = kx\vec{a} - \vec{b} + \frac{1-x}{2}\vec{c}$$

$$\text{Mặt khác, } BH \perp (ASC) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{SA} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36kx - 6(1-x) = 0 \\ -12kx - 4 + 8(1-x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{3} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{S.MBN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Câu 44. Cho hình nón có chiều cao bằng $3a$, biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng (P) đi qua đỉnh hình nón và tạo với mặt đáy của hình nón một góc 60° , thiết diện thu được là một tam giác vuông. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $6\pi a^3$. B. $135\pi a^3$. *C. $15\pi a^3$. D. $45\pi a^3$.

Câu 45. Bất phương trình $\frac{\log_{2023}(x+1)^2}{x^2 - 5x - 6} > \frac{\log_{2024}(x+1)^3}{x^2 - 5x - 6}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên

- *A. 5. B. 2023. C. 7. D. 2024.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thì phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

*A. 2..

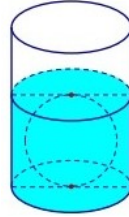
B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 47.

Người ta thả một viên bi sắt có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn 9cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên bi đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $10,8\text{cm}$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 9cm . Bán kính của viên bi đó bằng

A. $7,2\text{cm}$.

*B. $5,4\text{cm}$.

C. $8,4\text{cm}$.

D. $5,2\text{cm}$.

Câu 48. Cho hai số thực x, y thỏa mãn đồng thời $x^2 + y^2 \geq 16$, $\log_{x^2+2y^2+1}(y^2+8x+1) \geq 1$. Biết rằng tồn tại ít nhất một cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $mx + 3y + 3m - 12 = 0$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán là

A. 4.

B. 3.

*C. 10..

D. 6.

Lời giải

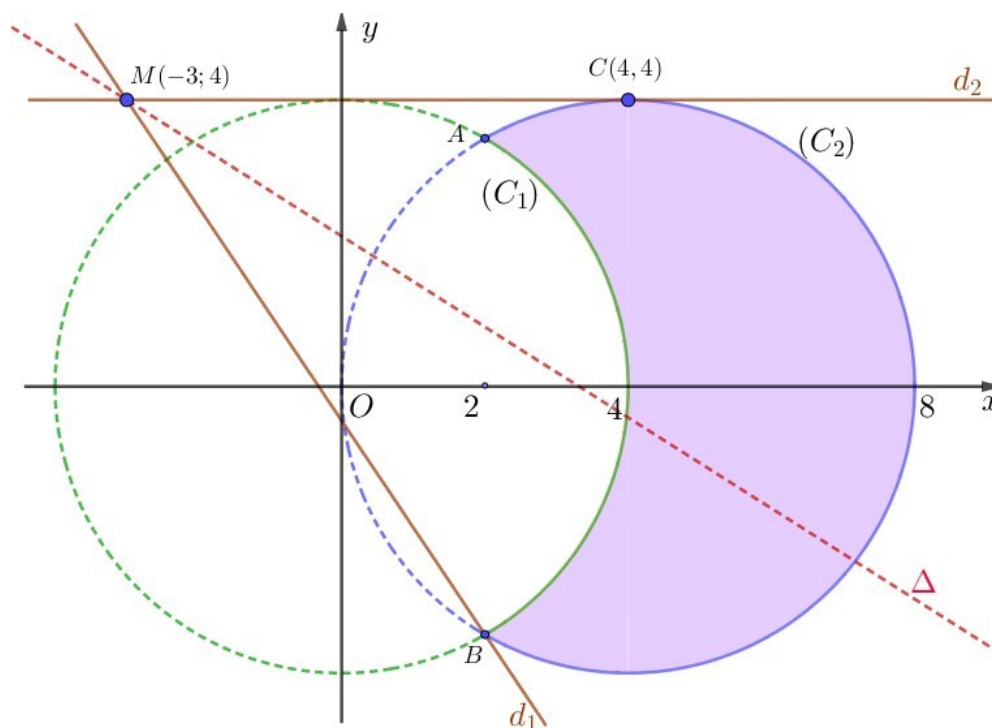
Lời giải

Ta có: $x^2 + y^2 \geq 16$ suy ra tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y)$ nằm trên hay phía ngoài đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 16$.

Do $(x; y) = (0; 0)$ không thỏa mãn điều kiện đề bài nên $x^2 + 2y^2 + 1 > 1$.

Khi đó $\log_{x^2+2y^2+1}(y^2+8x+1) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 + 2y^2 + 1 \leq y^2 + 8x + 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x \leq 0$ suy ra tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y)$ nằm trong hoặc trên đường tròn $(C_2): x^2 + y^2 - 8x = 0$.

Vậy tập hợp bộ số $(x; y)$ thỏa mãn đề bài là các điểm nằm trong miền tô đậm.



Nhận xét:

Đường tròn (C_1) cắt đường tròn (C_2) tại hai điểm phân biệt $A(2; 2\sqrt{3}), B(2; -2\sqrt{3})$

Đường thẳng $\Delta: mx + 3y + 3m - 12 = 0$ luôn đi qua điểm cố định $M(-3; 4)$ và có hệ số góc $k_{\Delta} = -\frac{m}{3}$

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua điểm M và B suy ra $\overline{MB} = (5; -2\sqrt{3} - 4)$ nên hệ số góc của đường thẳng d_1 :

$k_{d_1} = \frac{-2\sqrt{3} - 4}{5}$; d_2 là tiếp tuyến của đường tròn (C_2) đi qua $M(-3; 4)$ và tiếp xúc với (C_2) tại điểm $C(4; 4)$

nên hệ số góc của đường thẳng d_2 : $k_{d_2} = 0$.

Để tồn tại ít nhất một cặp $(x; y)$ thì $k_{d_1} \leq k_{\Delta} \leq k_{d_2} \Leftrightarrow \frac{-2\sqrt{3} - 4}{5} \leq \frac{-m}{3} \leq 0$

$$\Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{12 + 6\sqrt{3}}{5}$$

Do m là số nguyên nên $m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Câu 49. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x^2 + x^3 - 4$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 0$ là

*A. $\frac{2}{3}x^3 + \frac{x^4}{4} - 4x$.

B. 4.

C. $x^3 - x^4 + 2x$.

D. $2x^3 - 4x^4$.

Câu 50.

Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-20 ; 20]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+m+6}{x-m}$ trên đoạn $[1 ; 3]$ là số dương?

A. 10.

B. 11.

***C.** 9.

D. 8.