

MỤC LỤC

◆	CHƯƠNG 9. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG.....	1
▶	BÀI 1. TOẠ ĐỘ CỦA VECTO.....	2
	(A). Tóm tắt kiến thức	
2		
	(B). Phân dạng toán cơ bản	
5		
	•Dạng 1: Tọa độ của vectơ đối với một hệ trục tọa độ.....	5
	•Dạng 2: Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ.....	7
	•Dạng 3: Áp dụng của tọa độ vectơ.....	8
	(C). Dạng toán rèn luyện	
10		
	•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	10
	•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	28
	•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	47

BÀI 1. TỌA ĐỘ CỦA VECTO

A. Tóm tắt kiến thức

Ghi nhớ 1

1. Trục và độ dài đại số trên trục

✓ **Trục tọa độ** $(O; e)$

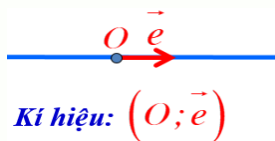
✓ **Toạ độ của điểm trên trục:** Cho M trên trục $(O; e)$.



✓ k là toạ độ của $M \Leftrightarrow \overline{OM} = ke$

✓ **Độ dài đại số của vector:** Cho A, B trên trục $(O; e)$.

✓ $a = \overline{AB} \Leftrightarrow \overline{AB} = ae$



Nhận xét:

✓ $\overline{AB}$ cùng hướng $e \Leftrightarrow \overline{AB} > 0$

✓ $\overline{AB}$ ngược hướng $e \Leftrightarrow \overline{AB} < 0$

✓ Nếu $A(a), B(b)$ thì $\overline{AB} = b - a$

✓ $AB = |\overline{AB}| = |\overline{AB}| = |b - a|$

✓ Nếu $A(a), B(b), I$ là trung điểm của AB thì $I\left(\frac{a+b}{2}\right)$



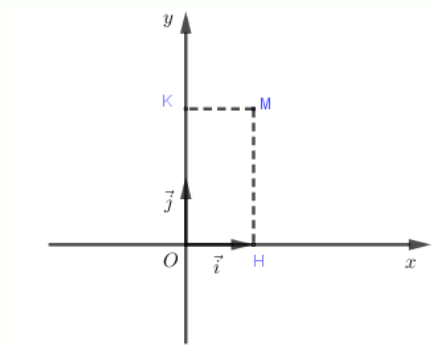
✓ Nếu $\overline{AB}$ cùng hướng với i thì $\overline{AB} = AB$, còn nếu $\overline{AB}$ ngược hướng với i thì $\overline{AB} = -AB$.

✓ Nếu hai điểm A và B trên trục $(O; i)$ có toạ độ lần lượt là a và b thì

2. Hệ trục tọa độ

Định nghĩa:

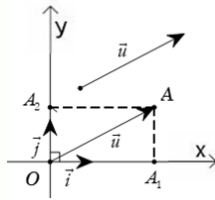
- ✓ **Hệ trục tọa độ** $(O; i; j)$
- ✓ gốc tọa độ
- ✓ Trục $(O; i)$: trục hoành Ox
- ✓ Trục $(O; j)$: trục tung Oy
- ✓ i, j là các vectơ đơn vị
- ✓ Hệ $(O; i; j)$ còn kí hiệu Oxy
- ✓ Mặt phẳng tọa độ Oxy.



Ghi nhớ 2

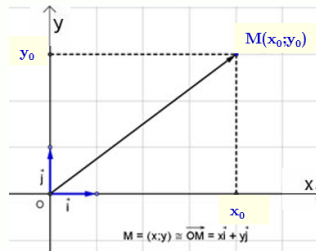
1. Tọa độ của vectơ

- ✓ $\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = xi + yj$
- ✓ Cho $\vec{u} = (x; y)$, $\vec{u}' = (x'; y')$
- ✓ $\vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$
- ✓ Mỗi vectơ được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó
- ✓ $i = (1; 0)$, $j = (0; 1)$



2. Tọa độ của điểm

- ✓ $M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y)$
- ✓ Nếu $MM_1 \perp Ox, MM_2 \perp Oy$ thì $x = \overline{OM_1}, y = \overline{OM_2}$
- ✓ Nếu $M \in Ox$ thì $y_M = 0$
- ✓ $M \in Oy$ thì $x_M = 0$
- ✓ Độ dài của $\overrightarrow{OM}$ là $OM = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

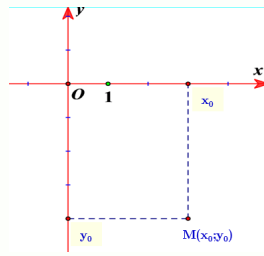


3. Liên hệ giữa tọa độ của điểm và vectơ trong mặt phẳng

- ✓ Cho $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$.
- ✓ $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$
- ✓ $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

4. Tọa độ của các vectơ $u+v, u-v, ku$:

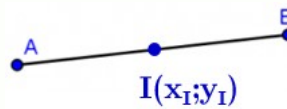
- ✓ Cho $u=(u_1; u_2), v=(v_1; v_2)$.
- ✓ $u+v = (u_1 + v_1; u_2 + v_2)$
- ✓ $u-v = (u_1 - v_1; u_2 - v_2)$
- ✓ $ku = (ku_1; ku_2), k \in \mathbb{R}$
- ✓ **Nhận xét:** Hai vectơ $u=(u_1; u_2), v=(v_1; v_2)$ với $v \neq 0$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}$ sao cho:



5. Tọa độ của trung điểm đoạn thẳng, của trọng tâm tam giác

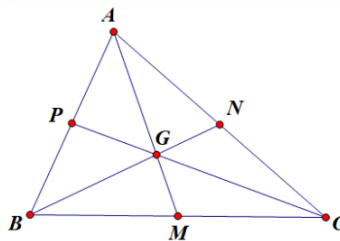
- Cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. I là trung điểm của AB thì:

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$



- Cho ΔABC với $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. G là trọng tâm của ΔABC thì:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$



B. Phân dạng toán cơ bản

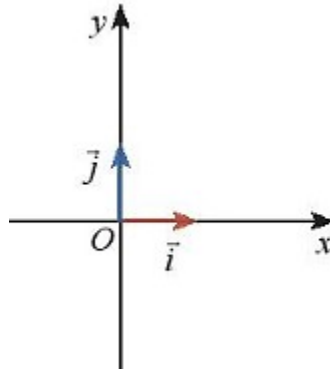
• Dạng 1: Tọa độ của vectơ đối với một hệ trục tọa độ

- Phương pháp**
- Trục tọa độ**

- Trục tọa độ (gọi tắt là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O (gọi là điểm gốc) và một vectơ e có độ dài bằng 1 gọi là vectơ đơn vị của trục.



- ✓ Ta kí hiệu trục đó là $(O; e)$.
- ✍ **Hệ trục tọa độ**
- ✓ Hệ trục tọa độ $(O; i, j)$ gồm hai trục (O, i) và (O, j) vuông góc với nhau. Điểm gốc O chung của hai trục gọi là gốc tọa độ. Trục (O, i) được gọi là **trục hoành** và kí hiệu là Ox , trục (O, j) được gọi là **trục tung** và kí hiệu là Oy . Các vectơ i và j là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy . Hệ trục tọa độ $(O; i, j)$ còn được kí hiệu là Oxy .



- ✍ **Chú ý:** Mặt phẳng mà trên đó đã cho một hệ trục tọa độ Oxy được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy , hay gọi tắt là mặt phẳng Oxy .
- ✍ **Tọa độ của một vectơ**
- ✓ Trong mặt phẳng Oxy , cặp số $(x; y)$ trong biểu diễn $a = xi + yj$ được gọi là tọa độ của vectơ a , kí hiệu $a = (x, y)$, x gọi là hoành độ, y gọi là tung độ của vectơ a .
- ✍ **Chú ý:**
- ✓ $a = (x, y) \Leftrightarrow a = xi + yj$.

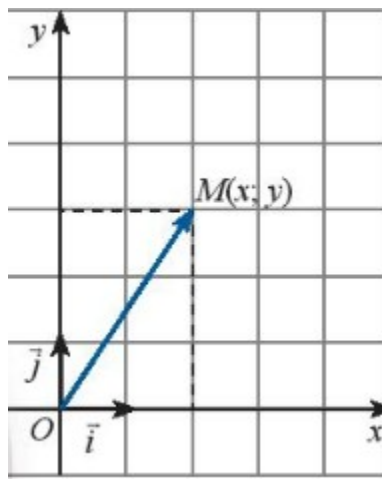
- ✓ Nếu cho $a = (x; y)$ và $b = (x'; y')$ thì
$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

- ✍ **Tọa độ của một điểm**

- ✓ Trong mặt phẳng tọa độ, cho một điểm M tùy ý. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ được gọi là tọa độ của điểm M .

- ✍ **Nhận xét:**

- ✓ Nếu $\overrightarrow{OM} = (x; y)$ thì cặp số $(x; y)$ là tọa độ của điểm M , kí hiệu $M(x; y)$, x gọi là hoành độ, y gọi là tung độ của điểm M .

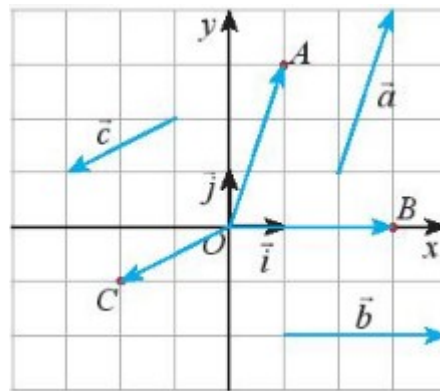


✓ $M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = xi + yj$.

✍ **Chú ý:** Hoành độ của điểm M còn được kí hiệu là x_M tung độ của điểm M còn được kí hiệu là y_M . Khi đó ta viết $M(x_M, y_M)$.

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm A, B, C được biểu diễn như Hình.



a) Hãy biểu thị các vectơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ qua hai vectơ i và j .

b) Tìm tọa độ của các vectơ a, b, c và các điểm A, B, C .

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{OA} = i + 3j, \overrightarrow{OB} = 3i + 0j, \overrightarrow{OC} = -2i - j$.

b) Từ kết quả trên, suy ra: $a = \overrightarrow{OA} = (1; 3), b = \overrightarrow{OB} = (3; 0), c = \overrightarrow{OC} = (-2; -1)$.

Do đó $A(1; 3), B(3; 0), C(-2; -1)$.

•Dạng ②: Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

✍ Phương pháp

✓ Cho hai vectơ $a = (a_1; a_2), b = (b_1; b_2)$ và số thực k . Khi đó:

✓ 1) $a + b = (a_1 + b_1; a_2 + b_2)$;

✓ 2) $a - b = (a_1 - b_1; a_2 - b_2)$;

- ✓ 3) $ka = (ka_1; ka_2)$;
- ✓ 4) $a \cdot b = a_1b_1 + a_2b_2$.

📌 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hai vectơ $a = (1; 5), b = (4; -2)$.

- a) Tìm tọa độ của các vectơ $a + b, a - b, 3a, -5b$.
- b) Tính các tích vô hướng $a \cdot b, (3a) \cdot (-b)$.

