

Bài 1:(2 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-4}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} - \frac{5}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{1}{2-\sqrt{x}}$ ($x \geq 0; x \neq 4; x \neq 16$)

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$. 2) Rút gọn biểu thức B .

3) Biết $P=A.B$. Tìm giá trị của x để $|P-1| > P-1$

Bài 2:(2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một tổ sản xuất theo kế hoạch phải sản xuất 75 thùng khẩu trang trong một số ngày dự định. Trong thực tế, do cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm vượt mức 5 thùng, vì vậy không những họ đã làm được 80 thùng mà còn hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ đó phải sản xuất bao nhiêu thùng khẩu trang?

Bài 3:(2 điểm)

1) Giải phương trình: $x+3\sqrt{x+2}-2=0$

2) Cho $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx+1$

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ giao điểm thỏa mãn $y_1+y_2+y_1.y_2=7$

Bài 4:(3,5 điểm)

1) Cho một hình nón có diện tích xung quanh là $2\pi cm^2$, diện tích toàn phần là $3\pi cm^2$. Tính thể tích hình nón đã cho?

2) Cho $(O;R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng AO lấy điểm M (Điểm M khác O,A). Đường thẳng CM cắt (O) tại N . Qua M kẻ đường thẳng d vuông góc với AB . Kẻ tiếp tuyến với (O) tại N cắt đường thẳng d tại P .

a) Chứng minh 4 điểm O,M,N,P thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $CM.CN=2R^2$

c) Chứng minh: Tứ giác $CMPO$ là hình bình hành. Khi M chuyển động trên đoạn OA thì P chuyển động trên đường nào?

Bài 5:(0,5 điểm) Cho x,y là hai số dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{(x+y)^2}{xy}$$

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN BA ĐÌNH
TRƯỜNG THCS THĂNG LONG
ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG (LẦN 2)
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Hướng dẫn

Câu 1. (2 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 4}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{5}{x + \sqrt{x} - 6} + \frac{1}{2 - \sqrt{x}}$
($x \geq 0; x \neq 4; x \neq 16$)

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Biết $P = A.B$. Tìm giá trị của x để $|P - 1| > P - 1$

Lời giải

1) Thay $x = 4$ vào biểu thức A , ta được $A = \frac{2\sqrt{4} - 1}{\sqrt{4} - 4} = \frac{2.2 - 1}{2 - 4} = -\frac{3}{2}$.

2) Với $x \neq 4; x \neq 16$, ta có biểu thức

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{5}{x + \sqrt{x} - 6} + \frac{1}{2 - \sqrt{x}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} - \frac{5}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} - \frac{\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{x - 4 - 5 - \sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{x - \sqrt{x} - 12}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 4)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} - 2} \end{aligned}$$

3) Ta có $P = A.B = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 4} \cdot \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} - 2} = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2}$

$$\Rightarrow P - 1 = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2} - 1 = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}$$

Theo đề bài: $|P - 1| > P - 1$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} \right| > \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 < 0 \quad (\text{Vì } x \geq 0 \text{ nên } \sqrt{x} + 1 > 0)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 4$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x < 16$$

Vậy $0 \leq x < 16; x \neq 4$ là các giá trị cần tìm.

Câu 2. ((2,0 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một tổ sản xuất theo kế hoạch phải sản xuất 75 thùng khẩu trang trong một số ngày dự định. Trong thực tế, do cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm vượt mức 5 thùng, vì vậy không những họ đã làm được 80 thùng mà còn hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ đó phải sản xuất bao nhiêu thùng khẩu trang?

Lời giải

Gọi số thùng khẩu trang mỗi ngày đội đó phải làm theo kế hoạch là x ($x \in \mathbb{N}^*$, thùng)

Thời gian dự định hoàn thành 75 thùng khẩu trang là: $\frac{75}{x}$ (ngày)

Thực tế số thùng khẩu trang mỗi ngày đội đó làm được là: $x + 5$ (thùng)

Thời gian tổ đã hoàn thành được 80 thùng khẩu trang là $\frac{80}{x + 5}$ (ngày)

Vì tổ đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{75}{x} - \frac{80}{x + 5} = 1$$

$$\Leftrightarrow 75(x + 5) - 80x = x(x + 5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 375 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 25x - 15x - 375 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 15)(x + 25) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -25 & (l) \\ x = 15 & (tm) \end{cases}$$

Vậy số thùng khẩu trang đội đó phải làm theo kế hoạch là: 15 (thùng/ ngày) .

