

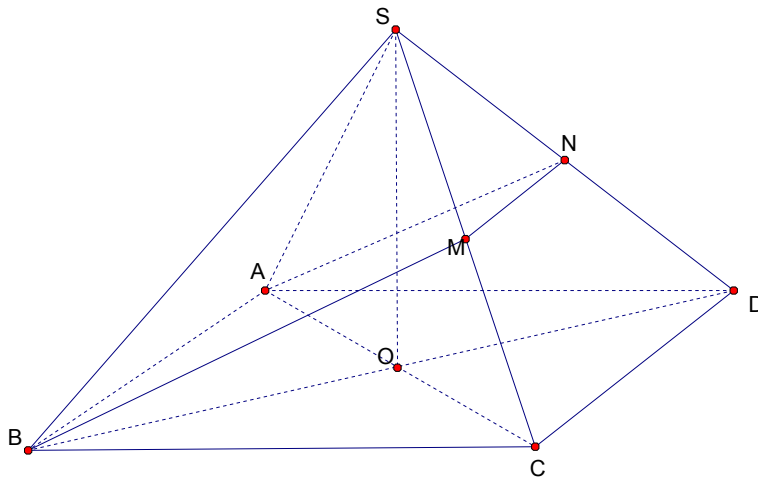
## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 08

**Câu 1:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ . Mặt phẳng qua  $AB$  và trung điểm  $M$  của  $SC$  cắt hình chóp theo thiết diện có chu vi bằng  $7a$ . Thể tích của khối nón ngoại tiếp khối chóp đều  $S.ABCD$  bằng:

- A.  $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$       B.  $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$       C.  $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$       D.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$

**Lời giải**

**Chọn B**



Mp( $ABM$ ) cắt  $SC$  tại trung điểm  $N$  của nó. Ta có thiết diện  $ABMN$  là hình thang cân. Do đó chu vi của  $ABMN$  bằng

$$AB + MN + AN + BM = 7a \Leftrightarrow 2a + a + 2BM = 7a \Leftrightarrow BM = 2a.$$

Đặt  $SB = SC = x$  ( $x > 0$ ). Xét tam giác cân  $SBC$  có  $BM$  là trung tuyến:

$$BM^2 = \frac{SB^2 + BC^2}{2} - \frac{SC^2}{4} \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{x^2 + 4a^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow x = 2a\sqrt{2}$$

$$\text{Suy ra } h = SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = a\sqrt{6}$$

Khối nón ngoại tiếp khối chóp đều  $S.ABCD$  có chiều cao là  $SO$ , bán kính đáy là  $OC$

$$\text{Vậy } V_{n\text{on}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{6} = \frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3} \quad (\text{đvtt})$$

**Câu 2:** Cho bất phương trình  $4^x - (m+1)2^{x+1} + m \geq 0$ . Tập hợp các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình nghiệm đúng với mọi  $x \geq 0$  là

- A.  $(-1; 16]$       B.  $(-\infty; -1]$       C.  $(-\infty; 0]$       D.  $(-\infty; 12]$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } 4^x - (m+1)2^{x+1} + m \geq 0, \forall x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4^x - 2 \cdot 2^x \geq (2 \cdot 2^x - 1)m, \forall x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{4^x - 2 \cdot 2^x}{2 \cdot 2^x - 1} = \frac{t^2 - 2t}{2t - 1} \text{ với } t = 2^x, t \geq 1.$$

Xét hàm số  $f(t) = \frac{t^2 - 2t}{2t - 1}$  trên  $[1; +\infty)$ .

Ta có  $f'(t) = \frac{2t^2 - 2t + 2}{(2t - 1)^2} > 0, \forall t \geq 1$ . Vậy  $f(t)$  đồng biến trên  $[1; +\infty)$ .

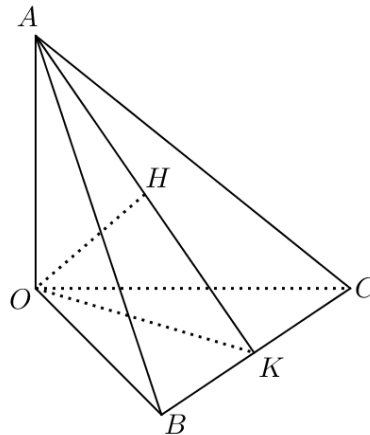
Vậy để thỏa mãn thì  $m \leq \min_{[1; +\infty)} f(t) = f(1) = -1$  hay  $m \in (-\infty; -1]$ .

