SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA
TRƯỜNG THPT HOẰNG HÓA IV

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

" SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ KHOẢNG CÁCH TRONG HÌNH HỌC KHÔNG GIAN "

Người thực hiện: Nguyễn Thị Kim Dung
Chức vụ: Giáo viên
SKKN thuộc môn: Toán

THANH HÓA NĂM 2016

Mục lục

Trang

1. MỞ ĐẦU ……..2
1.1. Lý do chọn đề tài ……...2
1.2. Mục đích của đề tài ……2
1.3. Đối tượng nghiên cứu ……..…… 4
1.4. Phương pháp nghiên cứu……4
2. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM ……4
2.1. Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm …….. 4
2.2. Thực trạng của vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm...4
2.3. Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề ……..…..4
2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm …….……18
3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ ……19
Tài liệu tham khảo ……20

1. MỞ ĐẦU

1. 1. Lý do chọn đề tài

Để bồi dưỡng cho học sinh năng lực sáng tạo, năng lực giải quyết vấn đề, lý luận dạy học hiện đại đã khẳng định: "Cần phải đưa học sinh vào vị trí chủ thể hoạt động nhận thức, học trong học tập". Học sinh bằng hoạt động tự lực,

tích cực của mình để chiếm lĩnh kiến thức. Quá trình này được lặp đi lặp lại nhiều lần sẽ góp phần vào hình thành và phát triển cho học sinh tư duy sáng tạo.

Trong năm học 2015 – 2016 được nhà trường phân công dạy môn Toán 12 ban cơ bản. Hình học không gian là một bộ môn khó trong chương trình Toán trung học phổ thông, đòi hỏi phải có trí tưởng tượng không gian và trình bày gọn gàng, đầy đủ, chặt chẽ. Qua giảng dạy tôi nhận thấy: Học sinh ban cơ bản học rất yếu về phần này và thời lượng cho luyện tập ít. Trong thực tế những năm gần đây, các bài toán về tính khoảng cách trong đề thi tốt nghiệp, đề thi Đại học - Cao đẳng - THCN và đặc biệt đề thi trung học phổ thông quốc gia bài tập rất phong phú, mà chỉ có số ít các em biết phương pháp giải nhưng trình bày chưa được gọn gàng, thậm chí còn mắc một số sai lầm không đáng có trong khi trình bày. Tại sao lại như vậy ?

Lý do ở đây là: Bài tập trong sách giáo khoa chương trình SGK Hình Học lớp 12 được trình bày rất ít và hạn hẹp, mặt khác thời lượng dành cho chương này còn ít nên giáo viên không thể đưa ra được nhiều cách giải cho các dạng bài tập để hình thành kỹ năng giải cho học sinh. Trước tình hình "quá tải" về trí tưởng tượng không gian, giải các bài toán khoảng cách đòi hỏi học sinh phải nắm vững nhiều kiến thức, phải có tư duy ở mức độ cao; tôi đã hướng dẫn các em sử dụng phương pháp tọa độ để chuyển một số bài toán khoảng cách của hình học không gian ở chương III – Hình học 11 và chương I – Hình học 12 sang hình học giải tích ở chương III – Hình học 12. Phương này mang tính tính toán song cứ tuân thủ quy tắc mà sách giáo khoa đã xây dựng thì thực hiện lời giải một cách tự nhiên, bớt tư duy trừu tượng và đã có máy tính bỏ túi hỗ trợ việc tính toán. Để phát huy ưu điểm của phương pháp tọa độ, tôi đặt câu hỏi: Bài toán loại nào có thể giải bằng phương pháp tọa độ ? Nếu được thì gắn hệ tọa độ như thế nào ? Sau đó chọn cách tính toán và trình bày sao cho hợp lý nhất ? ... Từ đó dần dần truyền thụ cho học sinh phương pháp, kinh nghiệm tìm tòi, suy nghĩ phát hiện lời giải, coi phương pháp tọa độ là 1 công cụ để giải quyết một số bài toán hình học không gian một cách thuần thục.

Chính vì vậy tôi chọn đề tài sáng kiến kinh nghiệm là:

"Sử dụng phương pháp tọa độ giải một số bài toán về khoảng cách trong hình học không gian"

1. 2. Mục đích của đề tài

Rèn luyện tư duy qua việc giải toán là một việc làm thiết thực nhất trong quá trình dạy học toán, là một quá trình bao gồm nhiều khâu:

+ **Rèn luyện khả năng phân tích giải bài toán:** Đó là việc xem xét, nghiên cứu bài toán đã cho. Phải biết nhìn bài toán dưới dạng chính quy, mẫu mực. Đây là cách nhìn trực tiếp và đặc điểm chủ yếu của bài toán, cách nhìn này giúp ta phát hiện được đặc điểm cơ bản, đơn giản nếu không bị che khuất bởi những hình thức rắc rối. Tuy vậy lại phải biết cách nhìn bài toán dưới dạng đặc thù, riêng lẻ, nên học sinh cần phải được rèn luyện nhiều mới biết cách khai thác hết mọi khía cạnh biểu hiện tinh vi của bài toán, mới ''gọi'' được những điều muốn nói của các con số, của các kí hiệu, các điều kiện chứa đựng trong bài toán. Phải biết

nhìn bài toán trong bối cảnh chung, nhưng cũng phải biết nhìn bài toán trong từng hoàn cảnh cụ thể, lại phải nhìn bài toán trong mối tương quan với những loại bài toán khác.

+ **Rèn luyện khả năng định hướng và xác định đường lối giải bài toán:** Đây là khâu quyết định sự thành bại, hay hoặc dở của một bài toán. Vốn kiến thức của học sinh nhiều hay ít ảnh hưởng lớn đến việc rèn luyện khả năng xác định phương hướng giải bài toán. Chủ yếu của khâu này là phải xác định đúng đắn thể loại bài toán. Vì thế học sinh cần nghiên cứu kỹ bài toán: yêu cầu bài toán đó đòi hỏi để xác định đúng thể loại. Các đường lối giải của số lớn loại bài toán đã được xác định trong nội dung những tri thức về loại toán đó mà học sinh phải biết và tất nhiên là phải nhớ. Tuy vậy cái khó về mặt này thường gặp là mỗi bài toán tuy nằm trong một thể loại nào đó nhưng lại có những vẻ riêng biệt của nó. Vì thế học sinh cần nắm vững các đường lối chung, lại phải phát hiện đúng cái riêng của mỗi bài toán để chọn một đường lối thích hợp nhất.

+ Rèn luyện khả năng lựa chọn các phương pháp và công cụ thích hợp để giải toán: Công việc xác định các phương pháp và công cụ cũng như các phép biến đổi mang tính chất kỹ thuật. Nói một cách cụ thể hơn do bài toán có những đặc điểm nào mà từ đó dẫn ta tới việc chọn lựa phương pháp và công cụ tương ứng với đặc điểm đó. Ngay cả việc sử dụng các phép biến đổi, các công thức ở dạng nào, theo chiều xuôi hay chiều ngược có lợi hơn. Hiển nhiên là chọn được tối ưu các phương pháp, các công cụ và các phép biến đổi thì lời giải bài toán sẽ tốt nhất. Tính sáng tạo và độ thông minh của trí tuệ góp phần không nhỏ vào công việc này.

+ Rèn luyện khả năng kiểm tra bài toán: Bài tập nhằm đánh giá mức độ, kết quả dạy học, đánh giá khả năng học toán và trình độ phát triển của học sinh cũng như khả năng vận dụng kiến thức đã học. Trong việc lựa chọn bài tập toán và hướng dẫn học sinh giải bài tập toán, giáo viên cần phát chú ý đầy đủ đến tác dụng về nhiều mặt của các bài tập đó.

Thực tiễn sư phạm cho thấy, giáo viên thường chưa chú ý đến việc phát huy tác dụng giáo dục của bài toán, mà thường chú trọng cho học sinh làm nhiều bài tập. Trong quá trình dạy học, việc chú ý đến chức năng của bài tập là chưa đủ mà giáo viên cần quan tâm tới lời giải của bài tập toán. Thường học sinh phạm sai lầm trong khi giải bài tập do các nguyên nhân sau:

- Sai sót về kiến thức toán học, tức là hiểu sai khái niệm hay giả thiết hay là kết luận của bài toán.
- Sai sót về phương pháp suy luận.
- Sai sót do tính sai, dùng ký hiệu, ngôn ngữ diễn đạt hay do hình vẽ sai.