Câu 3. (2 điểm)

1) Giải phương trình $x + 3\sqrt{x+2} - 2 = 0$

2) Cho $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 1$

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ giao điểm thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_1 \cdot y_2 = 7$

Lời giải

1) Điều kiện xác định $x \geq -2$

Với điều kiện xác định, phương trình đã cho tương đương

$$3\sqrt{x+2} = 2 - x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+2} = \frac{1}{3}(2-x)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = \frac{1}{9}(2-x)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{9}x^2 - \frac{13}{9}x - \frac{14}{9} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 13x - 14 = 0$$

Phương trình có $a - b + c = 1 + 13 - 14 = 0$ nên có một nghiệm $x_1 = -1$; nghiệm còn lại $x_2 = 14$

Kết hợp với điều kiện $x \geq -2$ ta được tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; 14\}$

2) a) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) cắt parabol (P) :

$$x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0 \quad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đường thẳng (d) cắt parabol (P)

Ta có $\Delta = m^2 + 4 > 0 \quad \forall m$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt

Do đó đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .

b) Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) , khi đó x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P)

Thay lần lượt $x = x_1$ và $x = x_2$ vào $(P): y = x^2$, ta được $y_1 = x_1^2, y_2 = x_2^2$

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có $y_1 + y_2 + y_1 \cdot y_2 = 7$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 \cdot x_2^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 + (x_1 \cdot x_2)^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2(-1) + (-1)^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 2$$

Vậy $m = \pm 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 4. ((3,5 điểm)

1) Cho một hình nón có diện tích xung quanh là $2\pi \text{ cm}^2$, diện tích toàn phần là $3\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích hình nón đã cho?

2) Cho $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng OA lấy điểm M (Điểm M khác O, A). Đường thẳng CM cắt (O) tại N . Qua M kẻ đường thẳng d vuông góc với AB . Kẻ tiếp tuyến với (O) tại N cắt đường thẳng d tại P .

a) Chứng minh 4 điểm O, M, N, P cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $CM \cdot CN = 2R^2$

c) Chứng minh: Tứ giác $CMPO$ là hình bình hành. Khi M chuyển động trên đoạn OA thì P chuyển động trên đường nào?

Lời giải

1) Vì diện tích xung quanh hình nón là $2\pi \text{ cm}^2$ nên suy ra: $S_{xq} = \pi r l = 2\pi \Rightarrow r l = 2$

Vì diện tích toàn phần hình nón là $3\pi \text{ cm}^2$ nên suy ra:

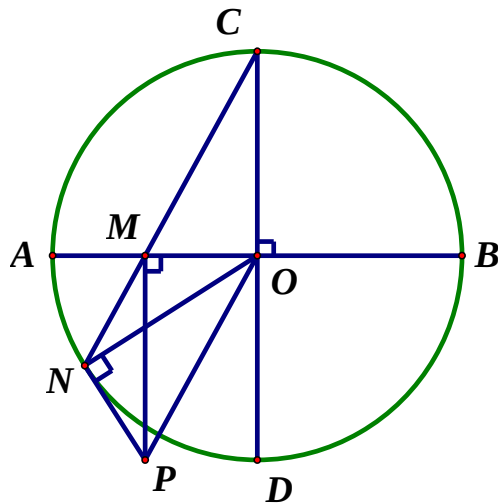
$$S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 \Rightarrow 3\pi = 2\pi + \pi r^2 \Rightarrow \pi r^2 = \pi \Rightarrow r = 1(\text{cm})$$

Thay $r = 1$ vào $r l = 2$ ta có: $1 \cdot l = 2 \Rightarrow l = 2(\text{cm})$

Áp dụng định lí Pitago có: $l^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow 2^2 = 1^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{3}(\text{cm})$

Vậy thể tích của hình nón là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{\pi \sqrt{3}}{3} (\text{cm}^3)$

2)



a) Xét $(O; R)$ có: $\widehat{ONP} = 90^\circ$ (PN là tiếp tuyến của (O) tại N)