Lời giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned} \underline{a} + \underline{b} &= (1+4; 5+(-2)) = (5; 3); & \underline{a} - \underline{b} &= (1-4; 5-(-2)) = (-3; 7) \\ 3\underline{a} &= (3 \cdot 1; 3 \cdot 5) = (3; 15); & -5\underline{b} &= (-5 \cdot 4; -5 \cdot (-2)) = (-20; 10) \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} \underline{a} \cdot \underline{b} &= 1 \cdot 4 + 5 \cdot (-2) = 4 - 10 = -6; \\ \underline{a} &= (3; 15); \quad \underline{b} = (-4; 2) \\ \Rightarrow (3\underline{a}) \cdot (-\underline{b}) &= 3 \cdot (-4) + 15 \cdot 2 = -12 + 30 = 18 \end{aligned}$$

•Dạng 3: Áp dụng của tọa độ vectơ

✍ Phương pháp

- ✓ Cho hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.
- ✍ **Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác**
- ✓ Cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ trung điểm $M(x_M; y_M)$ của đoạn thẳng AB là: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$.
- ✓ Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$. Tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC là: $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$.
- ✍ **Ứng dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ**
- ✓ Cho hai vectơ $\underline{a} = (a_1; a_2), \underline{b} = (b_1; b_2)$ và hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$.
- ✓ Ta có: $\underline{a} \perp \underline{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 = 0$;
- ✓ $\underline{a}$ và $\underline{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow a_1b_2 - a_2b_1 = 0$
- ✓ $|\underline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$
- ✓ $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
- ✓ $\cos(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}}{|\underline{a}| \cdot |\underline{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}} (\underline{a}, \underline{b} \text{ khác } \underline{0})$.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho $M(1;2), N(-3;4), P(5;0)$. Tìm tọa độ của các vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{PM}, \overrightarrow{NP}$.

Lời giải

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} &= (x_N - x_M; y_N - y_M) = (-3 - 1; 4 - 2) = (-4; 2) \\ \overrightarrow{PM} &= (x_M - x_P; y_M - y_P) = (1 - 5; 2 - 0) = (-4; 2) \\ \overrightarrow{NP} &= (x_P - x_N; y_P - y_N) = (5 + 3; 0 - 4) = (8; -4)\end{aligned}$$

Câu 2: Cho tam giác MNP có tọa độ các đỉnh là $M(2;2), N(6;3)$ và $P(5;5)$.

- Tìm tọa độ trung điểm E của cạnh MN .
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác MNP .

Lời giải

a) Ta có: $x_E = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{2+6}{2} = 4, y_E = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$. Vậy $E\left(4; \frac{5}{2}\right)$.

b) Ta có: $x_G = \frac{x_M + x_N + x_P}{3} = \frac{2+6+5}{3} = \frac{13}{3}, y_G = \frac{y_M + y_N + y_P}{3} = \frac{2+3+5}{3} = \frac{10}{3}$.

Vậy $G\left(\frac{13}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(1;1), B(5;2)$ và $C(4;4)$.

- Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .
- Giải tam giác ABC .

Lời giải

a) Xét điểm $H(x; y)$, ta có: $\overrightarrow{AH} = (x - 1; y - 1), \overrightarrow{BH} = (x - 5; y - 2), \overrightarrow{BC} = (-1; 2)$.

$H(x; y)$ là chân đường cao của tam giác ABC kẻ từ A , nên ta có:

$$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x - 1) \cdot (-1) + (y - 1) \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow -x + 2y - 1 = 0 \quad (1)$$

Hai vectơ $\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương $\Leftrightarrow (x - 5) \cdot 2 - (y - 2) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 12 = 0 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} -x + 2y - 1 = 0 \\ 2x + y - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{23}{5} \\ y = \frac{14}{5} \end{cases}$$

Vậy $H\left(\frac{23}{5}; \frac{14}{5}\right)$.

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; 1), \overrightarrow{BC} = (-1; 2), \overrightarrow{AC} = (3; 3)$.

Suy ra: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}, |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$,

$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}. \cos A = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{4 \cdot 3 + 1 \cdot 3}{\sqrt{17} \cdot 3\sqrt{2}} \approx 0,857 \Rightarrow \hat{A} \approx 30^\circ 57'.$

$\cos B = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{(-4) \cdot (-1) + (-1) \cdot 2}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{5}} \approx 0,217 \Rightarrow \hat{B} \approx 77^\circ 28'.$

$\hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} \approx 180^\circ - 30^\circ 57' - 77^\circ 28' = 71^\circ 35'.$

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trên trục $x'Ox$ cho 2 điểm A, B lần lượt có tọa độ là a, b . M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}, k \neq 1$. Khi đó tọa độ của điểm M là:

A. $\frac{ka - b}{k - 1}$ B. $\frac{kb - a}{k - 1}$ C. $\frac{a - kb}{k + 1}$ D. $\frac{kb + a}{k - 1}$

Lời giải

Chọn B

Gọi x là độ của điểm M .

Ta có: $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow a - x = k(b - x) \Leftrightarrow (k - 1)x = kb - a \Leftrightarrow x = \frac{kb - a}{k - 1}, k \neq 1$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $a = 4i + 6j$ và $b = 3i - 7j$. Tính tích vô hướng $a.b$

A. $a.b = -30$ B. $a.b = 3$ C. $a.b = 30$ D. $a.b = 43$

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết suy ra $a = (4; 6)$ và $b = (3; -7)$

Suy ra $a.b = 4.3 + 6.(-7) = -30$

Câu 3: Trên trục $(O; i)$ cho ba điểm A, B, C . Nếu biết $\overline{AB} = 5, \overline{AC} = 7$ thì $\overline{CB}$ bằng:

A. -2

B. 2

C. 4

D. 3

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{CB} = \overline{AB} - \overline{AC} = 5 - 7 = -2$

Câu 4: Trên trục $(O; i)$ cho hai điểm A, B lần lượt có tọa độ 1 và 5. Khi đó tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overline{MA} - 3\overline{MB} = 0$ là:

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

Lời giải

Chọn D

$$2\overline{MA} - 3\overline{MB} = 0 \Leftrightarrow 2\overline{MA} = 3\overline{MB} \Leftrightarrow 2(x_A - x_M) = 3(x_B - x_M) \Leftrightarrow x_M = 13$$

Câu 5: Trên trục $x'Ox$ cho bốn điểm A, B, C, D có tọa độ lần lượt là $3; 5; -7; 9$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overline{AB} = 2$

B. $\overline{AC} = -10$

C. $\overline{CD} = -16$

D. $\overline{AB} + \overline{AC} = -8$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overline{CD} = x_D - x_C = 9 - (-7) = 16$

Câu 6: Trên trục $x'Ox$ có vectơ đơn vị i . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. x_A là tọa độ điểm A $\Leftrightarrow \overline{OA} = x_A \cdot i$

B. x_B, x_C là tọa độ của điểm B và C thì $\overline{BC} = x_B - x_C$

C. $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$

D. M là trung điểm của AB $\Leftrightarrow \overline{OM} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB}}{2}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overline{BC} = x_B - x_C$

Câu 7: Trên trục $x'Ox$, cho tọa độ của A, B lần lượt là $-2; 3$. Khi đó tọa độ điểm M thỏa mãn: $\overline{OM}^2 = \overline{MA} \cdot \overline{MB}$ là:

A. 6

B. $\sqrt{6}$

C. -6

D. 4

Lời giải

Chọn C

Gọi M có tọa độ là $x \Rightarrow x^2 = (-2 - x)(3 - x) \Rightarrow x = -6$

Câu 8: Trên trục $x'Ox$ cho tọa độ các điểm A, B lần lượt là a, b . Khi đó tọa độ điểm A' đối xứng với A qua B là:

- A.** $b - a$ **B.** $\frac{a+b}{2}$ **C.** $2a - b$ **D.** $2b - a$

Lời giải

Chọn D

A' đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của $AA' \Rightarrow x_{A'} + x_A = 2x_B \Leftrightarrow x_{A'} = 2b - a$

Câu 9: Trên trục $(O; i)$ tìm tọa độ x của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$, với A, C có tọa độ tương ứng là -1 và 3

- A.** $x = \frac{5}{3}$ **B.** $x = \frac{2}{3}$ **C.** $x = \frac{2}{5}$ **D.** $x = \frac{5}{2}$

Lời giải

Từ $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OM} + 2(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OM}) = \vec{0}$.

Hay $-1 - x + 2(3 - x) = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

Chọn A

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $u = (3; 4)$ và $v = (-8; 6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $|u| = |v|$. **B.** $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ và v cùng phương.
C. u vuông góc với v . **D.** $u = -v$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u \cdot v = 3 \cdot (-8) + 4 \cdot 6 = 0$ suy ra u vuông góc với v .

Câu 11: Trong mp Oxy cho $A(4; 6)$, $B(1; 4)$, $C\left(7; \frac{3}{2}\right)$. Khẳng định nào sau đây sai

- A.** $\overrightarrow{AB} = (-3; -2)$, $\overrightarrow{AC} = \left(3; -\frac{9}{2}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$.

D. $|\overrightarrow{BC}| = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Phương án A: $\overrightarrow{AB} = (-3; -2)$, nên loại A

Phương án B: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên loại B

Phương án C: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$ nên loại C. $\overrightarrow{AC} = \left(3; -\frac{9}{2}\right)$

Phương án D: Ta có $\overrightarrow{BC} = \left(6; -\frac{5}{2}\right)$ suy ra $BC = \sqrt{6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{13}{2}$ nên **Chọn D**

Câu 12: Cho các vectơ $a = (1; -2)$, $b = (-2; -6)$. Khi đó góc giữa chúng là

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 135° .

Lời giải

Chọn A

Ta có $a = (1; -2)$, $b = (-2; -6)$, suy ra $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{10}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{40}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 45^\circ$.

Câu 13: Cho $\overrightarrow{OM} = (-2; -1)$, $\overrightarrow{ON} = (3; -1)$. Tính góc của $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$

A. 135° .

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. -135° .

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{ON}|} = \frac{-5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = 135^\circ$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy cho $a = (1; 3)$, $b = (-2; 1)$. Tích vô hướng của 2 vectơ a, b là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a = (1; 3)$, $b = (-2; 1)$, suy ra $a \cdot b = 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 1 = 1$.

Câu 15: Cặp vectơ nào sau đây vuông góc?

A. $a = (2; -1)$ và $b = (-3; 4)$.

B. $a = (3; -4)$ và $b = (-3; 4)$.

C. $a = (-2; -3)$ và $b = (-6; 4)$.

D. $a = (7; -3)$ và $b = (3; -7)$.

Lời giải

Chọn C

Phương án A: $a.b = 2.(-3) + (-1).4 = -10 \neq 0$ suy ra A sai.

Phương án B: $a.b = 3.(-3) + (-4).4 \neq 0$ suy ra B sai.

Phương án C: $a.b = -2.(-6) - 3.4 = 0 \Rightarrow a \perp b$ suy ra C đúng.

Phương án D: $a.b = 7.3 + (-3).(-7) = 42 \neq 0$ suy ra D sai.

Câu 16: Cho 2 vec tơ $a = (a_1; a_2)$, $b = (b_1; b_2)$, tìm biểu thức sai:

A. $a.b = a_1.b_1 + a_2.b_2$.

B. $a.b = |a|.|b|. \cos(a, b)$.

C. $\overline{a.b} = \frac{1}{2} \left[\overline{a^2 + b^2} - \overline{(a+b)^2} \right]$.

D. $\overline{a.b} = \frac{1}{2} \left[\overline{(a+b)^2} - \overline{a^2} - \overline{b^2} \right]$.

Lời giải

Chọn C

Phương án A: biểu thức tọa độ tích vô hướng $a.b = a_1.b_1 + a_2.b_2$ nên loại A

Phương án B: Công thức tích vô hướng của hai vec tơ $a.b = |a|.|b|. \cos(a, b)$ nên loại B

Phương án C: $\overline{a.b} = \frac{1}{2} \left[\overline{a^2 + b^2} - \overline{(a+b)^2} \right] = \frac{1}{2} \left[\overline{a^2 + b^2} - \overline{a^2 + b^2 + 2ab} \right] = -ab$ nên **Chọn C**

Câu 17: Cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(-1; 1)$, $C(5; -1)$. Tính $\cos A$

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{-1}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{-2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overline{AB} = (-2; -1)$, $\overline{AC} = (4; -3)$ suy ra

$$\cos A = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{\overline{AB} \cdot \overline{AC}} = \frac{(-2).4 + (-1).(-3)}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{-5}{\sqrt{5} \sqrt{25}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

Câu 18: Trong mặt phẳng $(O; i, j)$ cho 2 vectơ: $a = 3i + 6j$ và $b = 8i - 4j$. Kết luận nào sau đây sai?