+ Rèn luyện khả năng tìm kiếm các bài toán liên quan và sáng tạo các bài toán mới: Mục đích cuối cùng của những bài toán được tìm ra là dựng, thu được, xác định được ... một đối tượng nào đó, tức là tìm ra ẩn số của bài toán. Học sinh ít đi sâu, ít suy nghĩ xem liệu có những bài toán nào liên quan đến bài này không ? Nếu thay một một điều kiện nào đó của bài toán ta sẽ có bài toán như thế nào ? giải được không ? Bài toán tổng quát của dạng này ra sao ? ... Nếu

cứ tiến hành thường xuyên và áp dụng đúng đối tượng thì việc rèn luyện khả năng phân tích, tổng hợp, tổng quát hóa, đặc biệt hóa, trừu tượng hóa ... Từ đó thúc đẩy sự phát triển tư duy sáng tạo của học sinh.

Qua đó đã rèn luyện cho học sinh biết lựa chọn cách giải sao cho gọn gàng, đầy đủ, chặt chẽ và vận dụng Hình học giải tích để làm một số bài tập khoảng cách của hình học không gian nhằm nâng cao chất lượng Toán 12 ban cơ bản, tiếp cận với đề thi trung học phổ thông quốc gia.

1. 3. Đối tượng nghiên cứu

Xây dựng, thử nghiệm và rút kinh nghiệm thông qua học sinh lớp 12 của trường THPT Hoằng Hóa 4.

1. 4. Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp phân tích tổng hợp tài liệu, nghiên cứu sách giáo khoa Hình học 12, Hình học nâng cao 12, Tự chọn nâng cao 12, …Phương pháp vấn đáp gợi mở …, kiểm tra đánh giá. Sau đó thống kê để xử lí số liệu thu được và rút kinh nghiệm cho bài học sau.

2. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

2. 1. Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm

Hình học là môn học có tác dụng lớn trong việc rèn luyện tư duy logíc và sáng tạo cho học sinh.

Các học sinh ở cấp THPT nói chung, học sinh khối 12 nói riêng đang trong quá trình được phát triển, bồi dưỡng và chọn lọc trình độ khác nhau giữa các học sinh cùng một lớp và có thể có không ít biến đổi. Vì vậy, nội dung và phương pháp dạy học ở các lớp phải linh hoạt phù hợp với điều kiện cụ thể của thầy và trò, của việc tổ chức dạy học. Phương pháp tọa độ trong không gian được nghiên cứu chi tiết cụ thể trong chương III – Hình học 12. Bởi vậy khi dạy phần này cần khai thác các ứng dụng của nó.

2. 2. Thực trạng của vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm

Trình độ học sinh khá chênh lệch, thể hiện ở thái độ học tập, sự yêu thích môn học. Hình giải tích có vai trò quan trọng được đề cập khá nhiều trong bộ đề thi tuyển sinh, học sinh khó tìm ra phương pháp hoặc tìm ra phương pháp nhưng trình bày còn rườm rà, chưa đầy đủ, chưa chặt chẽ. Có sự chênh lệch đó là do: +) Nhận thức của học sinh. +) Chất lượng giờ dạy. +) Thời gian học tập của học sinh.

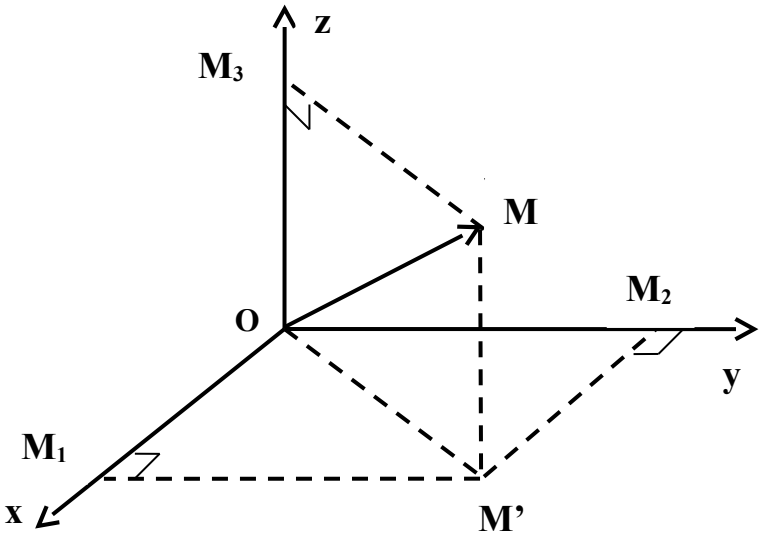
Tất cả các nguyên nhân đó đều ảnh hưởng trực tiếp đến kết quả học tập.

2. 3. Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề

2.3.1 Điều trước tiên là học sinh phải nắm vững định nghĩa hệ tọa độ Oxyz, tọa độ của điểm và của vecto, các phép toán vecto, tích vô hướng và có hướng của hai vecto, công thức tính độ dài của một vecto, khoảng cách giữa hai điểm và giữa hai mặt phẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa hai đường thẳng, phương trình mặt phẳng và đường thẳng, góc giữa 2 mặt phẳng …

2.3.2 Phần bổ sung:

1. Cách xác định toạ độ của điểm đối với hệ trục toạ độ Oxyz: Trong không gian Oxyz, cho một điểm M tuỳ ý. Điểm M có toạ độ (x; y; z) xác định như sau:



Thông thường vẽ trục Oz là đường thẳng có phương thẳng đứng
- Xác định hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm M'.
- Xác định hình chiếu của điểm M' trên các trục Ox, Oy lần lượt là M_1, M_2.
- Xác định hình chiếu của điểm M trên trục Oz là M_3.
- Tính độ dài các đoạn thẳng OM_1, OM_2, OM_3 (đoạn thẳng nối gốc toạ độ và hình chiếu trên các trục toạ độ)

Khi đó: hoành độ của điểm M là $x = \overline{OM_1}$, tung độ của điểm M là $y = \overline{OM_2}$,
cao độ của điểm M là $z = \overline{OM_3}$

Chú ý: $x = \overline{OM_1} = OM_1$ khi M_1 thuộc tia Ox
$x = \overline{OM_1} = -OM_1$ khi M_1 thuộc tia Ox' (tia đối của tia Ox)

2. Khoảng cách từ một điểm M đến đường thẳng d đi qua điểm M_0 và có vecto chỉ phương $\vec{u}$: $d(M,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M}, \vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}$.

3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2, biết d_1 đi qua điểm M_1 và có vecto chỉ phương $\vec{u_1}$; d_2 đi qua điểm M_2 và có vecto chỉ phương $\vec{u_2}$:

$$d(d_1;d_2) = \frac{\left|\left[\vec{u_1}, \vec{u_2}\right]\overrightarrow{M_1M_2}\right|}{\left|\left[\vec{u_1}, \vec{u_2}\right]\right|}$$

(Các công thức 2, 3 chỉ được nêu, không chứng minh ở Tài liệu chủ đề tự chọn nâng cao Toán 12)

Mặc dù mục đích chỉ cần học sinh nhớ công thức để vận dụng song tôi vẫn đi chứng minh (sử dụng cách chứng minh của Hình học 12 nâng cao trang 100, 101) để học sinh thấy sự tự nhiên, không gượng ép; tạo tâm thế thoải mái cho học sinh khi sử dụng công thức.

