

ĐỀ SỐ 4- A1K75 THPT NGUYỄN XUÂN ÔN

Câu 1(7 điểm).

1. Giải phương trình sau:
$$\frac{\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x + 1}{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = 4 \sin 3x$$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+3y-1} + \sqrt{x+y} = 5 \\ 5x - 2y = -1 \end{cases}$$

Câu 2(2 điểm). Cho hai đường thẳng song song a và b. Trên đường thẳng a lấy 6 điểm với khoảng cách giữa hai điểm liên tiếp bằng 1cm, trên đường thẳng b lấy 8 điểm với khoảng cách giữa hai điểm liên tiếp bằng 1cm. Hỏi từ các điểm trên ta có bao nhiêu tứ giác không phải là hình bình hành ?

Câu 3(5 điểm). Cho tứ diện ABCD, gọi M là trung điểm cạnh AB, I là trọng tâm tam giác BCD.

1. Xác định giao điểm G của đường thẳng AI và mp(MCD). Tính tỉ số $\frac{GA}{GI}$

2. Giả sử mp(α) thay đổi luôn qua M cắt các cạnh BC, CD, DA lần lượt tại N,P,Q. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $\frac{NB}{NC} + \frac{PC}{PD} + \frac{QD}{QA}$.

Câu 4 (2 điểm). Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 2019 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^3 + 2018^2}{u_n^2 - u_n + 4036}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Đặt $v_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{u_k^2 + 2018}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $\lim v_n$.

Câu 5 (4 điểm).

1. Giải phương trình sau: $2x + 4 + 2\sqrt{x^2 - 1} = (2x + 3)\sqrt{x + 1} + (2x - 3)\sqrt{x - 1}$

2. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{b+1}{8-\sqrt{a}} + \frac{c+1}{8-\sqrt{b}} + \frac{a+1}{8-\sqrt{c}} \leq \frac{6}{7}.$$

-----//-----