**HÌNH THOI**

**A. Tóm tắt lý thuyết**

1. Định nghĩa: Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau

 là hình thoi 

2. Tính chất: Hình thoi có tất cả các tính chất của hình bình hành

- Tính chất về cạnh:

+) Có bốn cạnh bằng nhau

+) Các cạnh đối song song

- Tính chất về góc: Các góc đối bằng nhau

- Tính chất về đường chéo:

+) Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

+) Hai đường chéo vuông góc với nhau

+) Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc ở đỉnh của hình thoi

3. Dấu hiệu nhận biết

- Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi

- Hình hình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi

- Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi

- Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc ở đỉnh là hình thoi

4. Chú ý:

- Hình thoi có 1 tâm đối xứng là giao điểm của hai đường chéo

- Hình thoi có hai trục đối xứng là các đường chéo của hình thoi

**B. Bài tập**

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 1:** | |
| Cho hình thoi  và điểm  nằm ngoài hình thoi và không nằm trên đường thẳng  sao cho . Dựng hình bình hành . Chứng minh rằng  là trực tâm |  |
| **Lời giải**  Vì  là hình thoi  Có  Lấy  đối xứng với  qua  vuông tại  (đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền)  +) Có  là hình bình hành ()  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường  là hình hình hành  Từ (1)(2)  là trực tâm | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 2:** | |
| Cho hình thoi  có . Đường thẳng  cắt  ở , cắt  ở . Biết  có độ dài bằng 1 cạnh của hình thoi. Chứng minh rằng  đều |  |
| **Lời giải**  +)  đều (1)  +)  +)  đều | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 3:** | |
| Cho tam giác  có , phân giác trong . Lấy các điểm  lần lượt thuộc các đoạn  sao cho . Gọi  lần lượt là rung điểm của . Chứng minh rằng |  |
| **Lời giải**  Gọi  lần lượt là trung điểm của  là đường trung bình của các  của    +) Gọi  là giao điểm của  và  Vì  mà  (góc có cạnh tương ứng song song)  Từ (1)(2)(3) | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 4:** | |
| Cho hình bình hành  có , , vẽ  vuông góc với , . Gọi  theo thứ tự là trung điểm của  và  a) Chứng minh rằng  là hình thoi  b) Tính |  |
| **Lời giải**  b) Ta có: , tính  Ta có:  (so le trong)  Mà  Xét  cân tại  . Vậy | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 5:** | |
| Cho  nhọn, vẽ các đường cao  và , tia phân giác  của  cắt  và  lần lượt ở  và , tia phân giác  của  cắt  và  lần lượt tại  và . Chứng minh rằng:  a) AN  b) Tứ giác  là hình thoi |  |
| **Lời giải**  a) Ta có:  (cùng phụ góc )  vuông  b) có  vừa là đường phân giác vừa là đường cao  là đường trung trực  có  vừa là đường phân giác vừa là đường cao là đường trung trực (đpcm) | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 6:** | |
| Cho  đều, đường cao ,  là điểm nằm giữa  và , gọi  là trung điểm của , vẽ  vuông góc  tại  vuông góc  tại . Chứng minh rằng  là hình thoi |  |
| **Lời giải**  Ta có:        đều,  đều  Vậy  là hình thoi. | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 7:** | |
| Cho tam giác đều , trực tâm , kẻ đường cao , một điểm  thuộc cạnh , từ  kẻ  vuông góc với  và  vuông góc với , Gọi  là trung điểm của . Chứng minh rằng  a)  là hình thoi  b) Đường thẳng  đi qua tâm đối xứng của hình thoi |  |
| **Lời giải**  a)  vuông có  Tương tự:  cân  cân có  Tương tự  đều  Chứng minh tương tự:  tứ giác EIFD là hình thoi  b) Gọi  là giao điểm của hai đường chéo của hình thoi  và  là trung điểm ,  Ta có:  có  là đường trung bình  có  là đường trung bình  Như vậy  thẳng hàng  đi qua giao điểm  của  và | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 8:** | |
| Cho , trên tia  ta lấy 1 điểm , trên tia  lấy 1 điểm  sao cho , Gọi  lần lượt là trung điểm của  a) Chứng minh rằng  là hình thoi  b) Chứng minh rằng các đường chéo của hình thoi  song song với các phân giác trong và ngoài của góc |  |
| **Lời giải**  b, Vì  là hình thoi,  và  là hai đường chéo  Gọi  lầ lượt là giao  với  và  (so le trong)  Tương tự:  cân tại phân giác  là đường cao  Mà  Dễ dàng chứng minh được . | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 9:** | |
| Cho hình thoi , trên tia đối của tia , ta lấy điểm , trên tia đối của tia  lấy , trên tia đối tia  lấy , trên tia đối tia  lấy  sao cho  a) Chứng minh  là hình bình hành  b)  là hình thoi và  có cùng tâm đối xứng  c) Hình thoi  phải có điều kiện gì để  là hình vuông |  |
| **Lời giải**  a) ;  b)  thẳng hàng  Chứng minh tương tự ta có:  thẳng hàng  có tâm  c) Để  là hình thoi thì hình bình hành  có hai cạnh kề bằng nhau Thật vậy  Mà  và | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 10:** | |
| Cho hình bình hành , các đường chéo cắt nhau ở , gọi  theo thứ tự là giao điểm của các đường phân giác của các . Chứng minh rằng  là hình thoi |  |
| **Lời giải**  Vì  là hai tia phân giác của các góc đối đỉnh nên  thẳng hàng  Tương tự ta có  thẳng hàng  Lại có  (Hai tia phân giác của hai góc kề bù)  Xét  Chứng minh tương tự  là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau nên là hình thoi. | |