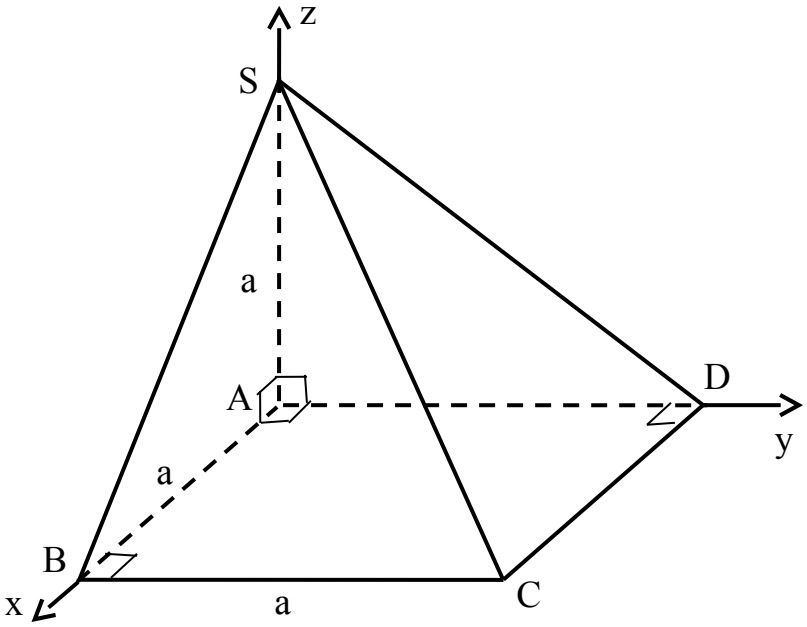
2.3.3 Khi học sinh đã nắm chắc các vấn đề nêu trên thì giáo viên có thể đưa ra một vài bài toán hình học không gian đã làm ở chương III – Hình học 11, sách bài tập Hình học 12, đề thi THPT Quốc gia 2015, đề thi khảo sát chất lượng của một số trường THPT và Sở GD – ĐT để học sinh tìm tòi phát hiện cách giải

bằng phương pháp tọa độ. Từ đó so sánh hai phương pháp, thấy được"cái hay"của phương pháp này, bằng hoạt động tự lực, tích cực của mình để chiếm lĩnh kiến thức.

Trước tiên lấy ví dụ trong sách giáo khoa để tạo cảm giác gần gũi cho học sinh

<u>Bài 1</u> (Ví dụ - trang 118 Hình học 11)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SA = a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SC và BD.



Học sinh nhận thấy SA, AD và AB đôi một vuông góc từ đó gắn hệ tọa độ Oxyz; xác định tọa độ điểm S, D, B, C (xác định hình chiếu của S, D, B, C trên các trục toạ độ); công thức tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau; nên các em đã đưa ra ngay lời giải hoàn chỉnh:

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz với $A \equiv O; B \in tiaOx; D \in tiaOy; S \in tiaOz$.

Khi đó B(a; 0; 0), D(0; a; 0), S(0; 0; a), C(a; a; 0) *(Hình chiếu của C trên Ox là B và AB = a, hình chiếu của C trên Oy là D và AD = a)*

$\Rightarrow \overrightarrow{SC}(a;a;-a) = a(1;1;-1);\ \overrightarrow{BD}(-a;a;0) = a(-1;1;0)$.

$SC: \begin{cases} \text{qua } S(0;0;a) \\ \text{vtcp } \overrightarrow{u_1}(1;1;-1) \end{cases};\quad BD: \begin{cases} \text{qua } B(a;0;0) \\ \text{vtcp } \overrightarrow{u_2}(-1;1;0) \end{cases}$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (1;1;2),\quad \overrightarrow{SB}(a;0;-a) \Rightarrow d(SC,BD) = \dfrac{|1.a + 1.0 + 2.(-a)|}{\sqrt{1^2+1^2+2^2}} = \dfrac{a}{\sqrt{6}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

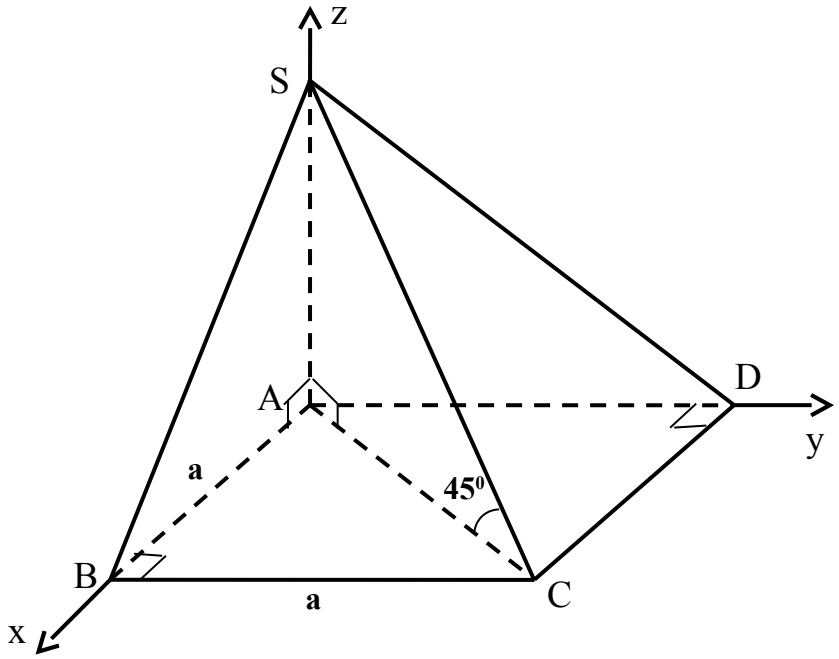
Từ đó tôi yêu cầu các em nêu các bước giải bài toán trong không gian bằng phương pháp tọa độ. Sau đó tôi chỉnh sửa và cho học sinh ghi nhớ:

Bước 1: Thiết lập hệ trục tọa độ thích hợp (có sẵn hoặc tạo dựng 3 đường thẳng đôi một vuông góc và phải tính được khoảng cách từ gốc tọa độ đến các hình chiếu trên các trục tọa độ), từ đó suy ra tọa độ của các điểm cần thiết.

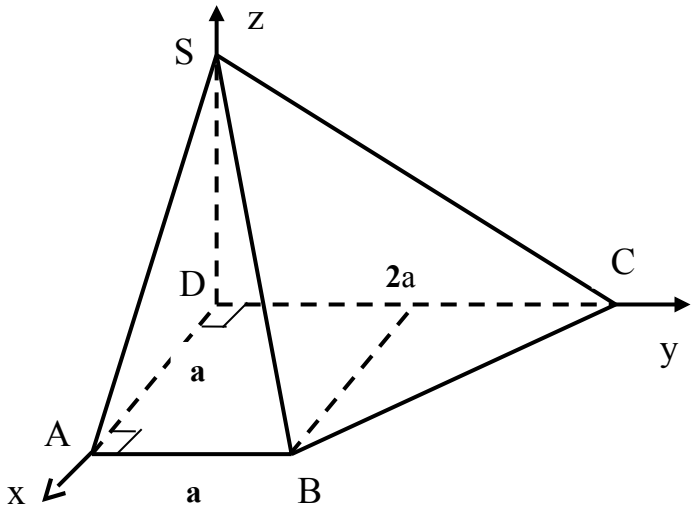
Bước 2: Thiết lập biểu thức cho giá trị cần xác định, thông thường bao gồm:

- Toạ độ vecto chỉ phương, vecto pháp tuyến (chọn vecto có tọa độ 2 điểm mút đơn giản), thông thường chọn vecto cùng phương để dễ tính toán ...

- Phương trình mặt phẳng.
- Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau ...
Sau đó lấy đề thi trung học phổ thông Quốc gia năm 2015 tạo cảm giác thiết thực
Bài 2 (Đề thi trung học phổ thông Quốc gia năm 2015)
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 45^0. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC.



