**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 QUẬN CẦU GIẤY 2019-2020**

**Câu 1.**

1. Cho biểu thức 
2. Tìm điều kiện của để biểu thức P có nghĩa và rút gọn 
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 
4. Cho 3 số dương thỏa mãn :
5. Tính biết 
6. Chứng minh rằng nếu thì 

**Câu 2.**

1. Giải phương trình : 
2. Tìm các số nguyên với thỏa mãn :



**Câu 3.**

1. Cho 3 số thực không âm thỏa mãn : Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 
2. Tìm số nguyên dương để là số chính phương

**Câu 4.** Cho tam giác đều cạnh hai điểm lần lượt di động trên hai đoạn sao cho Đặt 

1. Biết Tính diện tích tam giác theo 
2. Chứng minh rằng 
3. Gọi là trọng tâm tam giác là trung điểm Vẽ chứng minh rằng : 

**Câu 5.**Cho một bảng ô vuông , mỗi ô vuông con có thể tô một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Biết rằng ban đầu tất cả các ô đều được tô màu xanh. Cho phép mỗi lần ta chọn mọt hàng hoặc một cột và thay đổi màu của tất cả các ô thuộc hàng hoặc cột đó. Hỏi sau một số hữu hạn lần đổi màu ta có thể thu được một bảng gồm đúng ô vuông màu đỏ hay không ?

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. a) Để có nghĩa thì :



Vậy với thì có nghĩa

Ta có: 



Vậy với thì 

b) Ta có: 

Để P đạt giá trị nhỏ nhất thì đạt giá trị lớn nhất

phải đạt giá trị nhỏ nhất

Lại có: nên 

Nên giá trị nhỏ nhất của 

Suy ra giá trị nhỏ nhất của 

Vậy với thì có giá trị nhỏ nhất bằng 

1. Vói 
2. Xét 







Do nên suy ra 

Vậy 

1. Ta có:



Do và nên 



mà  nên 



**Câu 2.**

1. ĐKXĐ: 





Vậy là nghiệm của phương trình

2) Với ta có:





Do là số nguyên tố mà nên và nên ta có:





Vậy không có giá trị nào của thỏa mãn yêu cầu .

**Câu 3.**

1. Ta có: 



Vậy của T bằng 

1. Đặt ta được:



Lại có là hai số nguyên tố cùng nhau

Thật vậy, giả sử ta có:

chia hết cho suy ra chia hết cho 



chia hết cho 



Mà Từ đó suy ra hay là hai số nguyên tố cùng nhau

Đểlà số chính phương thì đều là số chính phương

Đặt Thay vào ta được :





Vì ta có bảng sau :



Lại có: hay:



Ta được :  nên:



Vậy với thì là số chính phương.

**Câu 4.**

****

1. Ta có: 



Lại có: Thay vào (1) ta được:



Diện tích tam giác là: 

1. Do 



Giả sử 

Lấy điểm sao cho và ta có:



Từ (2) và (3) suy ra 

1. Trên tia lấy điểm sao cho 

Do 



**Câu 5.**

Trước hết ta chứng minh với mọi cách chọn ô trên bảng đã cho luôn tồn tại một bảng con chứa đúng 1 trong 2000 ô này

Thật vậy, vì số hàng lớn hơn số ô được chọn nên tồn tại 2 hàng liền nhau mà không chứa ô nào và có ít nhất một ô đã chọn

 Vì số cột cũng lớn hơn số ô được chọn nên tồn tại 2 ô  cạnh nhau trên mà chỉ có đúng một ô đã chọn.

 Gọi là 2 ô nằm trên và cùng cột với Bảng con gồm 4 ô  chỉ có đúng một ô được chọn.

 Giả sử ta có thể thu được bảng gồm đúng ô màu đỏ sang hữu hạn lần đổi màu. Khi đó theo chứng minh trên tồn tại một bảng vuông con chứa đúng một ô màu đỏ, ba ô còn lại màu xanh

 Vì ở trạng thái ban đầu tất cả các bảng vuông con đều gồm 4 ô màu xanh nên mỗi lần đổi màu hàng hoặc cột thì số ô màu đỏ và số ô màu xanh trong bảng vuông con luôn là số chẵn

 Do đó không thể thu được một bảng vuông con có 1 ô màu đỏ, 3 ô màu xanh

 Suy ra ta mâu thuẫn

Vậy không thể thu được bảng chứa đúng ô màu đỏ sau hữu hạn lần đổi màu