DẠNG 9 Phương trình đường thẳng liên quan đến góc và khoảng cách

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1};\Delta_2:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng đi qua M, đồng thời vuông góc với cả Δ_1 và Δ_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{1}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):z=0$. Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d và hợp với mặt phẳng (P) một góc bằng 45°. Gọi $\vec{u}=(1;a;b)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $2a-b$.

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $I(1;1;1)$; $A(-1;2;3)$; $B(3;4;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua I, đồng thời tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{-4}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+y-2z-1=0$, $(Q):2x+2y-4z+7=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$. Đường thẳng Δ cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=-15+2t \\ y=11+5t \\ z=-7+6t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-15+t \\ y=11+5t \\ z=-7+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=\dfrac{15}{2}+t \\ y=\dfrac{11}{4}+5t \\ z=-\dfrac{7}{4}+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-\dfrac{29}{4}+t \\ y=4+5t \\ z=-1+3t \end{cases}$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, gọi d đi qua $A(3;-1;1)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$, đồng thời tạo với $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{2}$ một góc $45°$. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=-1-15t \end{cases}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-5}{-1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-4}{2}$, $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=4+3t \\ z=-2+t \end{cases}$ và điểm $M(1;3;-2)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M và cắt d_2 tại điểm $K(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+2b^2+3c^2$ khi khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và Δ là lớn nhất.

A. $P=\dfrac{67}{2}$. **B.** $P=\dfrac{378}{11}$. **C.** $P=\dfrac{51}{2}$. **D.** $P=\dfrac{298}{11}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-3=0$, điểm $M(3;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=4+3t \\ z=-3-2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng (α) và tạo với đường thẳng d một góc nhỏ nhất. Lập phương trình của Δ.

A. $\Delta: \begin{cases} x=3 \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x=8+5t \\ y=-3-4t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases} x=3+2t \\ y=1-t \\ z=1-2t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x=-2+5t \\ y=5-4t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với $(P): 2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-2}{7}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z+2}{9}$.

C. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-2}{6}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1;\ 2;-1),\ B(3;\ -1;\ -5)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d là nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=2t \\ z=-5-t \end{cases}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}=(2;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;7;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **D.** $\vec{u}=(3;4;-4)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;-3); B(0;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$. Đường thẳng Δ song song với (P), cắt cả hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+5}{-2}$; $d_2: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-1}$ và tạo với đường thẳng AB một góc lớn nhất có phương trình là

A. $\frac{x+2}{-1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+3}{2}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 13: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$ và điểm $A(2;2;-1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P). Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+2}{7}=\frac{z-1}{20}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{7}=\frac{z+1}{20}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-1}{-2}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+1}{-2}$.

Câu 14: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+3z-6=0$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{1}$. Dựng đường thẳng đi qua $M(1;-2;1)$, nằm trong mặt phẳng (P) và tạo với đường thẳng (Δ) góc $30°$. Biết rằng có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán có vectơ chỉ phương lần lượt là $(9;a;b)$ và $(-29;c;d)$. Tính $a+b+c+d$

A. 5. **B.** -8. **C.** -4. **D.** 7.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1};\Delta_2:\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng đi qua M, đồng thời vuông góc với cả Δ_1 và Δ_2 có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ cần tìm.

Gọi $\vec{u}_1,\vec{u}_2$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta_1;\Delta_2$.

Vì $\Delta\perp\Delta_1;\Delta\perp\Delta_2$ nên $\vec{u}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-1;2;3)$. Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{3}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Do mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B suy ra d nằm trên mặt phẳng (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Gọi I là trung điểm $AB\Rightarrow I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$; $\overrightarrow{BA}=(3;1;0)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q), phương trình mặt phẳng (Q) là $3\left(x-\frac{3}{2}\right)+y-\frac{5}{2}=0\Leftrightarrow 3x+y-7=0$.