Lời giải:
Chọn hệ trục tọa độ Oxyz với $A \equiv O; B \in tiaOx; D \in tiaOy; S \in tiaOz$.
Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC,(ABCD)) = (SC,AC) = \angle SCA = 45^0; AC = a\sqrt{2}$
Tam giác SAC vuông cân tại A => $SA = AC = a\sqrt{2}$.
Khi đó A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), S(0; 0; $a\sqrt{2}$), C(a; a; 0) *(Hình chiếu của C trên Ox là B, trên Oy là D)*.
$\Rightarrow \overrightarrow{SB} = (a;0;-a\sqrt{2}) = a(1;0;-\sqrt{2}) = a\,\overrightarrow{u_1}; \quad \overrightarrow{AC} = (a;a;0) = a(1;1;0) = a\,\overrightarrow{u_2}$
$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right] = (\sqrt{2};-\sqrt{2};1), \quad \overrightarrow{AS}(0;0;a\sqrt{2})$
$$\Rightarrow d(SC,BD) = \frac{\left|\sqrt{2}.0 + (-\sqrt{2}).0 + 1.a\sqrt{2}\right|}{\sqrt{2+2+1}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{10}}{5}$$
Từ hai bài toán trên so sánh hai phương pháp: hình học không gian thuần tuý và hình học giải tích, thấy được "cái hay" của phương pháp toạ độ, bằng hoạt động tự lực, tích cực của mình để chiếm lĩnh kiến thức.
Bài 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D với AB = AD = a, DC = 2a, SD = a và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).
Lời giải:



Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ Dxyz với $A \in tiaOx;\ C \in tiaOy;\ S \in tiaOz$.

Khi đó A(a; 0; 0), C(0; 2a; 0), S(0; 0; a), B(a; a; 0) (*hình chiếu của B trên Ox là A, trên Oy là trung điểm của DC)*.

Ta có: $\overrightarrow{BS} = (-a;-a;a) = -a(1;1;-1) = -a\,\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{BC} = (-a;a;0) = a(-1;1;0) = a\,\overrightarrow{u_2}$.

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right] = (1;1;2)$.

Mặt phẳng (SBC) đi qua S(0;0;a) và có 1 vectơ pháp tuyến (1;1;2).

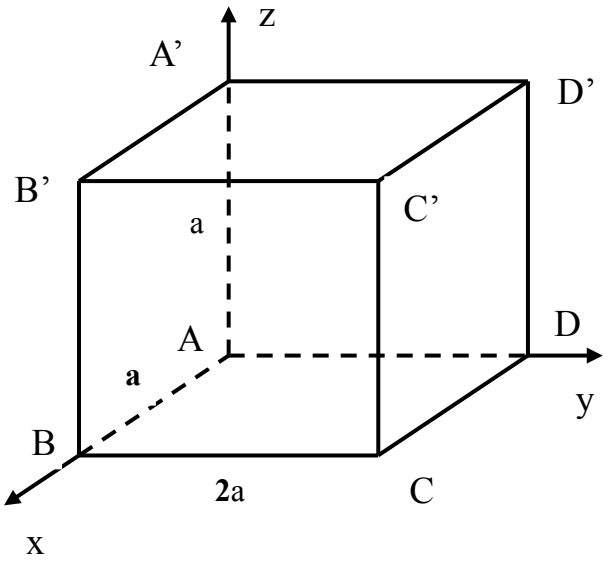
=> (SBC): x + y + 2(z – a) = 0 <=> x + y + 2z – 2a = 0.

Vậy $d(A,(SBC)) = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

<u>Bài 4</u> (Bài 1.18 – trang 18 sách bài tập Hình học 12)

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB = a, BC = 2a, AA' = a. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho AM = 3MD. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (AB'C).

Dạng này các em đã gặp ở bài 10 trang 81 và bài 10 trang 91Hình học 12 (toàn bộ chương III chỉ yêu cầu làm 2 bài này theo phương pháp tọa độ)



Chú ý: Với hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' ta thường thiết lập hệ trục tọa độ dựa trên ba cạnh AB, AD, AA' tương ứng với các trục Ox, Oy và Oz.

Từ đó có lời giải sau:

Chọn hệ trục tọa độ Axyz với $B \in tiaOx;\ D \in tiaOy;\ A' \in tiaOz$.

Khi đó A(0; 0; 0), B'(a; 0; a), $M\left(0;\frac{3a}{2};0\right)$, C(a; 2a; 0) *(Hình chiếu của B' trên Ax là B và AB = a, hình chiếu của B' trên Az là A' và AA' = a, hình chiếu của C trên Ax là B và AB = a, hình chiếu của C trên Ay là D và AD = 2a)*

$\Rightarrow \overrightarrow{AB'} = (a;0;a) = a(1;0;1) = a\,\overrightarrow{u_1};\quad \overrightarrow{AC} = (a;2a;0) = a(1;2;0) = a\,\overrightarrow{u_2}$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right] = (-2;1;2)$

Mặt phẳng (AB'C) đi qua A(0; 0; 0) và có vecto pháp tuyến $\vec{n}$(-2; 1;2).

=> (AB'C): -2x + y + 2z = 0. Vậy $d(M,(AB'C)) = \frac{\left|\frac{3a}{2}\right|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{a}{2}$.

Bài 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính AB = 2a, SA = a$\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy.

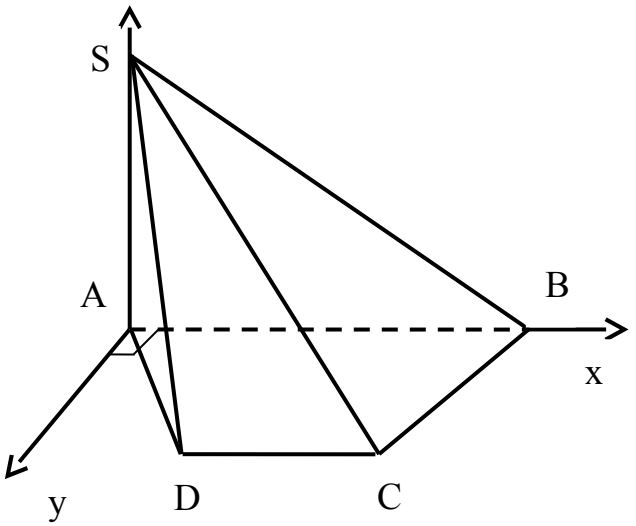
a) Tính khoảng cách từ A, D đến mặt phẳng (SBC).

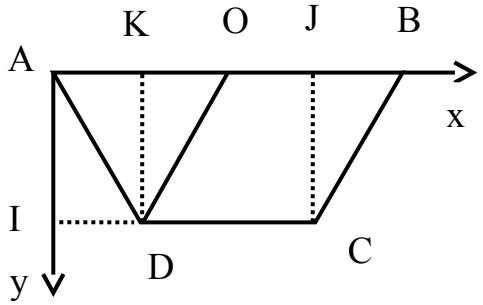
b) Tính khoảng cách từ đường thẳng AB đến mặt phẳng (SCD).

Từ bài 1 đến bài 3 có sẵn 3 đường đôi một vuông góc, ở bài này cần tạo dựng hệ trục, để ý rằng SA vuông góc với mọi đường thẳng thuộc đáy.

Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ Axyz với $B \in tiaOx;\ S \in tiaOz$, Ay vuông góc với AB.





O là trung điểm của AB => tam giác OAD và OBC đều cạnh a => hình chiếu của D, C trên Ay là I và AI = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (độ dài đường cao tam giác đều cạnh a), hình chiếu của C trên Ax là J (trung điểm của OB), hình chiếu của D trên Ax là K (trung điểm của AO).

Khi đó A(0; 0; 0), B(2a; 0; 0), $C\left(\frac{3a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $D\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $S(0;0;a\sqrt{3})$

a)

$\overrightarrow{SB}=(2a;0;-a\sqrt{3})=a(2;0;-\sqrt{3})=a\,\overrightarrow{u_1}$; $\overrightarrow{SC}=\left(\frac{3a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};-a\sqrt{3}\right)=\frac{a\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3};1;-2)=\frac{a}{2}\overrightarrow{u_2}$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(\sqrt{3};1;2)$

Mặt phẳng (SBC) đi qua B(2a; 0; 0) và có vecto pháp tuyến $(\sqrt{3};1;2)$.