A. $a.b = 0$.

B. $a \perp b$.

C. $|a|.|b| = 0$.

D. $|a.b| = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$a = (3; 6); b = (8; -4)$$

Phương án A: $a \cdot b = 24 - 24 = 0$ nên loại A

Phương án B: $a \cdot b = 0$ suy ra a vuông góc b nên loại B

Phương án C: $|a| \cdot |b| = \sqrt{3^2 + 6^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-4)^2} \neq 0$ nên chọn C

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(1; 2), B(4; 1), C(5; 4)$. Tính $\widehat{BAC}$?

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 120° .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (4; 2)$ suy ra $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{10}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{20}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\Rightarrow (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = 45^\circ$.

Câu 20: Cho các vectơ $a = (1; -3), b = (2; 5)$. Tính tích vô hướng của $a(a + 2b)$

- A. 16 . B. 26 . C. 36 . D. -16 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $a \cdot a = 10$, $a \cdot b = -13$ suy ra $a(a + 2b) = -16$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vectơ $a = (-2; 3)$, $b = (4; 1)$ và $c = ka + mb$ với $k, m \in \mathbb{R}$. Biết rằng vectơ c vuông góc với vectơ $(a + b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $2k = 2m$ B. $3k = 2m$ C. $2k + 3m = 0$ D. $3k + 2m = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có
$$\begin{cases} \vec{c} = ka + mb = (-2k + 4m; 3k + m) \\ a + b = (2; 4) \end{cases}$$
.

Để $c \perp (a + b) \Leftrightarrow c(a + b) = 0 \Leftrightarrow 2(-2k + 4m) + 4(3k + m) = 0 \Leftrightarrow 2k + 3m = 0$.

Câu 22: Trên trục $(O; i)$ cho 4 điểm A, B, C, D có tọa độ lần lượt là a, b, c, d . Gọi E, F, G, H (có tọa độ lần lượt là e, f, g, h) theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Xét các mệnh đề:

I. $e + f + g + h = a + b + c + d$

II. $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}$

III. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$

Trong các mệnh đề trên mệnh đề nào đúng?

- A.** Chỉ I **B.** II và III **C.** I, II, III **D.** Chỉ III

Lời giải

Chọn B

+ Áp dụng công thức tọa độ trung điểm $\Rightarrow$ I đúng.

+ Lấy E làm gốc trục thì $x_E = e = 0 \Rightarrow g = f + h \Rightarrow$ II đúng.

+ $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB})$ chỉ bằng $\vec{0}$ khi B là trung điểm của AB nên III sai.

Câu 23: Trong mặt phẳng Oxy , cho $a = (2; -1)$ và $b = (-3; 4)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** Tích vô hướng của hai vectơ đã cho là -10 .
B. Độ lớn của vectơ a là $\sqrt{5}$.
C. Độ lớn của vectơ b là 5 .
D. Góc giữa hai vectơ là 90° .

Lời giải

Chọn D

Ta có $|a| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$ nên B đúng.

$|b| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$ nên C đúng.

$a \cdot b = 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 = -10 \neq 0$ nên A đúng, D sai.

Câu 24: Cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(-1; 1)$, $C(5; -1)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

- A.** 7 . **B.** 5 . **C.** -7 . **D.** -5 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-2) \cdot 4 + (-1) \cdot (-3) = -5$.

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(1;-1)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} = (4;2)$, $\overrightarrow{BC} = (2;-4)$.

B. $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$.

C. Tam giác ABC vuông cân tại A .

D. Tam giác ABC vuông cân tại B .

Lời giải

Chọn C

Phương án A: do $\overrightarrow{AB} = (2;2)$ nên loại A.

Phương án B: $\overrightarrow{AB} = (2;2)$, $\overrightarrow{BC} = (0;-4)$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -8$ suy ra $\overrightarrow{AB}$ không vuông góc $\overrightarrow{BC}$ nên loại B.

Phương án C: Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2)$, $\overrightarrow{AC} = (2;-2)$, $\overrightarrow{BC} = (0;-4)$, suy ra $AB = AC = \sqrt{8}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. Nên Tam giác ABC vuông cân tại A . Do đó chọn C.

Câu 26: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3;-1)$, $B(2;10)$, $C(-4;2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 40$

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -40$

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -26$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;11)$, $\overrightarrow{AC} = (-7;3)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-1) \cdot (-7) + 11 \cdot 3 = 40$

Câu 27: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(2;10)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}$

A. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$.

B. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$.

C. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$.

D. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 16$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AO} = (-3;1)$, $\overrightarrow{OB} = (2;10)$. Suy ra $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -3 \cdot 2 + 1 \cdot 10 = 4$.

Câu 28: Cho 4 điểm A, B, C, D trên trục $(O;i)$ thỏa mãn $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}$. Khi sso mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\frac{2}{\overline{AC}} = \frac{1}{\overline{AB}} + \frac{1}{\overline{AD}}$ B. $\frac{2}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{DA}}$ C. $\frac{2}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}}$ D. $\frac{2}{\overline{AD}} = \frac{1}{\overline{AB}} + \frac{1}{\overline{AC}}$

Lời giải

Chọn C

Gọi a, b, c, d lần lượt là tọa độ của A, B, C, D . Ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow (c-b)(b-d) = (b-c)(a-d) \\ & \Leftrightarrow ac + bd + bc + ad = 2ab + 2cd = (a+b)(c+d) = 2(ad + cb) \\ & + \frac{2}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \frac{2}{b-c} = \frac{1}{c-a} + \frac{1}{d-a} \Leftrightarrow (a+b)(c+d) = 2(ab + cd) \end{aligned}$$

Câu 29: Trên trục (Δ) cho bốn điểm A, B, C, D bất kì. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AC} \cdot \overline{DB} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} = 0$ B. $\overline{AB} \cdot \overline{DB} + \overline{AC} \cdot \overline{BC} + \overline{AD} \cdot \overline{CD} = 0$
C. $\overline{AB} \cdot \overline{AC} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} + \overline{BC} \cdot \overline{CD} = 0$ D. $\overline{BD} \cdot \overline{BC} + \overline{AD} \cdot \overline{AC} + \overline{CB} \cdot \overline{CA} = 0$

Lời giải

Chọn gốc tọa độ $O \equiv A \Rightarrow x_A = 0, x_B = \overline{AB}, x_C = \overline{AC}, x_D = \overline{AD}$

Từ Chọn A: $\overline{VT} = x_B(x_D - x_C) + x_C(x_B - x_D) + x_D(x_C - x_B) = 0$

Chọn A

Câu 30: Trên trục $(O; i)$ cho ba điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $-5; 2; 4$. Khi đó tọa độ điểm M thỏa mãn $\overline{2MA} + \overline{3MC} + \overline{4MB} = 0$ là:

A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{10}{9}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{5}{4}$

Lời giải

Chọn B

$$\overline{2MA} + \overline{3MC} + \overline{4MB} = 0 \Leftrightarrow 2(-5 - x_M) + 3(4 - x_M) + 4(2 - x_M) = 0 \Leftrightarrow x_M = \frac{10}{9}$$

Câu 31: Trên trục $x'Ox$ cho tọa độ các điểm B, C lần lượt là $m - 2$ và $m^2 + 3m + 2$. Tìm m để đoạn thẳng BC có độ dài nhỏ nhất.

A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. $m = -2$

Lời giải

Chọn C

$BC = |BC| = |m^2 + 2m + 4| = (m+1)^2 + 3 \geq 3 \quad \forall m \in \mathbb{R}$. BC nhỏ nhất khi $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$

Câu 32: Trên trục $x'Ox$ cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, J, K, L lần lượt là trung điểm của AC, DB, AD, BC . Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{IJ}$ **B.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{KI}$

C. Trung điểm các đoạn IJ và KL trùng nhau

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IK}$

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$x_D - x_A + x_B - x_C = x_B + x_D - (x_A + x_C) = 2x_J - 2x_I = 2(x_J - x_I)$$

Là tọa độ của $2\overrightarrow{IJ}$ nên A đúng.

Tương tự:

$$(x_C - x_A) + (x_B - x_D) = 2(x_L - x_K) \text{ là tọa độ của } 2\overrightarrow{KL} \Rightarrow \text{B đúng.}$$

Gọi E, F là trung điểm của IJ và KL

$$x_E = \frac{1}{2}(x_I + x_J) = \frac{1}{4}(x_A + x_C) + \frac{1}{4}(x_D + x_B)$$

$$x_F = \frac{1}{2}(x_K + x_L) = \frac{1}{4}(x_A + x_D) + \frac{1}{4}(x_C + x_B) \Rightarrow x_E = x_F \Rightarrow \text{C đúng.}$$

Vậy **Chọn D** sai.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $a = (-3; 2)$ và $b = (-1; -7)$. Tìm tọa độ vectơ c biết $c \cdot a = 9$ và $c \cdot b = -20$

A. $c = (-1; -3)$

B. $c = (-1; 3)$

C. $c = (1; -3)$

D. $c = (1; 3)$

Lời giải

Chọn B

Gọi $c = (x; y)$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} = 9 \\ \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{b} = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 2y = 9 \\ -x - 7y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow \overrightarrow{c} = (-1; 3)$$

Câu 34: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vectơ $a = (1; 2)$, $b = (4; 3)$ và $c = (2; 3)$.

Tính $P = a \cdot (b + c).$

A. $P = 0$

B. $P = 18$

C. $P = 20$

D. $P = 28$

Lời giải

Chọn B

Ta có $b + c = (6; 6).$ Suy ra $P = a \cdot (b + c) = 1 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 18$.

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $a = (-2; -1)$ và $b = (4; -3)$. Tính cosin của góc giữa hai vectơ a và b

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2 \cdot 4 + (-1) \cdot (-3)}{\sqrt{4+1} \cdot \sqrt{16+9}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 36: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-3; 1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục tung sao cho tam giác ABC vuông tại A .

A. $C(0; 6)$.

B. $C(5; 0)$.

C. $C(3; 1)$.

D. $C(0; -6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $C \in Oy$ nên $C(0; c)$ và $\begin{cases} \vec{AB} = (-4; -1) \\ \vec{AC} = (-1; c-2) \end{cases}$

Tam giác ABC vuông tại A nên $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0 \Leftrightarrow (-4) \cdot (-1) + (-1)(c-2) = 0 \Leftrightarrow c = 6$.

Vậy $C(0; 6)$.

Câu 37: Tìm x để hai vectơ $a = (x; 2)$ và $b = (2; -3)$ có giá vuông góc với nhau.

A. 3.

B. 0.

C. -3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Vectơ $a = (x; 2)$ và $b = (2; -3)$ có giá vuông góc với nhau $\Leftrightarrow a \cdot b = 0 \Leftrightarrow 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

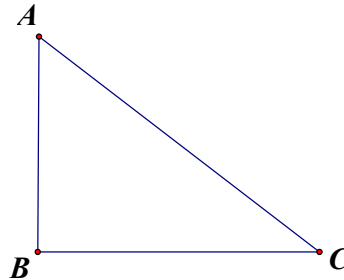
Vậy $x = 3$.

Câu 38: Cho tam giác ABC có $A(-1;2), B(0;3), C(5;-2)$. Tìm tọa độ chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC .

- A.** $(0;3)$ **B.** $(0;-3)$ **C.** $(3;0)$ **D.** $(-3;0)$

Lời giải

Chọn A



a có $\overrightarrow{AB} = (1; 1); \overrightarrow{AC} = (6; -4); \overrightarrow{BC} = (5; -5)$.

T

Nhận thấy rằng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 1 \cdot 5 + 1 \cdot (-5) = 0$ nên tam giác ABC vuông tại B .

Vậy chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC trùng với đỉnh $B(0;3)$.

Câu 39: Trên trục $x'Ox$ cho 3 điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $2; 1; -2$. Khi đó tọa độ

điểm M nguyên dương thỏa mãn $\frac{1}{MA} = \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$ là:

- A.** 0 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Gọi tọa độ điểm M là $x \Rightarrow \frac{1}{2-x} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{-2-x} \Rightarrow -x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 4$

Câu 40: Trên trục $x'Ox$ cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{DA}^2 \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB}^2 \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC}^2 \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$
B. $\overrightarrow{DA}^2 \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB}^2 \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DC}^2 \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

C. $\overline{AB}^2 \cdot \overline{BC} + \overline{CD}^2 \cdot \overline{DB} + \overline{DB}^2 \cdot \overline{CA} = 0$

D. $\overline{DA} \cdot \overline{BC} + \overline{DB} \cdot \overline{CA} + \overline{CD} \cdot \overline{AB} + \overline{BC} \cdot \overline{AB} = 0$

Lời giải

Chọn A

Chọn D là gốc tọa độ và a, b, c lần lượt là tọa độ của A, B, C

Ta có:

$$\overline{DA}^2 \cdot \overline{CB} + \overline{DB}^2 \cdot \overline{CA} + \overline{DC}^2 \cdot \overline{AB} + \overline{AB} \cdot \overline{CA} \cdot \overline{AB} = 0$$

$$= a^2(c-b) + b^2(c-a) + c^2(b-a) + (c-b)(a-c)(b-a)$$

$$= a^2c - a^2b + b^2a - b^2c + c^2b - c^2a + c^2b - c^2a + abc - c^2b - b^2a + b^2c - a^2c + c^2a + a^2b - abc = 0$$

Câu 41: Trong hệ trục tọa độ $(O; i, j)$, tọa độ của véc tơ $\overline{2i} + \overline{3j}$ là:

A. $(2; 3)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; 0)$.

D. $(3; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ của véc tơ $\overline{2i} + \overline{3j}$ là: $(2; 3)$.

Câu 42: Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho vectơ $u = 3i - 4j$. Tọa độ của vectơ u là

A. $u = (3; -4)$.

B. $u = (3; 4)$.

C. $u = (-3; -4)$.

D. $u = (-3; 4)$.

Lời giải

Chọn A

$$u = 3i - 4j \Rightarrow u = (3; -4)$$

Câu 43: Trong hệ tọa độ Oxy cho $\overrightarrow{u} = \frac{1}{2}i - 5j$. Tọa độ của vectơ u là

A. $\overrightarrow{u} = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

B. $\overrightarrow{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$.

C. $u = (-1; 10)$.

D. $u = (1; -10)$.

Lời giải

Chọn B

Có $\overrightarrow{u} = \frac{1}{2}i - 5j \Rightarrow u = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$.

Câu 44: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai vectơ $u = (1; 2)$ và $v = (4m; 2m - 2)$. Tìm m để vectơ u vuông góc với v .

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = -\frac{1}{2}$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn A

Hai vectơ $u \perp v \Leftrightarrow u \cdot v = 0 \Leftrightarrow 4m + 2 \cdot (2m - 2) = 0 \Leftrightarrow 8m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Câu 45: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(1;1)$, $N(4;-1)$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{MN}$.

A. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{13}$.

B. $|\overrightarrow{MN}| = 5$.

C. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{29}$.

D. $|\overrightarrow{MN}| = 3$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{MN} = (3; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$.

Câu 46: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -1)$, $B(4;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB} = (8; -3)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (-2; -4)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (2;4)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (6;2)$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;4)$.

Câu 47: Trong hệ trục tọa độ Oxy , tọa độ của vectơ $a = 8j - 3i$ bằng

A. $a = (-3;8)$.

B. $a = (3; -8)$.

C. $a = (8;3)$.

D. $a = (8; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a = 8j - 3i = -3i + 8j \Rightarrow a = (-3;8)$.

Câu 48: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $B(-1;3)$ và $C(3;1)$. Độ dài vectơ $\overrightarrow{BC}$ bằng

A. 6.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 2.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Tính độ dài vector $\overrightarrow{BC}$.

$$\overrightarrow{BC} = (4; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}. \text{ Vậy } |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{5}.$$

Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $A(1;3)$ và $B(0;6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = (5; -3)$. B. $\overrightarrow{AB} = (1; -3)$. C. $\overrightarrow{AB} = (3; -5)$. D. $\overrightarrow{AB} = (-1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (-1; 3)$.

Câu 50: Xác định tọa độ của vector $c = a + 3b$ biết $a = (2; -1), b = (3; 4)$

- A. $c = (11; 11)$ B. $c = (11; -13)$ C. $c = (11; 13)$ D. $c = (7; 13)$

Lời giải

$$c = a + 3b = (2; -1) + (9; 12) = (11; 11)$$

Chọn A

Câu 51: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(1;3), B(4;0)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

- A. $M(1;18)$ B. $M(-1;18)$ C. $M(-18;1)$ D. $M(1; -18)$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - x_M) + (4 - x_M) - 3(2 - x_M) = 0 \\ 3 - y_M + (0 - y_M) - 3(-5 - y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}$$

Câu 52: Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(2;5); B(1;1); C(3;3)$. Tìm điểm E thuộc mặt phẳng tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$?

- A. $E(3; -3)$ B. $E(-3; 3)$ C. $E(-3; -3)$ D. $E(-2; -3)$

Lời giải

Gọi $E(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{AE} = (x - 2; y - 5), \overrightarrow{AB} = (-1; -4), \overrightarrow{AC} = (1; -2)$

$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = -5 \\ y - 5 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow E(-3; -3)$$

Chọn C

Câu 53: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(2;1); B(6;-1)$. Tìm điểm M trên Ox sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M(2;0)$ B. $M(8;0)$ C. $M(-4;0)$ D. $M(4;0)$

Lời giải

$$M \in Ox \Rightarrow M(x;0), \overrightarrow{AB} = (4; -2), \overrightarrow{AM} = (x-2; -1)$$

$$\Rightarrow \frac{x-2}{4} = \frac{-1}{-2} \Rightarrow x=4$$

Để A, B, M thẳng hàng

Chọn D

Câu 54: Trong hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC có $A(3;4), B(2;1), C(-1;-2)$. Tìm điểm M có tung độ dương trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.

- A. $M(2;2)$ B. $M(3;2)$ C. $M(-3;2)$ D. $M(3;3)$

Lời giải

Gọi $M(x;y)$. Ta có: $S_{ABC} = 3S_{ABM} \Leftrightarrow BC = 3BM \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \pm 3\overrightarrow{BM}$

$$\overrightarrow{BM} = (x-2; y-1); \overrightarrow{BC} = (-3; 3)$$

$$\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BM} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \text{ (loại)}$$

- TH1:

$$\overrightarrow{BC} = -3\overrightarrow{BM} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \text{ (nhận)} \Rightarrow M(3;2)$$

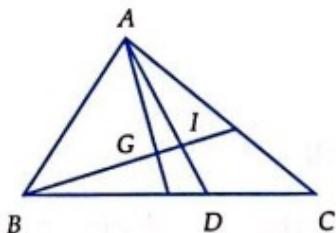
- TH2:

Chọn B

Câu 55: Trong hệ tọa độ Oxy, cho 3 điểm $A(-1;-1), B(0;1), C(3;0)$. Xác định tọa độ giao điểm I của AD và BG với D thuộc BC và $2BD = 5DC$, G là trọng tâm ΔABC

- A. $I\left(\frac{5}{9}; 1\right)$ B. $I\left(\frac{1}{9}; 1\right)$ C. $I\left(\frac{35}{9}; 2\right)$ D. $I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2), \overrightarrow{AC} = (4; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

$$2\overrightarrow{BD} = 5\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_D = 5(3 - x_D) \\ 2(y_D - 1) = 5(-y_D) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = \frac{15}{7} \\ y_D = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$$

Ta có

Trọng tâm $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của AD và BG

Ta có $\overrightarrow{AI} = (x+1; y+1), \overrightarrow{AD} = \left(\frac{22}{7}; \frac{9}{7}\right)$ cùng phương

$$\Rightarrow \frac{7(x+1)}{22} = \frac{7(y+1)}{9} \Leftrightarrow 9x - 22y - 13 = 0$$

Ta lại có $\overrightarrow{BI} = (x; y-1), \overrightarrow{BG} = \left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ cùng phương $\Rightarrow$ tồn tại số $k \in \mathbb{R}$

$$\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BG} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$$

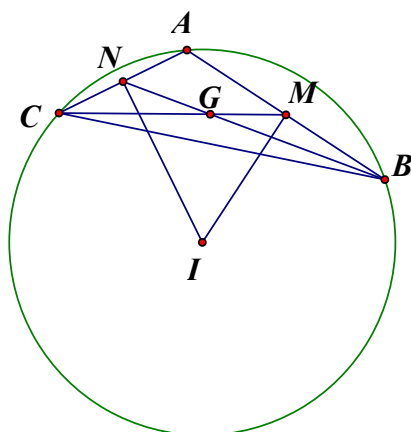
Chọn D

Câu 56: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-1; 2)$, $B(2; 0)$, $C(-3; 1)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác ABC là

- A.** $I\left(\frac{11}{14}; \frac{13}{14}\right)$. **B.** $I\left(\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right)$. **C.** $I\left(-\frac{11}{14}; \frac{13}{14}\right)$. **D.** $I\left(-\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right)$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử $I(a; b)$ khi đó:
$$\begin{cases} \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{IN} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} (*)$$

$M\left(\frac{1}{2}; 1\right), N\left(-2; \frac{3}{2}\right)$ lần lượt là trung điểm AB, AC .

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -2), \overrightarrow{AC} = (-2; -1), \overrightarrow{IM} = \left(\frac{1}{2} - a; 1 - b\right), \overrightarrow{IN} = \left(-2 - a; \frac{3}{2} - b\right)$.

$$\text{Do đó: } \begin{cases} 3\left(\frac{1}{2} - a\right) - 2(1 - b) = 0 \\ -2(-2 - a) - 1\left(\frac{3}{2} - b\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{11}{14} \\ b = -\frac{13}{14} \end{cases}$$

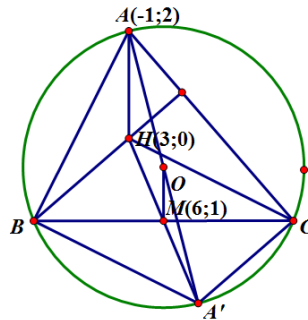
Suy ra: $I\left(-\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right)$.

Câu 57: Tam giác ABC có đỉnh $A(-1; 2)$, trực tâm $H(3; 0)$, trung điểm của BC là $M(6; 1)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A.** 5. **B.** $\sqrt{5}$ **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Kẻ đường kính AA' của đường tròn khi đó ta có $\angle ABA' = \angle ACA' = 90^\circ$ hay $A'B \perp AC$ và $A'C \perp AB$.

Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên $BH \perp AC$ và $CH \perp AB \Rightarrow BH \parallel A'C$ và $CH \parallel A'B$, do đó $A'BHC$ là hình bình hành. Mà điểm M là trung điểm của đường chéo BC nên nó cũng là trung điểm của $A'H$. Từ đó suy ra OM là

$$\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2(6 - x_O) \\ -2 = 2(1 - y_O) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_O = 4 \\ y_O = 2 \end{cases}$$

đường trung bình của tam giác AHA' nên:

$$\Leftrightarrow O(4; 2)$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có độ dài bằng

$$OA = \sqrt{(-1 - 4)^2 + (2 - 2)^2} = 5$$

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ, cho các điểm $A(0;2); B(1;1); C(-1;-2)$. Các điểm A', B', C' lần lượt chia các đoạn BC, CA, AB theo các tỉ số $-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -2$. Khi đó:

a) $A' = \left(0; -\frac{1}{2}\right)$

b) $B'(2;6)$

c) $C' = \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$

b) Ba điểm A', B', C' thẳng hàng.

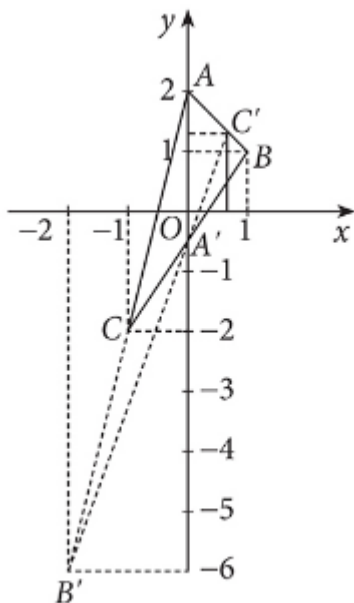
Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

a) Theo đề bài ta có $\overline{A'B} = -\overline{A'C} = -1 \Rightarrow A'$ là trung điểm đoạn BC . Theo công thức trung điểm ta có:

$$A' = \left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2} \right) \Rightarrow A' = \left(0; -\frac{1}{2} \right)$$

Vì B' chia CA tỉ số $\frac{1}{2}$ nên $\overline{B'C} = \frac{1}{2} \overline{B'A}$.



$$\begin{cases} x_{B'} = \frac{x_C - \frac{1}{2}x_A}{1 - \frac{1}{2}} = -2 \\ y_{B'} = \frac{y_C - \frac{1}{2}y_A}{1 - \frac{1}{2}} = -6 \end{cases} \quad \text{Vậy } B'(-2; -6).$$

Tương tự tính được $C' = \left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

b) Ta có $\overrightarrow{A'B'} = \left(-2; -\frac{11}{2}\right); \overrightarrow{A'C'} = \left(\frac{2}{3}; \frac{11}{6}\right)$.

Rõ ràng $\overrightarrow{A'B'} = -3\overrightarrow{A'C'}$ nên A', B', C' thẳng hàng.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2; 5), B(-4; -2), C(1; 5)$. Khi đó:

a) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ là tọa độ trọng tâm của tam giác ABC .

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(3; 10)$

d) $\angle ACB = 45^\circ$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -7), \overrightarrow{AC} = (3; 0)$.

Do $\frac{3}{-2} \neq \frac{0}{-7}$ nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. Vì vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

c) Giả sử $D(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -7), \overrightarrow{DC} = (1-x; 5-y)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 1-x \\ -7 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=12 \end{cases}$. Vậy $D(3; 12)$.

d) Ta có: $AB = \sqrt{(-2)^2 + (-7)^2} = \sqrt{53}, AC = \sqrt{[1 - (-2)]^2 + (5 - 5)^2} = 3$,
 $BC = \sqrt{[1 - (-4)]^2 + [5 - (-2)]^2} = \sqrt{74}$.

Ta có: $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (-2) \cdot 3 + (-7) \cdot 0 = -6$.

Suy ra $\cos \angle BAC = \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{-6}{\sqrt{53} \cdot 3} = -\frac{2\sqrt{53}}{53}$ nên $\angle BAC \approx 106^\circ$.

Ta có: $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 2 \cdot 5 + 7 \cdot 7 = 59$.

Suy ra $\cos \angle ABC = \cos(\vec{BA}, \vec{BC}) = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{59}{\sqrt{53} \cdot \sqrt{74}}$ nên $\angle ABC \approx 20^\circ$.

Vậy $\angle ACB = 180^\circ - (\angle BAC + \angle ABC) \approx 180^\circ - (106^\circ + 20^\circ) = 54^\circ$.

Câu 3: Cho $a = -i + 3j, b = i + 2j$. Khi đó:

- a) $a = (-1; 3)$
- b) $b = (1; 2)$
- c) $a + b = (1; 5)$
- d) $a - b = (2; 1)$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Ta có: $a = (-1; 3), b = (1; 2) \Rightarrow a + b = (0; 5), a - b = (-2; 1)$.

Câu 4: Cho $a = 3i + j, b = -2j$. Khi đó:

- a) $a = (-3; 1)$
- b) $b = (0; -2)$
- c) $a + b = (3; 1)$
- d) $a - b = (3; -3)$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

Ta có: $a = (3; 1), b = (0; -2) \Rightarrow a + b = (3; -1), a - b = (3; 3)$.

Câu 5: Cho $a = 3i + 2j, b = i - j$. Khi đó:

- a) $a = (3; -2)$
- b) $b = (-1; 1)$

c) $2a + 3b = (9; 1)$

d) $a - 2b = (1; 4)$

Lời giải:

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

$$\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (1; -1) \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{a} = (6; 4) \\ 3\vec{b} = (3; -3) \end{cases} \Rightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = (9; 1);$$

Ta có:
 $-2\vec{b} = (-2; 2) \Rightarrow \vec{a} - 2\vec{b} = (1; 4)$.

Câu 6: Cho $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$. Khi đó:

a) $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; -2\right)$

b) $\vec{b} = \left(1; -\frac{1}{2}\right)$

c) $2\vec{a} + 3\vec{b} = \left(4; \frac{5}{2}\right)$

d) $\vec{a} - 2\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 3\right)$.

Lời giải:

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

$$\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; 2\right), \vec{b} = \left(1; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{a} = (1; 4) \\ 3\vec{b} = \left(3; -\frac{3}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = \left(4; \frac{5}{2}\right);$$

Ta có:

$$-2\vec{b} = (-2; 1) \Rightarrow \vec{a} - 2\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 3\right).$$

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -2), \vec{b} = (4; 1)$ và $\vec{c} = (0; -1)$. Khi đó:

a) $2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c} = (0; -2)$

b) Vectơ $\vec{e} = (1; -1)$ cùng phương, cùng hướng với vectơ $\vec{a}$

c) Vectơ $\vec{f} = \left(-1; -\frac{1}{4}\right)$ cùng phương, cùng hướng với vectơ $\vec{b}$

c) $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c}$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

$$\begin{cases} 2\vec{a} = (4; -4) \\ -\vec{b} = (-4; -1) \Rightarrow \vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c} = (0; -2) \\ -3\vec{c} = (0; 3) \end{cases}$$

Ta có:

Ta $\vec{a} = (2; -2) = 2\vec{e}$ nên $\vec{a}, \vec{e}$ là hai vectơ cùng phương với nhau, hơn nữa chúng cùng hướng với nhau vì $\vec{a} = k\vec{e}, k = 2 > 0$.

Tương tự: $\vec{b} = (4; 1) = -4\vec{f}$, tức là $\vec{b} = k\vec{f}, k = -4 < 0$ nên $\vec{b}$ và $\vec{f}$ là hai vectơ cùng phương, ngược hướng với nhau.

Gọi m, n là các số thỏa mãn $\vec{a} = m\vec{b} + n\vec{c}$ ($\vec{b}, \vec{c}$ không cùng phương).

$$\begin{cases} 2 = m \cdot 4 + n \cdot 0 \\ -2 = m \cdot 1 + n \cdot (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{5}{2} \end{cases} \text{ . Vậy } \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c} \text{ .}$$

Khi đó:

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh thỏa mãn $\vec{OA} = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{OC} = 4\vec{i} + \vec{j}$. Khi đó:

a) $A(2; -1), B(1; 1), C(4; 1)$

b) E là trung điểm AB nên $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

c) G là trọng tâm ΔABC nên $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành nên $D(2; -1)$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Ta có: $\vec{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} \Rightarrow A(2; -1), \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j} \Rightarrow B(1; 1), \vec{OC} = 4\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow C(4; 1)$.

b) E là trung điểm AB nên $x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}, y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0$ hay $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

$$c) \quad G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \text{ nên } x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2+1+4}{3} = \frac{7}{3},$$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-1+1+1}{3} = \frac{1}{3} \text{ hay } G\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

d) Ta có: $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 4 - 1 \\ y_D + 1 = 1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -1 \end{cases}$$

Vậy $D(5; -1)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Khi đó:

a) Tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm tam giác ABD là $D(8;11)$

b) Tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho A, B, E thẳng hàng là $E(-6;0)$

c) $\overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$

d) Tọa độ F thỏa mãn $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF}$ là $F(20;5)$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

C là trọng tâm tam giác ABD

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_B + x_D}{3} \\ y_C = \frac{y_A + y_B + y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-4+2+x_D}{3} \\ -2 = \frac{1+4+y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -11 \end{cases}$$

Vậy $D(8; -11)$.

Gọi $E(x;0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{AE} = (x+4; -1), \overrightarrow{AB} = (6;3)$.

Ba điểm A, B, E thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AE}$ cùng phương $\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{x+4}{6} = \frac{-1}{3}$

$$\Leftrightarrow x+4 = -2 \Leftrightarrow x = -6. \text{ Vậy } E(-6;0).$$

Gọi $F(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AF} = (x+4; y-1), \overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$

$$\Rightarrow -2\overrightarrow{AC} = (-12; 6), \overrightarrow{CF} = (x-2; y+2), 2\overrightarrow{CF} = (2x-4; 2y+4).$$

Suy ra: $\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF} = (2x-16; 2y+4)$.

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 = 2x-16 \\ y-1 = 2y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = -5 \end{cases}. \text{ Vậy } F(20; -5).$$

Ta có:

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2; -1), B(1; 3), C(2; -3)$. Khi đó:

a) A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

b) Điểm $I(0; -2)$ là trung điểm của AB

b) Điểm M thuộc Ox sao cho $AM + BM$ bé nhất có hoành độ bằng $\frac{5}{4}$

c) Điểm N thuộc Oy sao cho $BN + CN$ bé nhất có tung độ bằng 2

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; 4), \overrightarrow{AC} = (4; -2)$; vì $\frac{3}{4} \neq \frac{4}{-2} \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

Vậy A, B, C không thẳng hàng hay A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

Trung điểm AB có tọa độ $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

Do $y_A \cdot y_B = -1.3 < 0$ nên hai điểm A, B nằm khác phía so với trục Ox . Vì M thuộc Ox mà $AM + BM$ bé nhất nên A, M, B thẳng hàng hay $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}$ cùng phương.

Gọi $M(x; 0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (x+2; 1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x+2}{3} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4x+8=3 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}$.

Vậy $M\left(-\frac{5}{4}; 0\right)$.

Do $x_B \cdot x_C = 1.2 > 0$ nên hai điểm B, C nằm cùng phía so với trục Oy . Lấy C' đối xứng với C qua Oy , suy ra $C'(-2; -3)$ (lúc này C' và B khác phía so với trục Oy).

Vì N thuộc Oy nên $CN = C'N$. Do vậy $BN + CN = BN + C'N$; tổng này bé nhất khi và chỉ khi B, N, C' thẳng hàng hay $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{BN}$ cùng phương.

Gọi $N(0; y) \in Oy \Rightarrow \overrightarrow{BN} = (-1; y-3), \overrightarrow{BC'} = (-3; -6)$.

Ta có: $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{BN}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-3}{-6} \Leftrightarrow 6 = -3y+9 \Leftrightarrow y = 1$.