Suy ra $d=(P)\cap(Q)$ hay phương trình đường thẳng d có dạng $\begin{cases}x+y+z-7=0\\3x+y-7=0\end{cases}$.

Đặt $x=t$, ta được $\begin{cases}z=2t\\y=7-3t\end{cases}$. Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P): z=0$. Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d và hợp với mặt phẳng (P) một góc bằng $45°$. Gọi $\vec{u}=(1;a;b)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $2a-b$.

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;0;1)$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(0;0;1)$.

Theo giả thiết, ta có:

• $\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{u}_d=0 \Leftrightarrow 1.1+0.a+1.b=0 \Leftrightarrow b=-1 \Rightarrow \vec{u}=(1;a;-1)$.

• $(\Delta,(P))=45° \Rightarrow \left[\begin{array}{l}(\vec{u},\vec{n}_P)=45°\\(\vec{u},\vec{n}_P)=135°\end{array}\right.$

$\Rightarrow \left|\cos(\vec{u},\vec{n}_P)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \dfrac{|1.0+a.0-1.1|}{\sqrt{a^2+2}.1}=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow a^2+2=2 \Leftrightarrow a=0$.

Từ đó, ta được $2a-b=1$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $I(1;1;1)$; $A(-1;2;3)$; $B(3;4;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua I, đồng thời tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{-4}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\overrightarrow{u_\Delta}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Ta có Δ đi qua I nên $d_{(A,\Delta)} \le AI$. Dấu "=" xảy ra khi $AI \perp \Delta$ hay $\overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{AI}$.

Tương tự $d_{(B,\Delta)} \le BI$. Dấu "=" xảy ra khi $BI \perp \Delta$ hay $\overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{BI}$.

Do đó $d_{(A,\Delta)}+d_{(B,\Delta)} \le AI+BI$. Dấu "=" xảy ra khi $\overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{BI}$.

Vì vậy tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất khi $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{AI};\overrightarrow{BI}\right]$

với $\overrightarrow{AI}=(2;-1;-2)$; $\overrightarrow{BI}=(-2;-3;0)$.

Do đó $\overrightarrow{u_\Delta}=(-6;4;-8)$, ta chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;-2;4)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là: $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{4}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y-2z-1=0$, $(Q): 2x+2y-4z+7=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{1}$. Đường thẳng Δ cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=-15+2t \\ y=11+5t \\ z=-7+6t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-15+t \\ y=11+5t \\ z=-7+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=\frac{15}{2}+t \\ y=\frac{11}{4}+5t \\ z=-\frac{7}{4}+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-\frac{29}{4}+t \\ y=4+5t \\ z=-1+3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

◆ Viết lại mặt phẳng $(Q): x+y-2z+\frac{7}{2}=0$

Gọi (R) là mặt phẳng song song và cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q).

Phương trình của mặt phẳng (R) là: $(R): x+y-2z+\dfrac{\frac{7}{2}-1}{2}=0 \Leftrightarrow (R): x+y-2z+\frac{5}{4}=0$

◆ Ycbt: $\Delta \in (R)$ và $\Delta \cap d \equiv K \Rightarrow K \equiv d \cap (R)$. Khi đó, tọa độ của K là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{1} \\ x+y-2z+\frac{5}{4}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{15}{2} \\ y=\frac{11}{4} \\ z=-\frac{7}{4} \end{cases}$$

Ta lại có: $\begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(R)} \end{cases}$. Do đó Δ có một vectơ chỉ phương là: $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_{(R)};\vec{u}_d\right]=(1;5;3)$

Vậy phương trình của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x=-\frac{15}{2}+t \\ y=\frac{11}{4}+5t \\ z=-\frac{7}{4}+3t \end{cases}$

Cho $t=\frac{1}{4} \Rightarrow M\left(-\frac{29}{4};4;-1\right) \in \Delta \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=-\frac{29}{4}+t \\ y=4+5t \\ z=-1+3t \end{cases}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, gọi d đi qua $A(3;-1;1)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$, đồng thời tạo với $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{2}$ một góc $45°$. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=-1-15t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

- Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=(1;2;2)$
- d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(a;b;c)$
- (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;1)$
- $d\subset(P)\Rightarrow \overrightarrow{a_d}\perp\overrightarrow{n_P}\Leftrightarrow b=a+c\ \ (1)$
- $(\Delta,d)=45^0\Leftrightarrow \cos(\Delta,d)=\cos 45^0$

$\Leftrightarrow \dfrac{|a+2b+2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow 2(a+2b+2c)^2=9(a^2+b^2+c^2)\ \ (2)$

- Từ (1) và (2), ta có: $14c^2+30ac=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=0 \\ 15a+7c=0 \end{array}\right.$
- Với $c=0$, chọn $a=b=1$, phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$.
- Với $15a+7c=0$, chọn $a=7\Rightarrow c=-15;b=-8$, phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$

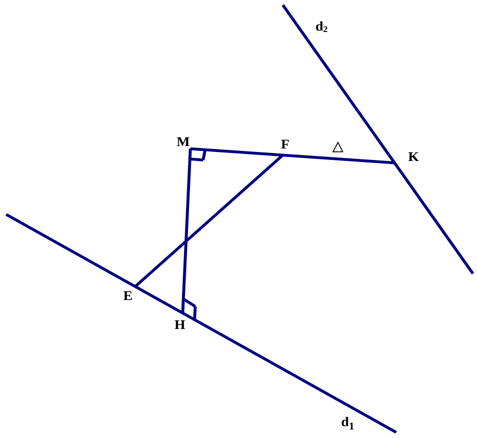
.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-5}{-1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-4}{2}$, $d_2:\begin{cases} x=2+t \\ y=4+3t \\ z=-2+t \end{cases}$ và điểm $M(1;3;-2)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M và cắt d_2 tại điểm $K(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+2b^2+3c^2$ khi khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và Δ là lớn nhất.

A. $P=\dfrac{67}{2}$. **B.** $P=\dfrac{378}{11}$. **C.** $P=\dfrac{51}{2}$. **D.** $P=\dfrac{298}{11}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của M lên d_1; Δ_1 là đường thẳng qua M và vuông góc với HK và EF là đoạn vuông góc chung của d_1 và Δ. Ta có:

$$EF \le MH \text{ cho nên } \max EF = MH$$

Vậy Δ đi qua M và vuông góc với MH

Tọa độ của H là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \dfrac{x-5}{-1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-4}{2} \\ -x+4y+2z-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} \text{ suy ra } H(5;1;4)$$

Gọi $K \in d_2 \Rightarrow K(2+t;4+3t;-2+t) \Rightarrow \overrightarrow{MK} = (t+1;\, 3t+1;\, t)$

$\Delta \perp MH \Leftrightarrow \overrightarrow{MK}.\overrightarrow{MH} = 0 \Leftrightarrow 4(t+1) - 2(3t+1) + 6t = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow K\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$

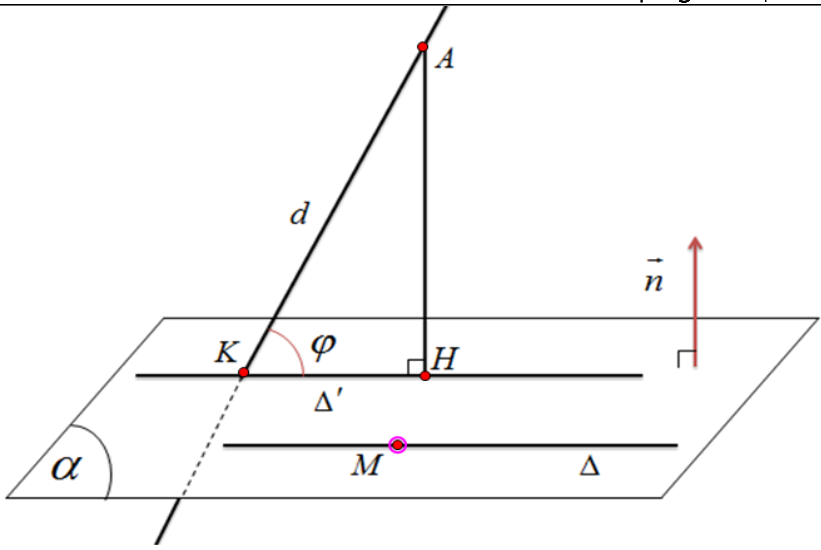
$\Rightarrow a = \dfrac{3}{2},\, b = \dfrac{5}{2},\, c = -\dfrac{5}{2} \Rightarrow P = \dfrac{67}{2}$.