**Câu 3:** Cho tứ diện  $OABC$  có ba cạnh  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau  $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}, OB = OC = a$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ . Thể tích khối tứ diện  $OABH$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$  . B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$  . C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$  . D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$  .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $K$  là trung điểm của  $BC$ , do  $OB = OC \Rightarrow AB = AC \Rightarrow AK \perp BC$ .

Ta có  $BC \perp OA; BC \perp OH \Rightarrow BC \perp AH$ .

Tương tự:  $AC \perp BH$ . Khi đó  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$  và  $A, H, K$  thẳng hàng.

Mặt khác:  $OK = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ , suy ra  $OA = OK \Rightarrow H$  là trung điểm của  $AK$ .

Vậy  $V_{OABH} = \frac{1}{2}V_{OABK} = \frac{1}{4}V_{OABC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot a \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$ .

**Câu 4:** Gọi  $z$  là một nghiệm của phương trình  $z^2 - z + 1 = 0$ . Giá trị của biểu thức

$M = z^{2019} + z^{2018} + \frac{1}{z^{2019}} + \frac{1}{z^{2018}} + 5$  bằng

- A. 5. B. 2. C. 7. D. -1.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

Chọn  $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Ta có:

$$z^{2019} = \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^{2019} = \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^3 \right]^{673} = (-1)^{673} = -1$$

$$z^{2018} = \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^{2019-1} = \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^3 \right]^{673} : \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

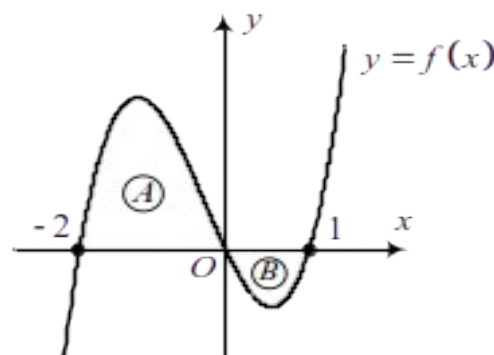
$$= (-1)^{673} : \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = -1 : \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$M = z^{2019} + z^{2018} + \frac{1}{z^{2019}} + \frac{1}{z^{2018}} + 5 = -1 + \left( -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) - 1 + \frac{1}{-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i} + 5 = 2$$

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần  $A, B$  lần lượt bằng 11 và 2. Giá trị của

$$I = \int_{-1}^0 f(3x+1)dx$$

á trị của  $I$  bằng



A. 9

B. 13

**C. 3**

D.  $\frac{13}{3}$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$S_A = \int_{-2}^0 f(x)dx = 11$$

Theo giả thiết:

$$S_B = \int_0^1 [-f(x)]dx = 2 \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = -2$$

$$I = \int_{-1}^0 f(3x+1)dx$$

Xét tích phân

$$t = 3x+1 \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow \frac{1}{3}dt = dx$$

Đặt

Đổi cận:

$$\frac{x}{t} \begin{array}{c|c} -1 & 0 \\ \hline -2 & 1 \end{array}$$

$$I = \int_{-1}^0 f(3x+1)dx = \int_{-2}^1 f(t) \frac{1}{3}dt = \frac{1}{3} \left( \int_{-2}^0 f(t)dt + \int_0^1 f(t)dt \right) = \frac{1}{3}(11-2)=3$$

Khi đó:

**Câu 6:** Xét hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1|=|z_2|=2$  và  $|2z_1 - 3z_2|=2\sqrt{7}$ . Giá trị lớn nhất của  $|2z_1 - z_2 + 2 - 3i|$  bằng:

**A.**  $\sqrt{13} + \sqrt{12}$

**B.**  $\sqrt{12} + \sqrt{6}$

**C.**  $\sqrt{13} - \sqrt{12}$

**D.**  $\sqrt{12} + 3$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } |mz_1 + nz_2|^2 = (mz_1 + nz_2)(m\bar{z}_1 + n\bar{z}_2) = m^2|z_1|^2 + n^2|z_2|^2 + mn(z_1\bar{z}_2 + z_2\bar{z}_1), \forall m, n \in \mathbb{R}$$

Khi đó ta có được:

$$|2z_1 - 3z_2|^2 - 3|2z_1 - z_2|^2 = 4|z_1|^2 + 9|z_2|^2 - 6(z_1\bar{z}_2 + z_2\bar{z}_1) - 12|z_1|^2 - 3|z_2|^2 + 6(z_1\bar{z}_2 + z_2\bar{z}_1)$$

$$\Leftrightarrow 28 - 3|2z_1 - z_2|^2 = -32 + 24 \Leftrightarrow |2z_1 - z_2| = \sqrt{12}$$

$$\text{Khi đó } |2z_1 - z_2 + 2 - 3i| \leq |2z_1 - z_2| + |2 - 3i| = \sqrt{13} + \sqrt{12}$$