Xét tứ giác $OMNP$ có: $\widehat{ONP} = 90^\circ$ (cmt)

$$\widehat{OMP} = 90^\circ \left(PM \perp AB = \{M\} \right)$$

$$\Rightarrow \widehat{ONP} + \widehat{OMP} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà 2 góc ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow$ Tứ giác $OMNP$ nội tiếp (dnhb)

$\Rightarrow$ 4 điểm O, M, N, P cùng thuộc một đường tròn.

b) Xét $(O; R)$ có: $\widehat{END} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O))

$$\widehat{COM} = 90^\circ \left(CD \perp AB = \{O\} \right)$$

Xét $\triangle COM$ và $\triangle CND$ có:

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{C} \text{ chung} \\ \widehat{COM} = \widehat{CND} = 90^\circ \text{ (cmt)} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \triangle COM \sim \triangle CND (g - g)$$

$$\Rightarrow \frac{CO}{CN} = \frac{CM}{CD} \text{ (cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow CM \cdot CN = CO \cdot CD, \quad \text{Mà } CO = R; CD = 2R$$

$$\Rightarrow CM \cdot CN = R \cdot 2R = 2R^2$$

c) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} CO \perp AB = \{O\} \text{ (gt)} \\ PM \perp AB = \{M\} \text{ (gt)} \end{array} \right\} \Rightarrow CO \parallel PM \text{ (từ vuông góc đến song song)}$$

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $OMNP$ có:

$$\widehat{NOP} = \widehat{NMP} \text{ (2 góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{NP} \text{)} \quad (1)$$

$$\text{Lại có: } \widehat{NMP} = \widehat{NCO} \text{ (2 góc đồng vị của } CO // PM \text{)} \quad (2)$$

$$\text{Mà: } \widehat{NCO} = \widehat{ONC} \text{ (} \triangle OCN \text{ cân tại } O \text{ vì } OC = ON = R \text{)} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{NOP} = \widehat{ONC}$. Mà 2 góc ở vị trí so le trong

$$\Rightarrow OP // NC \text{ hay } OP // CM$$

Xét tứ giác $CMPO$ có:

$$\left. \begin{array}{l} CO // PM \text{ (cmt)} \\ OP // CM \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{tứ giác } CMPO \text{ là hình bình hành (dnhb)}$$

* Vì tứ giác $CMPO$ là hình bình hành (cmt) $\Rightarrow MP // OC$ và $MP = OC$ (tính chất)

$$\text{Mà } OD = OC \text{ và } O \in CD$$

$$\Rightarrow MP // OD \text{ và } MP = OD$$

$$\Rightarrow OMPD \text{ là hình bình hành (dnhb)}$$

$$\text{Mà } \widehat{OMP} = 90^\circ \text{ (} PM \perp AB = \{M\} \text{)}$$

$$\Rightarrow OMPD \text{ là hình chữ nhật (dnhb)}$$

$$\Rightarrow PD \perp OD = \{D\}. \text{ Mà } D \in \{O\}$$

$$\Rightarrow PD \text{ là tiếp tuyến của } (O) \text{ tại } D \text{ (dnhb)}$$

$$\Rightarrow P \in \text{tiếp tuyến của } (O) \text{ tại } D \text{ khi } M \text{ chuyển động trên đoạn } OA.$$

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho x, y là hai số dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{(x+y)^2}{xy}$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } S = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{(x+y)^2}{xy} = (x+y)^2 \left(\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{xy} \right)$$

Ta lại có:

$$\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy} + \frac{1}{2xy} \geq \frac{4}{(x+y)^2} + \frac{1}{2xy}$$

$$\text{Mà: } 2xy \leq \frac{(x+y)^2}{2} \text{ nên } \frac{1}{2xy} \geq \frac{2}{(x+y)^2}$$

Khi đó ta có: $\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{xy} \geq \frac{4}{(x+y)^2} + \frac{2}{(x+y)^2} = \frac{6}{(x+y)^2}$

$$S \geq (x+y)^2 \cdot \frac{6}{(x+y)^2} = 6$$

Từ đó suy ra:

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x=y$.

Vậy GTNN của S là 6 đạt được khi $x=y$.