Câu 8: **SGD Quảng Bình-L1-2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-3=0$, điểm $M(3;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=4+3t \\ z=-3-2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng (α) và tạo với đường thẳng d một góc nhỏ nhất. Lập phương trình của Δ.

A. $\Delta: \begin{cases} x=3 \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$.
B. $\Delta: \begin{cases} x=8+5t \\ y=-3-4t \\ z=2+t \end{cases}$.
C. $\Delta: \begin{cases} x=3+2t \\ y=1-t \\ z=1-2t \end{cases}$.
D. $\Delta: \begin{cases} x=-2+5t \\ y=5-4t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có đường thẳng d đi qua điểm $A(1;4;-3)$ và nhận $\vec{u}=(0;3;-2)$ làm véc tơ chỉ phương.

Mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-3=0$ nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Nhận thấy $M(3;1;1)\in(\alpha): x+y-z-3=0$.

Gọi Δ' là đường thẳng nằm trong (α), cắt d tại và song song với Δ. Khi đó: $(d;\Delta)=(d;\Delta')\Rightarrow(d;\Delta)_{\min}\Leftrightarrow(d;\Delta')_{\min}\Leftrightarrow\Delta'$ là hình chiếu của d trên (α).

Gọi $K=d\cap(\alpha)$. Suy ra:

+) $K\in d\Rightarrow K(1;4+3t;-3-2t)$.

+) $K\in(\alpha)\Rightarrow 1+(4+3t)-(-3-2t)-3=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow K(1;1;-1)$.

Gọi H là hình chiếu của điểm $A(1;4;-3)$ trên (α). Phương trình đường thẳng $AH:\begin{cases}x=1+t'\\y=4+t'\\z=-3-t'\end{cases}$

$H=AH\cap(\alpha)$ suy ra:

+) $H\in AH\Rightarrow H(1+t';4+t';-3-t')$.

+) $H\in(\alpha)\Rightarrow(1+t')+(4+t')-(-3-t')-3=0\Leftrightarrow 3t'=-5\Leftrightarrow t'=-\frac{5}{3}\Rightarrow H\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{3};-\frac{4}{3}\right)$.

$\Rightarrow\overrightarrow{HK}=\left(\frac{5}{3};-\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$ cùng phương với $\vec{a}=(5;-4;1)$ là véc tơ chỉ phương của Δ'.

Khi đó đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$ và nhận $\vec{a}=(5;-4;1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+5t\\y=1-4t\\z=1+t\end{cases}$. Lại nhận thấy $N(8;-3;2)\in\Delta$. Suy ra đáp án **B.**

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với $(P): 2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{7}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z+2}{9}$.