=> (SBC): $\sqrt{3}x+y+2z-2a\sqrt{3}=0$. Do đó:

$d(A,(SBC))=\frac{\left|-2a\sqrt{3}\right|}{\sqrt{3+1+4}}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$; $d(D,(SBC))=\frac{\left|\frac{a\sqrt{3}}{2}+\frac{a\sqrt{3}}{2}-2a\sqrt{3}\right|}{\sqrt{3+1+4}}=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

b) $\overrightarrow{SD}=\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};-a\sqrt{3}\right)=\frac{a}{2}(1;\sqrt{3};-2\sqrt{3})=\frac{a}{2}\overrightarrow{u_3}\Rightarrow\left[\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}\right]=(0;4;2))=2(0;2;1)$

Mặt phẳng (SCD) qua D và có vecto pháp tuyến (0; 2; 1)

=> (SCD): $2y+z-a\sqrt{3}=0$. Vì AB // CD nên AB // (SCD).

Vậy $d(AB,(SCD))=d(A,(SCD))=\frac{\left|-a\sqrt{3}\right|}{\sqrt{4+1}}=\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Qua 5 bài tập đưa ra nhận xét: Với một số bài trình bày theo phương pháp tọa độ là tối ưu, với một số bài mức độ ở 2 phương pháp tọa độ và không gian là tương đồng. Tuy nhiên cũng cần phải nhớ rằng không phải khi nào phương pháp tọa độ cũng tỏ ra hiệu quả.

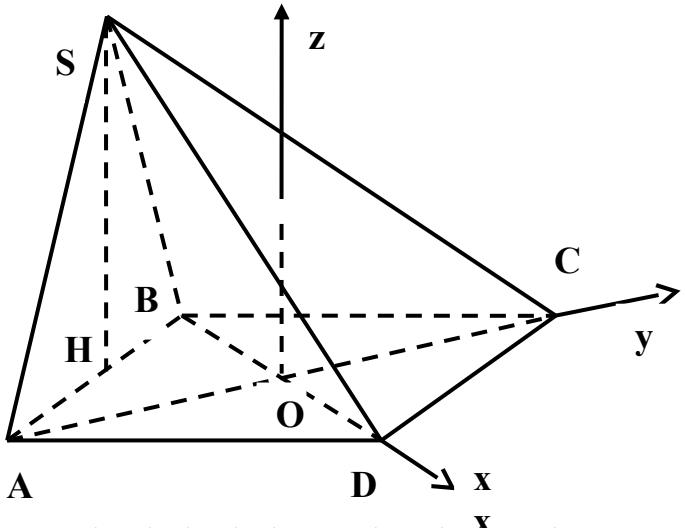
Sau đó tôi lấy thêm một số bài hình học không gian ở dạng khác với mức độ khó hơn, cần kỹ năng tổng hợp hơn để học sinh tìm tòi, khám phá, phát hiện, luyện tập, khai thác và xử lý thông tin, tự hình thành hiểu biết, năng lực và phẩm chất.

Đ ặc biệt, việc xác định và tính khoảng cách trong hình học không gian tương đối khó, song phương pháp tọa độ lại tỏ ra rất hiệu quả.

Bài 6 (Đề khảo sát chất lượng Sở GD và ĐT Thanh Hoá năm 2014 – 2015)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Biết AC = 2a, BD = 4a, tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD, SC.

Lời giải:



Nhận thấy SH ⊥ đáy, mà đáy là hình thọi có hai đường chéo vuông góc.

Từ ý 1: Gọi O = AC∩BD, H là trung điểm của AB.
Vì tam giác SAB đều nên SH ⊥AB. Do AB = (SAB)∩(ABCD)
và (SAB)⊥(ABCD) nên SH⊥(ABCD). Ta có:

$$OA=\frac{AC}{2}=a;\quad OB=\frac{BD}{2}=2a\Rightarrow AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=a\sqrt{5}\Rightarrow SH=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{15}}{2}$$

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz với $D\in tiaOx;\ C\in tiaOy$, hướng từ H đến S trùng hướng của tia Oz.

Ta có: A(0; -a; 0), D(2a; 0; 0), C(0; a; 0), S $\left(-a;-\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{15}}{2}\right)$ *(hình chiếu của S trên mặt phẳng Oxy là H; hình chiếu của H trên Ox là trung điểm của OB, trên Oy là trung điểm của OA, hình chiếu của S trên Oz là S' và OS' = HS)*

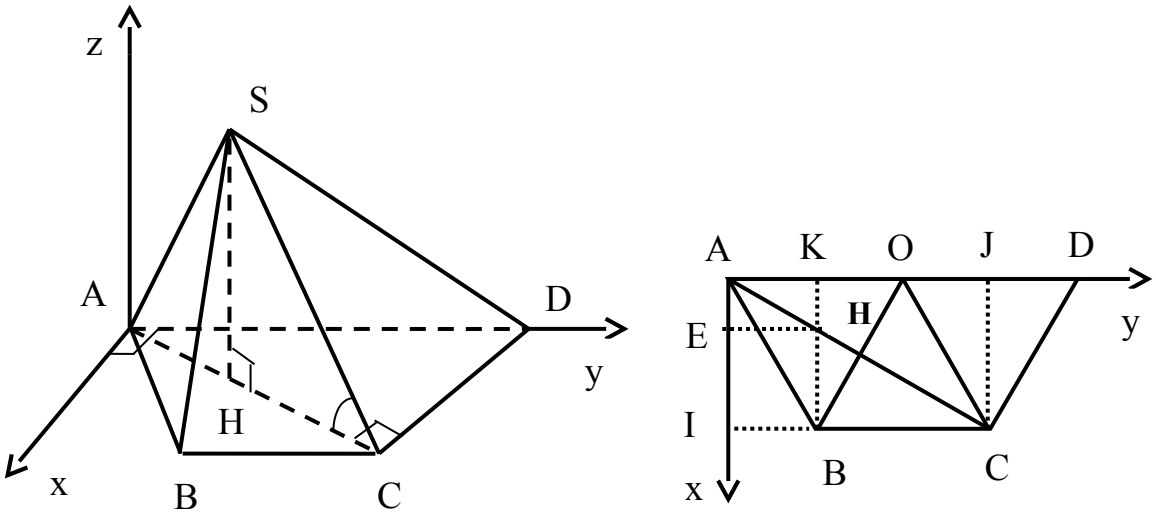
$$\Rightarrow \overrightarrow{AD}=(2a;a;0)=a(2;1;0)=a\,\overrightarrow{u_1};\quad \overrightarrow{SC}=\left(a;\frac{3a}{2};-\frac{a\sqrt{15}}{2}\right)=\frac{a}{2}(2;3;-\sqrt{15})=\frac{a}{2}\overrightarrow{u_2};$$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-\sqrt{15};2\sqrt{15};4),\quad \overrightarrow{AC}(0;2a;0)$$

$$\Rightarrow d(AD,SC)=\frac{\left|4a\sqrt{15}\right|}{\sqrt{15+60+16}}=\frac{4a\sqrt{15}}{\sqrt{91}}=\frac{4a\sqrt{1365}}{91}$$

<u>Bài 7</u> (Đề khảo sát chất lượng Sở GD và ĐT Thanh Hoá năm 2015 – 2016)
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang cân, AD là đáy lớn, AD = 2a, AB = BC = CD = a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABCD) là điểm H thuộc đoạn thẳng AC sao cho HC = 2HA. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (ABCD) bằng 60^0 .Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, CD.

<u>Lời giải:</u>



** Tương tự bài 5.*
** Từ ý 1: O là trung điểm của AD => tam giác OAB, OBC và ODC đều cạnh a*
=> góc ACD = 90^0 và AC= 2. $\frac{a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$

Ta có: DC⊥(SHC)=> ((SCD),(ABCD))=(SC,HC) =∠SCH = 60^0

=> SH = HC.tan 60^0 = $\frac{2}{3}AC.\sqrt{3}=2a$

Chọn hệ trục tọa độ Axyz với B thuộc tia Oy, Ax vuông góc với AD, tia Az cùng hướng trùng với từ H đến S.

O là trung điểm của AD => ΔOAB và ODC đều cạnh a => hình chiếu của B, C trên Ax là I và AI = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, hình chiếu của B trên Ay là K (trung điểm của AO), hình chiếu của C trên Ay là J (trung điểm của OD), hình chiếu của H trên Ax là E và AE = $\frac{1}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, hình chiếu của H trên Ay là K.