Vậy $N(0; 1)$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $a = (2; 3), b = (-1; 2), c = (-6; 4)$. Khi đó:

a) $|a| = \sqrt{13}$

b) $|b| = \sqrt{5}$

c) $|c| = \sqrt{13}$

b) Vectơ d cùng phương với a và có độ dài bằng $\frac{\sqrt{13}}{2}$ có tọa độ $\begin{pmatrix} 1; \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ hay $\begin{pmatrix} -1; -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Ta có: $|a| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}, |b| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}, |c| = \sqrt{(-6)^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

Vì d cùng phương với a nên tồn tại $k \in \mathbb{R}$ để $d = ka = (2k; 3k)$

$\Rightarrow |d| = \sqrt{4k^2 + 9k^2} = \sqrt{13k^2}$.

Mặt khác $|d| = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow \sqrt{13k^2} = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow 13k^2 = \frac{13}{4} \Rightarrow k = \pm \frac{1}{2}$.

Vậy có hai vectơ thỏa mãn đề bài là $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1; \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ hay $\vec{d} = \begin{pmatrix} -1; -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ với $A(4\sqrt{3}; -1), B(0; 3), C(8\sqrt{3}; 3)$. Khi đó:

a) $AC = 8$

b) Tam giác ABC cân tại B

b) $S_{\triangle ABC} = 16\sqrt{3}$

b) $\angle ABC = 30^\circ$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{(-4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8$

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= (4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AC = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8, \\ \overline{BC} &= (8\sqrt{3}; 0) \Rightarrow BC = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 + 0^2} = 8\sqrt{3}.\end{aligned}$$

Ta thấy $AB = AC = 8$ nên tam giác ABC cân tại A .

b) Chu vi tam giác $ABC: 2p = AB + AC + BC = 8 + 8 + 8\sqrt{3} = 8(2 + \sqrt{3})$.

Nửa chu vi tam giác là $p = 4(2 + \sqrt{3})$.

Diện tích tam giác: $S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p - AB)(p - AC)(p - BC)} = 16\sqrt{3}$.

c) Ta có: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{8^2 + 8^2 - (8\sqrt{3})^2}{2 \cdot 8 \cdot 8} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \angle BAC = 120^\circ$.

Vì tam giác ABC cân tại A nên $\angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$.

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(4; 6), B(5; 1), C(1; -3)$. Khi đó:

a) $\overline{AB} = (1; -5)$

b) Tọa độ điểm D thuộc Ox cách đều hai điểm A, B có hoành độ bằng 13

c) $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

d) Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{13}}{2}$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) $\overline{AB} = (1; -5)$

b) Gọi $D(x; 0) \in Ox \Rightarrow AD = \sqrt{(x - 4)^2 + (0 - 6)^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 52}$;

$BD = \sqrt{(x - 5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 26}$.

Ta có: $AD^2 = BD^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 52 = x^2 - 10x + 26 \Leftrightarrow 2x = -26 \Leftrightarrow x = -13$. Vậy $D(-13; 0)$.

c) Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Ta có: $IA = IB = IC$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 4)^2 + (y - 6)^2 = (x - 5)^2 + (y - 1)^2 \\ (x - 4)^2 + (y - 6)^2 = (x - 1)^2 + (y + 3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10y = -26 \\ -6x - 18y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} \text{ . Vậy } I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \text{ .}$$

$$R = IA = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - 4\right)^2 + \left(\frac{5}{2} - 6\right)^2} = \frac{\sqrt{130}}{2} \text{ .}$$

d) Bán kính đường tròn là:

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(7; -3), B(8; 4), C(1; 5), D(0; -2)$. Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} = (1; 7), \overrightarrow{AC} = (-6; 8)$

b) A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

c) Tọa độ điểm $K(8; 4)$ là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

d) Bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình vuông.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 7), \overrightarrow{AC} = (-6; 8)$.

b) Vì $\frac{1}{-6} \neq \frac{7}{8}$ nên hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương, suy ra ba điểm A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

c) Gọi $K(x; y)$ là điểm cần tìm, ta có: $\overrightarrow{AK} = (x - 7; y + 3), \overrightarrow{BK} = (x - 8; y - 4), \overrightarrow{BC} = (-7; 1)$.

Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \text{ (do } AK \perp BC) \\ \overrightarrow{BK}, \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7(x - 7) + 1(y + 3) = 0 \\ \frac{x - 8}{-7} = \frac{y - 4}{1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -7x + y = -52 \\ x + 7y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases} \text{ .}$$

Vậy $K(8; 4)$.

d) Ta có: $\overrightarrow{DC} = (1; 7) = \overrightarrow{AB} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (1).

Mặt khác: $\overrightarrow{AD} = (-7; 1), \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 \cdot (-7) + 7 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AD$ (2); $AB = AD = 5\sqrt{2}$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra $ABCD$ là bốn đỉnh của một hình vuông.

Câu 15: Cho các vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{c} = 3\vec{i}, \vec{d} = -2\vec{j}$. Khi đó:

- a) $\vec{a} = (2; 3)$
- b) $\vec{b} = \left(\frac{1}{3}; 5\right)$
- c) $\vec{c} = (0; 3)$
- d) $\vec{d} = (0; -2)$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Ta có: $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = \left(\frac{1}{3}; -5\right), \vec{c} = (3; 0), \vec{d} = (0; -2)$.

Câu 16: Cho các vectơ $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}, \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}, \vec{d} = -4\vec{j}, \vec{e} = 3\vec{i}$. Khi đó:

- a) $\vec{a} = (1; -3)$
- b) $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$
- c) $\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$
- d) $\vec{d} = (0; -4), \vec{e} = (3; 0)$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Ta có: $\vec{a} = (1; -3), \vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1\right), \vec{c} = \left(-1; \frac{3}{2}\right), \vec{d} = (0; -4), \vec{e} = (3; 0)$.

Câu 17: Cho các vectơ $\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right), \vec{c} = (4; -6)$. Khi đó:

- a) $\vec{a} + \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$
- b) $2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$

c) Cho $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$ khi đó $\begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = \frac{1}{12} \end{cases}$

d) $c = -4a - 12b$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) $\vec{a} + \vec{b} = \left(1; \frac{1}{2}\right)$

b) Ta có:
$$\begin{cases} 2\vec{a} = (4; 0) \\ -3\vec{b} = \left(3; -\frac{3}{2}\right) \\ 5\vec{c} = (20; -30) \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$$

c) Ta có:
$$m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 - 4n = 0 \\ \frac{1}{2} + 6n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = -\frac{1}{12} \end{cases}$$

d) Gọi: $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có:
$$\begin{cases} 4 = x \cdot 2 + y(-1) \\ -6 = x \cdot 0 + y \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -12 \end{cases}$$

Vậy $c = -4a - 12b$.

Câu 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -5), B(1; 0)$. Khi đó:

a) $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của AB

b) Tọa độ điểm C sao cho $\vec{OC} = -3\vec{AB}$ là $C(6; -15)$

c) Tọa độ điểm D đối xứng với A qua C là $D(9; 25)$

d) Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$ là $M\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Gọi $C(x_C; y_C)$. Ta có: $\vec{OC} = (x_C; y_C), \vec{AB} = (-2; 5) \Rightarrow -3\vec{AB} = (6; -15);$

$\vec{OC} = -3\vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 6 \\ y_C = -15 \end{cases} \Rightarrow C(6; -15).$

$$AD \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_D}{2} \\ y_C = \frac{y_A + y_D}{2} \end{cases}$$

b) D đối xứng với A qua C hay C là trung điểm của

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2x_C - x_A = 2 \cdot 6 - 3 = 9 \\ y_D = 2y_C - y_A = 2(-15) - (-5) = -25 \end{cases} \Rightarrow D(9; -25).$$

$$k \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = k(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = k(y_B - y_M) \end{cases}$$

c) M chia đoạn AB theo tỉ số

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x_M = \frac{x_A - k \cdot x_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - k \cdot y_B}{1 - k} \end{cases} \text{ mà } k = 3 \text{ nên } \begin{cases} x_M = \frac{3 + 3 \cdot 1}{4} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{-5 + 3 \cdot 0}{4} = -\frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right).$$

Câu 19: Cho ba điểm $A(-1;1), B(2;1), C(-1;-3)$. Khi đó:

a) A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b) $S_{\Delta ABC} = 12$

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $D(-4; -3)$

d) Điểm N thuộc trục Oy sao cho N cách đều B, C có tung độ bằng $-\frac{5}{8}$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0), \overrightarrow{AC} = (0; -4)$. Xét số thực k thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC} \Rightarrow \begin{cases} 3 = k \cdot 0 \\ 0 = k(-4) \end{cases}$ (vô lí). Do vậy không tồn tại số k thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC}$ hay hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương; suy ra ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Vậy A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b) Ta có: $AB = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3, AC = \sqrt{0^2 + (-4)^2} = 4, BC = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$.

Dễ thấy $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên ΔABC vuông tại A .

Chu vi tam giác ABC là: $2p = AB + AC + BC = 3 + 4 + 5 = 12$.

Diện tích tam giác là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$.

c) Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (-1 - x; -3 - y), \overrightarrow{AB} = (3; 0)$.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x = 3 \\ -3 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-4; -3)$$

$ABCD$ là hình bình hành

d) Gọi $N(0; y) \Rightarrow \begin{cases} BN^2 = (0 - 2)^2 + (y - 1)^2 \\ CN^2 = (0 + 1)^2 + (y + 3)^2 \end{cases}$.

N cách đều B và $C \Leftrightarrow BN = CN \Leftrightarrow BN^2 = CN^2$

$$\Leftrightarrow 2^2 + (y - 1)^2 = 1^2 + (y + 3)^2 \Leftrightarrow y^2 - 2y + 5 = y^2 + 6y + 10 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{8} \Rightarrow N\left(0; -\frac{5}{8}\right)$$

Câu 20: Cho tam giác ABC có $A(4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Khi đó:

a) $ABCD$ là hình bình hành khi $D(4;5)$

b) Tọa độ điểm E để tam giác BCE nhận điểm A làm trọng tâm là $E(8;1)$

c) Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$

d) Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(\frac{3}{4}; 1\right)$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

a) Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (2 - x; -2 - y), \overrightarrow{AB} = (-2; 3)$. $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x = -2 \\ -2 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases} \text{ hay } D(4; -5).$$

b) Tam giác BCE nhận điểm A làm trọng tâm nên

$$\begin{cases} x_A = \frac{x_B + x_C + x_E}{3} \\ y_A = \frac{y_B + y_C + y_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = \frac{2 + 2 + x_E}{3} \\ 1 = \frac{4 - 2 + y_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 8 \\ y_E = 1 \end{cases} \text{ . Vậy } E(8;1).$$

c) Gọi $H(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (x - 4; y - 1), \overrightarrow{BH} = (x - 2; y - 4), \overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (-2; -3)$

H là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0(x - 4) - 6(y - 1) = 0 \\ -2(x - 2) - 3(y - 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{2} \\ y = 1 \end{cases} \text{ hay } H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$$

d) Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$: IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + (y-1)^2 = (x-2)^2 + (y-4)^2 \\ (x-4)^2 + (y-1)^2 = (x-2)^2 + (y+2)^2 \end{cases}$$

Ta có

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8x - 2y + 17 = -4x - 8y + 20 \\ -8x - 2y + 17 = -4x + 4y + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 6y = 3 \\ -4x - 6y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{3}{4}; 1\right)$$

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $a = 2i, b = -3j$. Khi đó:

- a) $a = (2; 0)$
- b) $b = (0; -3)$
- c) $a + b = (2; 3)$
- d) $3a - 2b = (6; 6)$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Ta có $a = (2; 0), b = (0; -3), a + b = (2; -3)$

Khi đó $3a = (6; 0), -2b = (0; 6)$ nên $m = 3a - 2b = (6 + 0; 0 + 6) = (6; 6)$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1; 3), B(2; 5)$. Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AB} = (3; -2)$
- b) $\overrightarrow{BA} = (-3; 2)$
- c) Tọa độ điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{AM} = (-4; 1)$ là $M(-5; 4)$
- d) Tọa độ điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NB} = -4\overrightarrow{AB}$ là $N(14; 13)$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (3; 2)$ và tương tự $\overrightarrow{BA} = (-3; -2)$.