C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-2}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-2}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{u}=(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2\neq 0)$ là một VTCP của đường thẳng d

VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(2;-1;-1)$

VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{a}=(1;-2;2)$

Vì $d//(P)$ nên $\vec{n}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2a-b-c=0\Rightarrow c=2a-b$

Gọi φ là góc tạo bởi hai đường thẳng $d;\Delta$ $(0°\leq\varphi\leq 90°)$

Ta có $\cos\varphi=\frac{|\vec{u}.\vec{a}|}{|\vec{u}|.|\vec{a}|}=\frac{|a-2b+2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|5a-4b|}{3\sqrt{5a^2-4ab+2b^2}}$

$\cos^2\varphi=\frac{25a^2-40ab+16b^2}{45a^2-36ab+18b^2}$

Trường hợp $b=0$ ta có $\cos\varphi=\frac{\sqrt{5}}{3}$

Trường hợp $b\neq 0$ ta có $\cos^2\varphi=\frac{25t^2-40t+16}{45t^2-36t+18}$ với $t=\frac{a}{b}$

Xét hàm $f(t)=\frac{25t^2-40t+16}{45t^2-36t+18}$

$f'(t)=\frac{900t^2-540t-144}{(45t^2-36t+18)^2}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{4}{5}\\ t=\frac{-1}{5}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		$\frac{-1}{5}$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$
$f'(t)$		+	0	–	0	+	
$f(t)$	$\frac{5}{9}$	↗	$\frac{25}{27}$	↘	0	↗	$\frac{5}{9}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min f(t)=f\left(\frac{4}{5}\right)=0$

Ta có hàm số $y=\cos x$ là hàm số nghịch biến trên $[0°;90°]$ do đó góc giữa hai đường thẳng d và Δ lớn nhất khi và chỉ khi $\cos\varphi$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow\frac{a}{b}=\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow 5a=4b$

Chọn $a=4\Rightarrow b=5;c=3$

Suy ra $\vec{u}=(4;5;3)$ là một VTCP của đường thẳng d

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-2}{3}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1;\ 2;-1),\ B(3;\ -1;\ -5)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d là nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+3t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=2t\\z=-5-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$ đi qua điểm $M(-1;\ 0;-1)$ và nhận $\vec{u}=(2;3;-1)$ làm một véc tơ chỉ phương.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và A. Khi đó $\vec{u}=(2;3;-1)$ và $\overrightarrow{AM}=(-2;-2;0)$ không cùng phương và có giá song song hoặc chứa trong (P). Suy ra một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]=(-2;2;2)$. Phương trình mặt phẳng $(P): x-y-z=0$

Gọi K,H lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên (P) và d, ta luôn có $BH\ge BK$, suy ra BH nhỏ nhất khi H trùng K.

Đường thẳng qua B vuông góc với (P) có phương trình: $\begin{cases}x=3+s\\y=-1-s\\z=-5-s\end{cases}\ (s\in\mathbb{R})$.

Tọa độ điểm K là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=3+s\\y=-1-s\\z=-5-s\\x-y-z=0\end{cases}\Rightarrow s=-3\Rightarrow K(0;2;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{KA}=(1;0;1)$, đường thẳng d đi qua $A(1;\ 2;-1)$ nhận $\overrightarrow{KA}=(1;0;1)$ làm một véc tơ chỉ phương có phương trình $\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}=(2;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;7;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **D.** $\vec{u}=(3;4;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Xét (P) là mặt phẳng qua M và $(P) \perp d$.

Mặt phẳng (P) qua $M(-2;-2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{u_d} = (2;2;-1)$ nên có phương trình: $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và Δ. Khi đó: $AK \geq AH = const$ nên $AK_{\min}$ khi và chỉ khi $K \equiv H$. Đường thẳng AH đi qua $A(1,2,-3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (2;2;-1)$ nên AH có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$.

Vì $H \in AH \Rightarrow H(1 + 2t; 2 + 2t; -3 - t)$.

Lại $H \in (P) \Rightarrow 2(1 + 2t) + 2(2 + 2t) - (-3 - t) + 9 = 0 \Rightarrow t = -2 \Rightarrow H(-3;-2;-1)$.