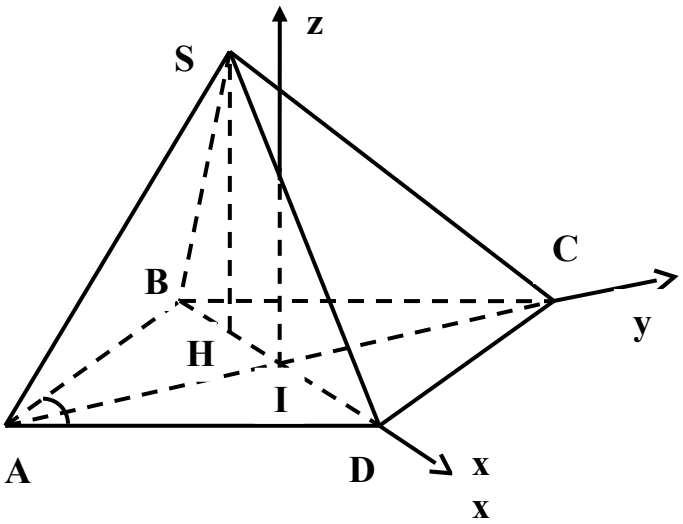
Khi đó A(0; 0; 0), D(0; 2a; 0), $C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{3a}{2};0\right)$, $S\left(\frac{a\sqrt{3}}{6};\frac{a}{2};2a\right)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AS}=\left(\frac{a\sqrt{3}}{6};\frac{a}{2};2a\right)=\frac{a}{6}(\sqrt{3};3;12)=\frac{a}{6}\overrightarrow{u_1};\ \overrightarrow{DC}=\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};-\frac{a}{2};0\right)=\frac{a}{2}(\sqrt{3};-1;0)=\frac{a}{2}\overrightarrow{u_2};$$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(12;12\sqrt{3};-4\sqrt{3}),\quad \overrightarrow{AD}(0;2a;0)\Rightarrow d(SA,CD)=\frac{\left|24a\sqrt{3}\right|}{4\sqrt{9+27+3}}=\frac{6a\sqrt{3}}{\sqrt{39}}=\frac{6a\sqrt{13}}{13}$$

<u>Bài 8</u> (Đề khảo sát chất lượng THPT Bình Minh - Ninh Bình năm 2016)
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm I và có cạnh bằng a, góc BAD bằng 60^0. Gọi H là trung điểm của IB và SH vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 45^0. Tính thể tích của khối chóp S.AHCD và tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

<u>Lời giải:</u>



** Tương tự bài 6.*

** Từ ý 1: SH⊥(ABCD)=>(SC,(ABCD))=(SC,HC)=∠SCH=45^0.*

Góc BAD = 60^0 nên tam giác BAD đều cạnh a

$$\Rightarrow BD=a,\quad HD=\frac{3a}{4},\quad AI=\frac{a\sqrt{3}}{2},\quad AC=2AI=a\sqrt{3}.$$

Tam giác SHC vuông cân tại H $\Rightarrow SH=HC=\sqrt{IC^2+HI^2}=\frac{a\sqrt{13}}{4}$.

Chọn hệ Oxyz sao cho I trùng O, điểm D thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy, hướng từ H đến S trùng hướng tia Oz. Ta có

$D\left(\frac{a}{2};0;0\right), C\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right), A\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right), S\left(-\frac{a}{4};0;\frac{a\sqrt{13}}{4}\right)$ *(hình chiếu của S trên Ox là H, trên Oz là S' và OS' = SH)*

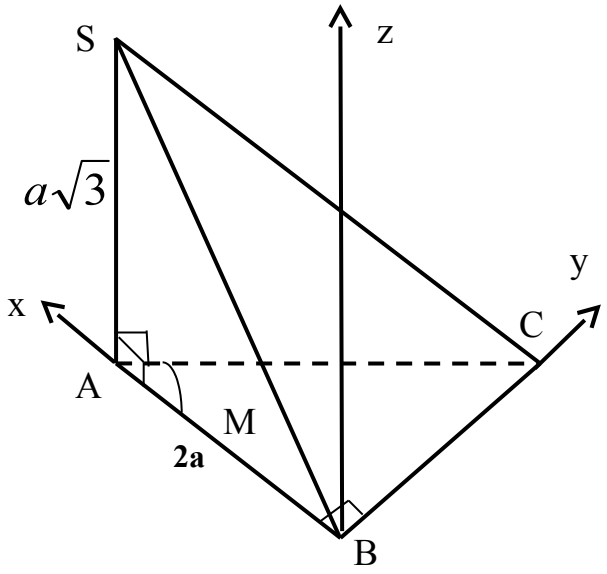
$\Rightarrow \overrightarrow{DC}\left(-\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right) = -\frac{a}{2}(1;-\sqrt{3};0) = -\frac{a}{2}\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{SC}\left(\frac{a}{4};\frac{a\sqrt{3}}{2};-\frac{a\sqrt{13}}{4}\right) = \frac{a}{4}(1;2\sqrt{3};-\sqrt{13}) = \frac{a}{4}\overrightarrow{u_2}$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right] = (\sqrt{39};\sqrt{13};3\sqrt{3}) \Rightarrow (SCD): \sqrt{39}x + \sqrt{13}y + 3\sqrt{3}z - \frac{a\sqrt{39}}{2} = 0$

$\Rightarrow d(A,(SCD)) = \frac{a\sqrt{39}}{\sqrt{79}}$

Bài 9 (Đề khảo sát chất lượng THPT Quảng Xương 4 – Thanh Hoá năm 2016) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, AB = 2a, góc BAC = 60^0, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CM theo a.

Lời giải:



Chọn hệ tọa độ Oxyz sao cho B trùng O, điểm A và C lần lượt thuộc tia Ox và Oy, hướng từ A đến S trùng với hướng tia Oz.

Tam giác ABC vuông tại B có BC = AB.tan 60^0 = $2a\sqrt{3}$.

Ta có $B(0;0;0), C(0;2a\sqrt{3};0), S(2a;0;a\sqrt{3}), M(a;0;0)$.

$\overrightarrow{BS}(2a;0;a\sqrt{3}) = a(2;0;\sqrt{3}) \Rightarrow SB: \begin{cases} qua\,B(0;0;0) \\ vtcp\ \overrightarrow{u_1}(2;0;\sqrt{3}) \end{cases}$

$\overrightarrow{CM}(a;-2a\sqrt{3};0) = a(1;-2\sqrt{3};0) \Rightarrow CM: \begin{cases} qua\,M(a;0;0) \\ vtcp\ \overrightarrow{u_2}(1;-2\sqrt{3};0) \end{cases}$

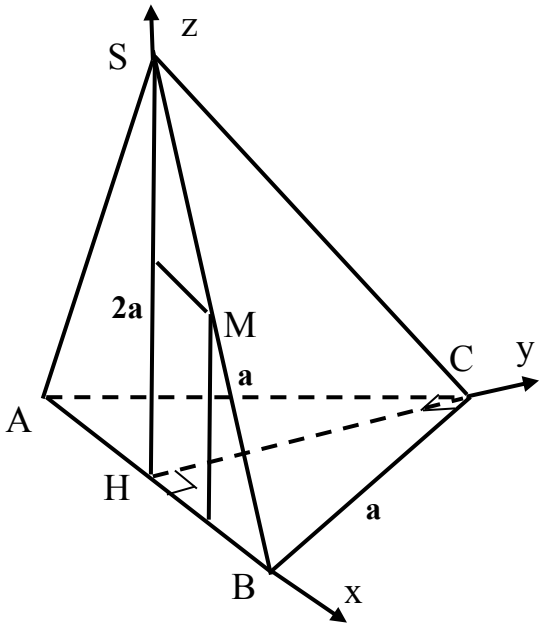
Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right] = (6;\sqrt{3};-4\sqrt{3}), \overrightarrow{BM}(a;0;0) \Rightarrow d(SB,CM) = \frac{6a}{\sqrt{87}} = \frac{2\sqrt{87}a}{29}$

Bài 10 (Đề khảo sát chất lượng THPT Hùng Vương – Bình Phước năm 2016) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C, BC = a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của AB, biết rằng SH = 2a. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (MAC), trong đó M là trung điểm của cạnh SB.