$M(x; y), \overrightarrow{AM} = (x + 1; y - 3)$.

Do $\overrightarrow{AM} = (-4; 1)$ nên $\begin{cases} x + 1 = -4 \\ y - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 4 \end{cases}$. Vậy $M(-5; 4)$.

Tương tự gọi điểm $N(x_N; y_N)$ ta có $\overrightarrow{NB} = (2 - x_N; 5 - y_N), \overrightarrow{AB} = (3; 2)$. Ta có

$$\overrightarrow{NB} = -4\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_N = -4.3 \\ 5 - y_N = -4.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 14 \\ y_N = 13 \end{cases} \text{ . Vậy } N(14; 13) \text{ .}$$

Câu 23: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2,1), B(0,-3), \vec{OC} = j + 3i$. Khi đó:

- a) $C(3;1)$.
- b) $\vec{OA} - 2\vec{OB} = (3;7)$
- c) Tọa điểm D sao cho $\vec{AD} = (7;-9)$ là $D(9;-8)$
- d) Tọa điểm E sao cho $\vec{OE} = \vec{OA} - 2\vec{OB}$ là $E(2;7)$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

$$\vec{OC} = j + 3i \Leftrightarrow \vec{OC} = 3i + j \Leftrightarrow C(3;1)$$

$$\vec{AD} = (7;-9) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 7 \\ y_D - 1 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 9 \\ y_D = -8 \end{cases} \text{ . Vậy } D(9;-8) \text{ .}$$

$$\text{Ta có } \vec{OA} - 2\vec{OB} = (2;7) \text{ nên } \vec{OE} = (2;7) \text{ . Vậy } E(2;7) \text{ .}$$

Câu 24: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Ba điểm $A(-1;1), B(0;-1), C(1;1)$ tạo thành tam giác cân
- b) Ba điểm $A(0;2), B(6;4), C(1;-1)$ tạo thành tam giác cân
- c) Ba điểm $A(-2;1), B(3;2), C(2;7)$ tạo thành tam giác vuông
- d) Ba điểm $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ tạo thành tam giác cân

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

$$\text{a) } AB = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}; AC = \sqrt{4} = 2; BC = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \Rightarrow AB = BC (= \sqrt{5}) \Rightarrow \Delta ABC \text{ cân tại } B$$

$$\text{b) } AB = \sqrt{36+4} = 2\sqrt{10}; AC = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2} \text{ Vì } \begin{cases} BC^2 = 50 \\ AB^2 + AC^2 = 50 \end{cases} \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại } A$$

$$\text{c) } AB = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}; AC = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}; BC = \sqrt{1+25} = \sqrt{26} \text{ .}$$

$$\text{Vì } AC^2 = AB^2 + BC^2 (=52) \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại } B \text{ .}$$

$$\text{Mà } BA = BC (= \sqrt{26}) \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông cân tại } A \text{ .}$$

$$\text{d) } AB = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{64+36} = 10; AC = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \text{ .}$$

$$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 (=100) \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại } A \text{ .}$$

Câu 25: Cho $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Khi đó:

a) $\triangle ABC$ vuông tại A .

b) $S_{\triangle ABC} = 12$

c) Độ dài trung tuyến $BN = \frac{\sqrt{13}}{2}$

d) $I(6;1)$ là tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

a) $AB = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{64+36} = 10; AC = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$.
 $\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 (=100) \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A .

b) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} = 15$.

c) Gọi N là trung điểm $AC \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1+10}{2} = \frac{11}{2} \\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{11}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

$BN = \sqrt{\left(\frac{11}{2} - 2\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - 4\right)^2} = \frac{\sqrt{136}}{2}$.

d) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. $\triangle ABC$ vuông tại $A \Rightarrow I$ là trung

điểm $BC \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2+10}{2} = 6 \\ y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{4-2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(6;1)$.

Câu 26: Biết $\vec{a} = i - 3j; \vec{b} = \frac{1}{2}i + j; \vec{c} = -i + \frac{3}{2}j; \vec{d} = -4j; \vec{e} = 3i$. Khi đó:

a) $\vec{a} = (1;3)$

b) $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$

c) $\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$

d) $\vec{d} = (0; -4); \vec{e} = (3;0)$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} &= i - 3j \Rightarrow a = (1; -3); \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}i + j \Rightarrow b = \left(\frac{1}{2}; 1\right); c = -i + \frac{3}{2}j \Rightarrow c = \left(-1; \frac{3}{2}\right) \\ d &= -4j \Rightarrow d = (0; -4); e = 3i \Rightarrow e = (3; 0) \end{aligned}$$

Câu 27: Cho $a = (1; -2), b = (0; 3)$. Khi đó:

- a) $a + b = (1, 1)$
- b) $a - b = (1, 5)$
- c) $2a - 3b = (2, 13)$
- d) $a + 2b = (1, 4)$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

$$x = a + b = (1, 1), \quad y = a - b = (1, -5), \quad z = 2a - 3b = (2, -13)$$

$$a + 2b = (1, 4)$$

Câu 28: Cho hai điểm $A(3; -5), B(1; 0)$. Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AB} = (-2; 5)$
- a) Tọa độ điểm C sao cho $\overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{AB}$ là $C(6; -5)$
- c) Tọa độ điểm D đối xứng của A qua C có hoành độ bằng 7
- d) Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$ là $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

$$C(a; b) \Rightarrow \overrightarrow{OC} = (a; b); \overrightarrow{AB} = (-2; 5). \overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -15 \end{cases}$$

Gọi

$$\text{Vậy } C(6; -15)$$

$$\text{Gọi } D(c; d) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (c - 6; d + 15), \overrightarrow{AC} = (3; -10);$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} c - 6 = 3 \\ d + 15 = -10 \end{cases} \Rightarrow D(9; -25)$$

$$\text{Gọi } M(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (3 - x; -5 - y), \overrightarrow{MB} = (1 - x; -y)$$

Vì M chia đoạn AB theo tỉ số

$$k = -3 \Rightarrow \overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{MB} \Rightarrow \begin{cases} 3 - x = -3(1 - x) \\ -5 - y = -3(-y) \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$$

Câu 29: Cho ba điểm $A(1; -2), B(0; 4), C(3; 2)$. Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} = (-1; 6)$

b) $\overrightarrow{AC} = (2; 4); \overrightarrow{BC} = (3; -2)$

c) Tọa độ trung điểm của đoạn AB là $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

d) Tọa độ điểm N sao cho $\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} - 4\overrightarrow{CN} = \vec{0}$ là $N(11; 12)$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

$\overrightarrow{AB} = (-1; 6); \overrightarrow{AC} = (2; 4); \overrightarrow{BC} = (3; -2)$.

Vì I là trung điểm của đoạn AB nên
$$\begin{cases} x_I = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{-2+4}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; 1\right).$$

Gọi $N(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AN} = (x-1; y+2); \overrightarrow{BN} = (x; y-4); \overrightarrow{CN} = (x-3; y-2)$

Vì
$$\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} - 4\overrightarrow{CN} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1+2x-4(x-3)=0 \\ y+2+2(y-4)-4(y-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=11 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow N(11; 2).$$

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 1), B(-1; -2), C(-3; 2)$. Khi đó:

a) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC là $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

b) $\overrightarrow{AB} = (-3; -3); \overrightarrow{AC} = (-5; 1)$

c) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

d) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

$$AC \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_M = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Gọi M là trung điểm

Tính được $\overrightarrow{AB} = (-3; -3); \overrightarrow{AC} = (-5; 1)$ dẫn đến hai vectơ đó không cùng phương.

Nói cách khác ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

$$ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{2-1-3}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_G = \frac{1-2+2}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

Gọi G là trọng tâm tam giác

Câu 31: Cho $a=(1,3), b=(6,-2), c=(x,1)$. Khi đó:

- a) $a \perp b$.
b) Khi $x=-3$ thì $a \perp c$.
c) Khi $x=\frac{1}{3}$ thì a cùng phương c .
d) $\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases}$ thì $d=(3;-1)$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng

a) $a \cdot b = 1 \cdot 6 + 3 \cdot (-2) = 0 \Rightarrow a \perp b$.

b) Ta có: $a \perp c \Leftrightarrow a_1c_1 + a_2c_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot x + 3 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow x = -3$.

c) a cùng phương $c \Leftrightarrow \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} \Leftrightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

d) $\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{d} = 0 \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1d_1 + a_2d_2 = 0 \\ b_1d_1 + b_2d_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 + 3d_2 = 0 \\ 6d_1 - 2d_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 = 3 \\ d_2 = -1 \end{cases}$
 $\Rightarrow d=(3;-1)$.

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm tọa độ của vectơ u biết $u(2m-1;-2)$ và cùng phương với $v(-2;m+3)$.

Trả lời: $u(1;-2); u(-8;-2)$

Lời giải

Vì $u(2m-1;-2)$ cùng phương với $v(-2;m+3)$ nên $(2m-1)(m+3) - (-2)(-2) = 0$,
hay $2m^2 + 5m - 7 = 0$

Do đó, $m=1$ hoặc $m=-\frac{7}{2}$.

Vậy tọa độ của vectơ cần tìm là $u(1;-2); u(-8;-2)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(5;3), N(-3;5)$. Tìm tọa độ điểm P nằm trên trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng

Trả lời: $P(17;0)$

Lời giải

P là điểm nằm trên trục hoành nên $P(x,0)$. Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-8;2); \overrightarrow{MP} = (x-5;-3)$

$$\overrightarrow{MP} = k\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 = k \cdot (-8) \\ -3 = k \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=17 \\ k=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

Ba điểm M, N, P thẳng hàng khi

Vậy $P(17;0)$.

Câu 3: Cho các điểm $A(1;2), B(-2;0); C(0;5)$ tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} + 3\overrightarrow{CM} = \vec{0}$.

Trả lời: $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{17}{6}\right)$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AM}(x-1; y-2), \overrightarrow{BM}(x+2; y), \overrightarrow{CM}(x; y-5)$. Từ điều kiện đã cho ta suy ra

$$\begin{cases} (x-1) + 2(x+2) + 3x = 0 \\ y-2 + 2y + 3(y-5) = 0 \end{cases} \text{ . Giải hệ phương trình ta được } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{17}{6} \text{ , suy}$$

ra $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{17}{6}\right)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $a=(m;2), b=(-3;n)$ và $c=(-2m;7)$. Tìm m, n biết: $c=a+b$

Trả lời: $m=1, n=5$

Lời giải

$$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m = m-3 \\ 7 = 2+n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=5 \end{cases} \text{ . Vậy } m=1, n=5 \text{ .}$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $a=(m;2), b=(-3;n)$ và $c=(-2m;7)$. Tìm m, n biết: $c=2a-3b$.

Trả lời: $m=-\frac{9}{4}, n=-1$

Lời giải

Ta có: $2a - 3b = (2m + 9; 4 - 3n)$.

$$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m = 2m + 9 \\ 7 = 4 - 3n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{4} \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow m = -\frac{9}{4}, n = -1.$$

Do đó

Câu 6: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho $A(2; 2), B(1; -3), C(-3; 0)$. Tìm toạ độ điểm E thoả mãn $\vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$.

Trả lời: $E(-11; 6)$.