Vậy $\vec{u} = \overrightarrow{HM} = (1;0;2)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;-3); B(0;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$. Đường thẳng Δ song song với (P), cắt cả hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+5}{-2}$; $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và tạo với đường thẳng AB một góc lớn nhất có phương trình là

A. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-1;2;2)$.

Gọi $\{M\} = \Delta \cap d_1; \{N\} = \Delta \cap d_2$.

Khi đó: $M(3 + 2t_1; t_1; -5 - 2t_1) \in d_1; N(t_2; 1 + 2t_2; -1 - t_2) \in d_2$.

Suy ra: $\overrightarrow{MN}(t_2 - 2t_1 - 3; 2t_2 - t_1 + 1; -t_2 + 2t_1 + 4)$.

Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}(2;2;-1)$.

Theo giả thiết: Đường thẳng Δ song song với $(P) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{n_P} (1)$.

Đường thẳng Δ tạo với AB một góc lớn nhất $\Leftrightarrow (AB;\Delta)_{\max} = 90° \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{AB} (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{MN} // \left[\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{AB}\right] = (6;-3;6) // (2;-1;2)$

$\frac{t_2 - 2t_1 - 3}{2} = \frac{2t_2 - t_1 + 1}{-1} = \frac{-t_2 + 2t_1 + 4}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -\frac{11}{4} \\ t_2 = -2 \end{cases}$. Suy ra: $N(-2;-3;1)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $N(-2;-3;1)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;-1;2)$ là:

$\frac{x+2}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

Câu 13: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$, đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$ và điểm $A(2;2;-1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P). Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+2}{7}=\frac{z-1}{20}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{7}=\frac{z+1}{20}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-1}{-2}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+1}{-2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M=d\cap\Delta\Rightarrow M(-1+t;1+t;2t)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(-3+t;-1+t;1+2t)$.

Vì $\Delta\,//\,(P)\Rightarrow\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;2;-1)\Rightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0$

$\Leftrightarrow 2(-3+t)+2(-1+t)-1(1+2t)=0$

$\Leftrightarrow t=\frac{9}{2}\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\left(\frac{3}{2};\frac{7}{2};10\right)$.

Khi đó đường thẳng Δ qua điểm $A(2;2;-1)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;7;20)$.

Vậy $\Delta:\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{7}=\frac{z+1}{20}$.

Câu 14: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+3z-6=0$ và đường thẳng $(\Delta):\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{1}$. Dựng đường thẳng đi qua $M(1;-2;1)$, nằm trong mặt phẳng (P) và tạo với đường thẳng (Δ) góc $30°$. Biết rằng có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán có vectơ chỉ phương lần lượt là $(9;a;b)$ và $(-29;c;d)$. Tính $a+b+c+d$

A. 5. **B.** -8. **C.** -4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

$(\Delta):\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{n}=(2;1;1)$

Gọi (Δ_1) là đường thẳng đi qua $M(1;-2;1)$, nằm trong mặt phẳng (P) và tạo với đường thẳng (Δ) góc $30°$.

Suy ra (Δ_1) có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(m;n;t)$ ($m^2+n^2+t^2\neq 0$) thì $m-n+3t=0$ và

$\frac{|2m+n+t|}{\sqrt{6}\sqrt{m^2+n^2+t^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(do** $\frac{|\vec{n}.\vec{u}|}{|\vec{n}|.|\vec{u}|}=\cos 30°$ **)**

$\Rightarrow \dfrac{|2m+(m+3t)+t|}{\sqrt{6}\sqrt{m^2+(m+3t)^2+t^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2|3m+4t|=\sqrt{18}\sqrt{2m^2+6mt+10t^2}$

$\Rightarrow -12mt-116t^2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ 3m=-29t \end{array}\right.$

$t=0 \Rightarrow m=n \Rightarrow$ (Δ_1) có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(9;9;0)$

$3m=-29t \Rightarrow 3n=-20t \Rightarrow$ (Δ_1) có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-29;-20;3)$

Vậy $a+b+c+d=9+0-20+3=-8$.