Lời giải:

Chọn hệ trục toạ độ Oxyz sao cho O trùng với H; B, C, S lần lượt thuộc tia Ox, Oy, Oz.

Vì tam giác ABC vuông cân tại C nên CH⊥AB và AB = $a\sqrt{2}$*, CH =* $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Ta có: $B\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right), M\left(\frac{a\sqrt{2}}{4};0;a\right), A\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right), C\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$ *(M là trung điểm của SB =>hình chiếu của M trên Hx là trung điểm của HB, trên Hz là trung điểm của SH)*

$$\overrightarrow{AM}\left(\frac{3a\sqrt{2}}{4};0;a\right)=\frac{a}{4}(3\sqrt{2};0;4)=\frac{a}{4}\overrightarrow{u_1},\ \overrightarrow{AC}\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right)=\frac{a\sqrt{2}}{2}(1;1;0)=\frac{a\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{u_2}$$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-4;4;3\sqrt{2})\Rightarrow (MAC):\begin{cases}qua\ A\\ vtpt(-4;4;3\sqrt{2})\end{cases}$$

$$\Rightarrow (MAC):-4x+4y+3\sqrt{2}z-2a\sqrt{2}=0\Rightarrow d(B;(MAC))=\frac{\left|-2a\sqrt{2}-2a\sqrt{2}\right|}{\sqrt{16+16+18}}=\frac{4a\sqrt{2}}{\sqrt{50}}=\frac{4a}{5}$$

<u>Bài 11</u> (Đề khảo sát chất lượng THPT Hoằng Hoá 4 – Thanh Hoá năm 2016) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc ABC = 60^0 , cạnh bên SA vuông góc với đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 60^0. Gọi I là trung điểm của BC, H là hình chiếu vuông góc của A trên SI. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) theo a.

<u>Lời giải:</u>

** Đáp án sử dụng hình học không gian thuần túy, đòi hỏi tư duy cao – thông qua 3 lần khoảng cách trung gian và tỷ số khoảng cách này khá phức tạp.*

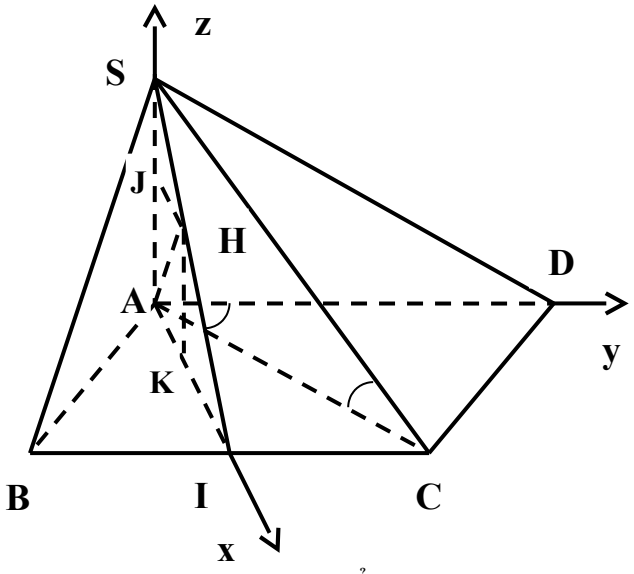
** Từ ý 1: SA⊥(ABCD)=>(SC,(ABCD)) = (SC,AC) =∠SCA =* 60^0.

Góc ABC = 60^0 *nên tam giác ABC, ACD đều cạnh a*

$\Rightarrow AC=a\Rightarrow SA=AC.\tan 60^0=a\sqrt{3}$.

** Cần chọn trong mặt đáy hai đường thẳng vuông góc, với các bài ở trên chọn hai đường chéo của hình thoi, nhưng với bài này chọn như vậy rất khó xác định tọa độ điểm H vì tính các độ dài khá phức tạp. Để ý rằng, H thuộc SI và SA vuông góc với đáy, góc CAD =* 60^0*, I là trung điểm của BC =>góc IAC =* 30^0

=> *góc IAD = 90^0*



Chọn hệ Oxyz sao cho A trùng O, điểm I thuộc tia Ox, D thuộc tia Oy, S thuộc tia Oz. Ta có $S(0;0;a\sqrt{3}), D(0;a;0), C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2};0\right)$ (*hình chiếu của C trên Ox là I, trên Oy là trung điểm của AD)*

$$\Rightarrow \overrightarrow{SD}(0;a;-a\sqrt{3})=a(0;1;-\sqrt{3})=a\overrightarrow{u_1},\quad \overrightarrow{SC}\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2};-a\sqrt{3}\right)=\frac{a}{2}(\sqrt{3};1;-2\sqrt{3})=\frac{a}{2}\overrightarrow{u_2}$$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-\sqrt{3};-3;-\sqrt{3})=-\sqrt{3}(1;\sqrt{3};1)\Rightarrow (SCD): x+\sqrt{3}y+z-a\sqrt{3}=0$$

$$\Rightarrow d(A,(SCD))=\frac{a\sqrt{39}}{\sqrt{79}}$$

Hình chiếu của H trên Ox, Oz lần lượt là K, J.

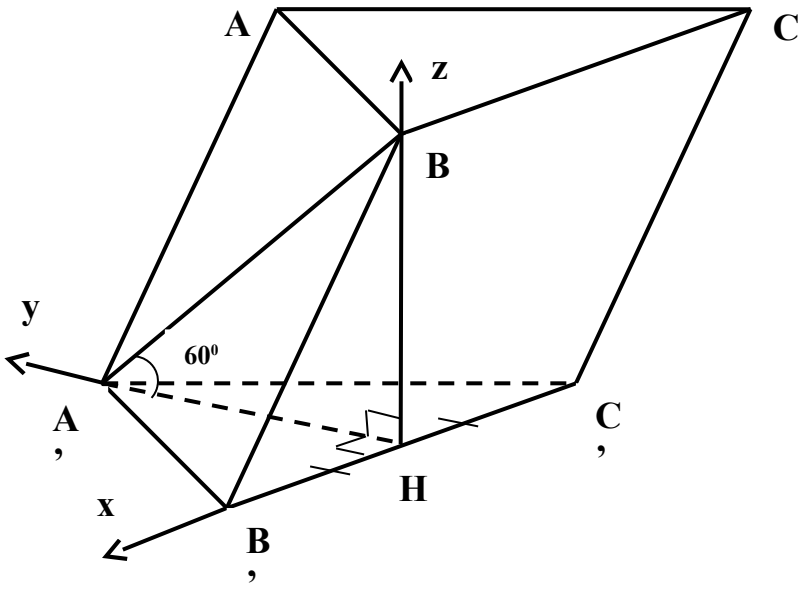
$$\frac{AK}{AI}=\frac{SH}{SI}=\frac{SH.SI}{SI^2}=\frac{SA^2}{SI^2}=\frac{SA^2}{IA^2+SA^2}=\frac{4}{5}\Rightarrow AK=\frac{4}{5}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{2a\sqrt{3}}{5}$$

$$\frac{AJ}{AS}=\frac{HI}{SI}=\frac{1}{5}\Rightarrow AJ=\frac{a\sqrt{3}}{5}$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{2a\sqrt{3}}{5};0;\frac{a\sqrt{3}}{5}\right)\Rightarrow d(H;(SCD))=\frac{\left|\frac{2a\sqrt{3}}{5}+\frac{a\sqrt{3}}{5}-a\sqrt{3}\right|}{\sqrt{5}}=\frac{2a\sqrt{15}}{25}.$$

Bài 12 (Đề khảo sát chất lượng THPT Xuân Trường – Nam Định năm 2016) Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là một tam giác đều cạnh bằng 2a. Hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (A'B'C') là trung điểm H của cạnh B'C', goác giữa A'B với mặt phẳng (A'B'C') bằng 60^0. Tính thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' và khoảng cách giữa hai đường thẳng CC', A'B theo a.