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên mặt phẳng  $(P): 2x + y - 2z + 6 = 0$ . Từ điểm  $M$  kẻ ba tiếp tuyến  $MA, MB, MC$  đến mặt cầu  $(S)$ , trong đó  $A, B, C$  là các tiếp điểm. Khi  $M$  di động trên mặt phẳng  $(P)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

**A.**  $\frac{3}{4}$

**B.**  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

**C.**  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

**D.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $E$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ , khi đó ta có tam giác  $SAM$  vuông tại  $A$

$$\text{có đường cao } AE, \text{ ta có } \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = 1 + \frac{1}{AM^2}$$

Để  $AE$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $1 + \frac{1}{AM^2}$  đạt giá trị lớn nhất khi  $AM$  ngắn nhất

$$\text{Ta có được } AM = \sqrt{SM^2 - R^2} = \sqrt{SM^2 - 1} \geq \sqrt{d(S, (P))^2 - 1} = \sqrt{3} \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu số

nguyên  $m$  thuộc đoạn  $[-5; 5]$  để hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 3 điểm cực trị.

A. 6.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 5.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^4 (x-m)^5 (x+3)^3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = m \\ x = -3 \end{cases}$$

Ta có

Hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 3 điểm cực trị khi hàm số  $y = f(x)$  có 1 điểm cực trị dương

$$\text{Do đó suy ra } m > 0, \text{ mà } \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-5; 5] \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

**Câu 9:**

Phương trình  $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1$  có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  $m \in (a; b)$ . Đặt  $T = b^2 - a^2$  thì:

A.  $T = 48$ .                                      B.  $T = 64$ .                                      C.  $T = 72$ .                                      D.  $T = 36$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1$

$$\Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m) = 2^{2-x}$$

$$\Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{m-3x}} + m - 3x = 2^{2-x} + (2-x)^3$$

Xét hàm số  $f(t) = 2^t + t^3$  trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có  $f'(t) = 2^t \ln 2 + 3t^2 > 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow$  hàm số  $f(t)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Mà } f(\sqrt[3]{m-3x}) = f(2-x) \Leftrightarrow \sqrt[3]{m-3x} = (2-x) \Leftrightarrow m-3x = (2-x)^3$$

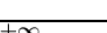
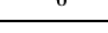
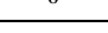
$$\Leftrightarrow m = -x^3 + 6x^2 - 9x + 8.$$

Xét hàm số  $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 8$  trên  $\mathbb{R}$ .

$$g'(x) = -3x^2 + 12x - 9; g'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có

Bảng biến thiên:

|      |           |                                                                                     |   |   |                                                                                     |           |                                                                                      |           |
|------|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------|---|---|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 1                                                                                   |   | 3 |                                                                                     | $+\infty$ |                                                                                      |           |
| $y'$ |           | -                                                                                   | 0 | + | 0                                                                                   | -         |                                                                                      |           |
| $y$  | $+\infty$ |  |   | 4 |  | 8         |  | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi  $4 < m < 8$

$$m \in (4; 8) \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow T = b^2 - a^2 = 8^2 - 4^2 = 48.$$

Hay

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(3|x - m| + m^2)$  đồng biến trên  $(5; +\infty)$ ?

A. 2.

B. 3.

C. Vô số.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có  $f'(x) = 4x^3 + 4x$ .

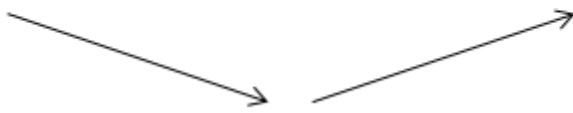
$$\forall x \neq m, \text{ ta có: } g'(x) = 3 \frac{(x - m)}{|x - m|} f'(3|x - m| + m^2)$$

Với

$$= 3 \frac{(x - m)}{|x - m|} \left[ 4(3|x - m| + m^2)^3 + 4(3|x - m| + m^2) \right]$$

Ta thấy  $g'(x)$  không xác định khi  $x = m$ .

Ta có bảng biến thiên sau:

| $x$     | $-\infty$                                                                            | $m$ | $5$ | $+\infty$ |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----|-----------|
| $g'(x)$ |                                                                                      | -   |     | +         |
| $g(x)$  |  |     |     |           |

Vậy hàm số  $g(x) = f(3|x - m| + m^2)$  đồng biến trên  $(m; +\infty)$ .

Để hàm số  $g(x) = f(3|x - m| + m^2)$  đồng biến trên  $(5; +\infty)$  ta cần có  $m \leq 5$ , mà  $m$  nguyên dương nên  $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ .

Vậy có 5 giá trị  $m$  cần tìm.