Lời giải:



** Học sinh thường lúng túng khi gắn hệ trục đối với hình lăng trụ, hoàn toàn tương tự đối với hình chóp: đã có sẵn BH vuông góc với đáy, cần chọn trong đáy hai đường thẳng vuông góc, để ý rằng đáy là tam giác đều và H là trung điểm của BC.*

Chọn hệ Oxyz sao cho H trùng O, điểm B thuộc tia Ox, A thuộc tia Oy, B thuộc tia Oz. Ta có $A'(0;a\sqrt{3};0)$, $B'(a;0;0)$, $B(0;0;3a)$, $C(-a;0;0)$

$\Rightarrow \overrightarrow{A'B'}(a;-a\sqrt{3};0)=a(1;-\sqrt{3};0)=a\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{B'B}(-a;0;3a)=a(-1;0;3)=a\overrightarrow{u_2}$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-3\sqrt{3};-3;-\sqrt{3})=-\sqrt{3}(3;\sqrt{3};1)\Rightarrow (ABB'A'):3x+\sqrt{3}y+z-3a=0$

$\Rightarrow d(CC',(ABB'A'))=d(C,(ABB'A'))=\dfrac{|-3a-3a|}{\sqrt{13}}=\dfrac{6a\sqrt{13}}{13}$

Bài tập về nhà:

Bài 1 (Đề khảo sát chất lượng THPT Hà Huy Tập – Nghệ An năm 2016)
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, AC = a , H là trung điểm AB, SH $\perp$(ABCD), tam giác SAB vuông tại S. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD, SC theo a.

Bài 2 (Khảo sát chất lượng THPT Nguyễn Quang Diêu – Đồng Tháp năm 2016)
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, AB = 2a, AD = a , K là hình chiếu vuông góc của B lên đường chéo AC, các điểm H, M lần lượt là trung điểm của AK và DC, SH $\perp$(ABCD), góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABCD) bằng 45^0. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MH.

Bài 3 (Đề khảo sát chất lượng THPT Hương Khê – Hà Tĩnh năm 2016)
Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại A với AB = a; $AC=2a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc đoạn BC thỏa mãn HB = 2HC, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC theo a.

Bài 4 (Đề khảo sát chất lượng Sở GD và ĐT Nam Định năm 2016)

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác SAB vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC theo a.

Bài 5 (Đề khảo sát chất lượng Sở GD và ĐT Lào Cai năm 2016)
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là nửa lục giác đều và AB=BC=CD=a. Hai mp (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mp (ABCD), góc giữa SC và (ABCD) bằng 60^0. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và góc giữa đường thẳng SC và mp (SAD).

Bài 6 (Đề khảo sát chất lượng Sở GD và ĐT Hà Nội năm 2016)
Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, AB = 2a, góc BAC = 60^0, cạnh bên SA $\perp$đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của AB. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa 2 đường thẳng SB, CM.

2.4 Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm

Trên cơ sở một số nội dung đề xuất ở phần trước và từ mục đích của đề tài nghiên cứu. Tôi đã tiến hành thực nghiệm sư phạm 5 tiết của phân môn Tự chọn và 1 buổi phụ đạo nhằm: Đưa ra một số bài tập theo nhiều trình độ khác nhau, tập trung ở trình độ khá giỏi, thông qua đó để nâng cao năng lực tư duy của học sinh. Đánh giá hiệu quả các bài giảng trên lớp và dạng bài tập nhằm nâng cao hứng thú cho học sinh, kích thích học sinh từng bước đi vào con đường tìm tòi sáng tạo.

2.4.1 Tôi đã tiến hành thực nghiệm ở 2 lớp 12 Trường THPT Hoằng hóa 4
Lớp thực nghiệm: 12B8 – 47 học sinh. Lớp đối chứng: 12B7 - 37 học sinh .
Lớp đối chứng dạy theo phương pháp thường.

2.4.2 Kiểm tra đánh giá gồm
- Ra đề kiểm tra. - Tính kết quả (%) theo thứ tự.
- So sánh kết quả ở 2 lớp. - Kết luận.

Kết quả kiểm tra biểu thị trong bảng sau:

Lớp	Sĩ số	Đối tượng	Điểm 1 - 4		Điểm 5 - 6		Điểm 7 - 8		Điểm 9 - 10	
			Số HS	%	Số HS	%	Số HS	%	Số HS	%
12B8	47	Thực nghiệm	6	13	11	23	20	43	10	21
12B7	37	Đối chứng	6	16	20	54	9	24	2	6

2.4.3 Đề tài SKKN đã thu được một số kết quả sau đây
- Thống kê được lý thuyết, một số dạng bài tập vÒ khoảng cách trong hình học không gian bậc Trung học phổ thông.
- Phát triển được một số dạng toán mới, tổng quát hóa được một số dạng toán.
- Rèn luyện khả năng phân tích, định hướng và xác định đường lối giải bài toán; rèn luyện khả năng kiểm tra bài toán; rèn luyện khả năng tìm kiếm các bài toán liên quan và sáng tạo các bài toán mới.
- Quá trình điều khiển học sinh để các em tìm hiểu và nhận biết vận dụng vào bài tập có kỹ năng và hệ thống. Học sinh nắm được kiến thức một cách khoa học, từ đó các em cảm thấy thoải mái hơn, có hứng thú học tập hơn.

- Lớp thực nghiệm nắm vững bài hơn, vận dụng vào các dạng bài tập có hiệu quả hơn. Số học sinh khá giỏi ở lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng; kỹ năng; kiến thức cao hơn.

3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

- Như vậy có thể khẳng định: Mục đích nghiên cứu đã được thực hiện và nhiệm vụ nghiên cứu đã được hoàn thành, đề tài có thể áp dụng và mang lại hiệu quả cho việc giảng dạy cũng như việc học tập của học sinh lớp 12.
- Tạo cho học sinh niềm say mê đối với môn học là việc hết sức cần thiết đối với nhà sư phạm. Đặc biệt là giáo viên dạy bộ môn Toán. Tuy nhiên điều này phải trải qua một quá trình lâu dài phụ thuộc vào nhiều kỹ năng nghệ thuật của người thầy giáo. Để nâng cao kiến thức cho học sinh người giáo viên phải không ngừng tìm tòi, học hỏi trong quá trình giảng dạy.
- Với trình độ còn hạn chế, tài liệu phục vụ cho quá trình nghiên cứu còn ít, thời gian dành cho việc viết đề tài chưa nhiều nên đề tài chắc chắn còn có nhiều thiếu sót, tôi rất mong được sự góp ý kiến để đề tài được hoàn thiện hơn, có tính khả thi hơn trong quá trình dạy học của mình.

Tôi xin chân thành cảm ơn !

Thanh Hóa, ngày 20 tháng 05 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.

Người thực hiện

Nguyễn Thị Kim Dung

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ

Tài liệu tham khảo

[1] Bộ GD& ĐT (2008), *Hình học 12 (sách giáo viên)*, NXB Giáo dục.

[2] Bộ GD& ĐT (2008), *Hình học nâng cao 12*, NXB Giáo dục.
[3] Bộ GD& ĐT (2008), *Bài tập Hình học 12*, NXB Giáo dục.
[4] Bộ GD& ĐT (2008), *Tài liệu chủ đề tự chọn nâng cao Toán 12,* NXB Giáo dục.
[5] Hoàng Chúng (1969), *Rèn luyện khả năng sáng tạo toán học ở trường phổ thông,* NXB Giáo dục.
[6] Nguyễn Thái Hòa (2003), *Rèn luyện tư duy qua việc giải bài tập toán,* NXB Giáo dục.
[7] Trần Luận (1995), *Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua hệ thống bài tập toán,* Nghiên cứu giáo dục.
[8] Phan Trọng Ngọ (2005), *Dạy học và phương pháp dạy học trong nhà trường,* NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
[9] Trần Thúc Trình (1998), *Tư duy và hoạt động Toán học*, Viện khoa học Giáo dục.
[10] Nguyễn Phú Khánh (2012), *Kiến thức ôn tập và kinh nghiệm làm bài thi đạt điểm 10,* NXB Đại học sư phạm Hà Nội.