Lời giải

Giả sử $E(x; y)$. Ta có: $\vec{AE} = (x - 2; y - 2), \vec{AB} = (-1; -5), \vec{AC} = (-5; -2)$. Suy ra $-2\vec{AB} + 3\vec{AC} = (-13; 4)$. Do đó

$$\vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = -13 \\ y - 2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = 6 \end{cases}$$

Vậy $E(-11; 6)$.

Câu 7: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 4), B(-1; -2), C(8; 1)$. Tìm toạ độ điểm M trên đường thẳng BC sao cho diện tích của tam giác ABC bằng ba lần diện tích của tam giác ABM .

Trả lời: $M(2; -1)$ và $M(-4; -3)$.

Lời giải

Vì M nằm trên đường thẳng BC nên diện tích của tam giác ABC bằng ba lần diện tích của tam giác ABM khi và chỉ khi $BC = 3BM$ (hai tam giác có cùng đường cao kẻ từ A).

Giả sử $M(x; y)$. Ta có: $\vec{BM} = (x + 1; y + 2), \vec{BC} = (9; 3)$.

Trường hợp 1: $\vec{BC} = 3\vec{BM}$.

Ta có: $\vec{BC} = 3\vec{BM} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = 3(x + 1) \\ 3 = 3(y + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$. Vậy $M(2; -1)$.

Trường hợp 2: $\vec{BC} = -3\vec{BM}$.

Ta có: $\vec{BC} = -3\vec{BM} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = -3(x + 1) \\ 3 = -3(y + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases}$. Vậy $M(-4; -3)$.

Vậy có hai trường hợp điểm M thoả mãn bài toán là: $M(2; -1)$ và $M(-4; -3)$.

Câu 8: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 5), B(9; 3)$. Tìm toạ độ điểm M thuộc trục hoành sao cho $\angle AMB = 90^\circ$.

Trả lời: $M(4;0)$ và $M(6;0)$.

Lời giải

Điểm M thuộc trục hoành nên giả sử $M(m;0)$.

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (1-m; 5), \overrightarrow{MB} = (9-m; 3)$.

Theo đề bài, $\angle AMB = 90^\circ \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow (1-m)(9-m) + 5 \cdot 3 = 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 10m + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ m=4. \end{cases}$$

Vậy có hai trường hợp điểm M thỏa mãn bài toán là: $M(4;0)$ và $M(6;0)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $a = (3m; 4m-1)$ và $b = (\sqrt{2}; \sqrt{2})$ (với m là tham số). Tìm m để góc giữa hai vectơ a và b bằng 45° .

Trả lời: $m = \frac{1}{4}$

Lời giải

$$\cos(a, b) = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2}m + (4m-1)\sqrt{2}}{\sqrt{(3m)^2 + (4m-1)^2} \cdot \sqrt{2+2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \frac{7m-1}{\sqrt{25m^2 - 8m + 1}} = 1.$$

Ta có: $25m^2 - 8m + 1 > 0$ (1), $7m-1 > 0$ (2) và $7m-1 = \sqrt{25m^2 - 8m + 1}$ (3)

Giải phương trình (3), thay giá trị nghiệm vào (1), (2) để kiểm tra ta có $m = \frac{1}{4}$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(4;-2)$ và $B(10;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục tung sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $(0;1)$

Lời giải

Điểm M thuộc trục tung nên giả sử $M(0;m)$. Ta có: $\overrightarrow{MA} = (4; -2-m)$, $\overrightarrow{MB} = (10; 4-m)$. Suy ra $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = (14; 2-2m)$. Do đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = \sqrt{14^2 + (2-2m)^2} \geq 14$. Dấu bằng xảy ra khi $m=1$. Vậy $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 14 khi M có tọa độ là $(0;1)$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $a = (2; -1), b = (1; 1)$ và $d = (2m+2; 1-m^2)$.

Tìm m dương biết rằng d cùng phương với a .

Trả lời: $m = 2$

Lời giải

Ta có: d cùng phương với a khi và chỉ khi $\frac{2m+2}{2} = \frac{1-m^2}{-1}$
 $\Leftrightarrow -2m-2 = 2-2m^2 \Leftrightarrow 2m^2-2m-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$.

Vì m dương nên $m = 2$ thỏa mãn.

Câu 12: Cho các vectơ $a = (1; -2), b = (-2; -6), c = (m+n; -m-4n)$.

Tìm hai số m, n sao cho c cùng phương a và $|c| = 3\sqrt{5}$.

Trả lời: $\begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} m = -2 \\ n = -1 \end{cases}$.

Lời giải

$|c| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+n}{1} = \frac{-m-4n}{-2} \\ \sqrt{(m+n)^2 + (-m-4n)^2} = 3\sqrt{5} \end{cases}$
 c cùng phương a và
 $\Leftrightarrow \begin{cases} -2m-2n = -m-4n \\ (m+n)^2 + (m+4n)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ (3n)^2 + (6n)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ (3n)^2 + (6n)^2 = 45 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ 45n^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} m = -2 \\ n = -1 \end{cases}$.

Câu 13: Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $a \perp b$

Trả lời: $x = -40$

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; -5\right), \vec{b} = (x; -4); a \perp b \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + (-5)(-4) = 0 \Leftrightarrow x = -40$

Câu 14: Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $|a| = |b|$.

Trả lời: $x = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$

Lời giải

Ta có:

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \sqrt{x^2 + (-4)^2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 16} = \frac{\sqrt{101}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 16 = \frac{101}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$$

Câu 15: Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương với nhau.

Trả lời: $x = \frac{2}{5}$

Lời giải

Ta có: $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi $\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{-4}{-5} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$.

Câu 16: Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính diện tích tam giác ABC .

Trả lời: $\frac{3}{2}$

Lời giải

Ta có: $\vec{AB} = (1;3), \vec{AC} = (9;-3), \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \cdot 9 + 3 \cdot (-3) = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{AC}$.

Vậy tam giác ABC vuông tại A .

Ta có: $AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, AC = \sqrt{9^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{10}$;

Diện tích tam giác $ABC: S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} = \frac{3}{2}$.

Câu 17: Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính $\cos B$.

Trả lời: $\frac{\sqrt{10}}{10}$

Lời giải

Ta có: $\vec{BA} = (-1;-3), \vec{BC} = (8;-6) \Rightarrow \vec{BA} \cdot \vec{BC} = -1 \cdot 8 + (-3) \cdot (-6) = 10$.

Suy ra: $\cos B = \cos(\vec{BA}, \vec{BC}) = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{10}{\sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-6)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 18: Tìm điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B với $A(2;4), B(1;1)$.

Trả lời: $(-2; 2), (4; 0)$

Lời giải

Gọi $C(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (x-1; y-1), BC = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$; $\overrightarrow{BA} = (1; 3), BA = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

Tam giác ABC vuông cân tại $C \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ BA = BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(x-1) + 3(y-1) = 0 \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{10} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ (4 - 3y - 1)^2 + (y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ [3(y - 1)]^2 + (y - 1)^2 = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ 10(y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $(-2; 2), (4; 0)$.

Câu 19: Tìm đỉnh D của hình thang cân $ABCD$ với $A(2; 0), B(0; 2), C(0; 7)$.

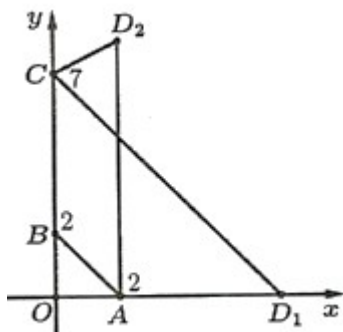
Trả lời: $D(7; 0)$ hoặc $D(2; 9)$

Lời giải

Gọi $D(x; y)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{CD} = (x; y - 7), \overrightarrow{AD} = (x - 2; y)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}, \overrightarrow{BC} = (0; 5) \Rightarrow BC = 5$$



Trường hợp 1: Hình thang có hai đáy AB, CD .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} \text{ cùng phương} \\ AD = BC \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{-2} = \frac{y-7}{2} \\ \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 7 \\ (-y + 7 - 2)^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 7 \\ 2y^2 - 10y + 25 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Với $\begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases}$ thì $CD = \sqrt{7^2 + (0 - 7)^2} = 7\sqrt{2} \neq AB$ nên $D(7;0)$ thỏa mãn.

Với $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ thì $CD = \sqrt{2^2 + (5 - 7)^2} = 2\sqrt{2} = AB$ (loại).

Trường hợp 2: Hình thang có hai đáy BC, AD .

Làm tương tự, ta có được điểm $D(2;9)$.

Câu 20: Cho ba điểm $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $|MA - MB|$ bé nhất.

Trả lời: $M\left(\frac{5}{3}; 0\right)$

Lời giải

Ta thấy: $y_A y_B = 4 \cdot 1 > 0 \Rightarrow A, B$ nằm cùng phía so với trục Ox . Ta có: $|AM - BM| \leq AB$ nên $|AM - BM|_{\max} = AB$.

Giá trị lớn nhất này đạt được khi A, B, M thẳng hàng (M nằm ngoài AB). Gọi $M(x;0) \in Ox \Rightarrow \overline{AM} = (x+1; -4), \overline{AB} = (2; -3)$.

Ta có: $\overline{AM}, \overline{AB}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow 3(x+1) = 8 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$ hay $M\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

Câu 21: Cho ba điểm $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$. Tìm điểm N thuộc trục hoành sao cho $|NA - NC|$ bé nhất.

Trả lời: $N\left(\frac{13}{3}; 0\right)$

Lời giải

Ta thấy: $y_A \cdot y_C = 4 \cdot (-1) < 0$ nên A, C nằm khác phía so với trục Ox .

Lấy điểm C' đối xứng với C qua Ox . Suy ra $C'(3;1)$ và C', A cùng phía so với Ox .

Ta có: $N \in Ox \Rightarrow NC = NC'$. Vì vậy: $|NA - NC| = |NA - NC'| \leq AC'$

Suy ra: $|NA - NC|_{\max} = AC'$; giá trị lớn nhất này đạt được khi A, C', N thẳng hàng (N nằm ngoài A, C).

Gọi $N(a; 0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{AN} = (a+1; -4), \overrightarrow{AC'} = (4; -3)$.

Vì $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AC'}$ cùng phương nên $\frac{a+1}{4} = \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow -3a - 3 = -16 \Leftrightarrow a = \frac{13}{3}$.

Vậy $N\left(\frac{13}{3}; 0\right)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(2, 4), B(-1, 3), C(2, 5)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AE} - 3\overrightarrow{EC} + 2\overrightarrow{EB} = \vec{0}$

Trả lời: $E\left(5; \frac{13}{2}\right)$

Lời giải

$$\begin{aligned} E(x; y) \cdot \overrightarrow{AE} &= (x-2, y-4), \overrightarrow{EC} = (2-x, 5-y), \overrightarrow{EB} = (-1-x, 3-y) \\ \overrightarrow{AE} - 3\overrightarrow{EC} + 2\overrightarrow{EB} &= \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} (x-2) - 3(2-x) + 2(-1-x) = 0 \\ (y-4) - 3(5-y) + 2(3-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10 = 0 \\ 2y - 13 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{13}{2} \end{cases} \Rightarrow E\left(5; \frac{13}{2}\right)$$

Câu 23: Cho hai vectơ $a = (1; 2)$ và $b = (5; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $u = 2a - b$ và $v = a + 3b$

Trả lời: $v = (16; 11)$

Lời giải

Ta có: $2a = (2; 4)$ và $b = (5; 3)$ nên ta suy ra $2a - b = (-3; 1)$. Vậy $u = (-3; 1)$.

Ta có $a = (1; 2), 3b = (15; 9), a + 3b = (16; 11)$. Vậy $v = (16; 11)$.

Câu 24: Cho hai vectơ $a = (2; -2)$ và $b = (1; 4)$. Hãy phân tích vectơ $c = (5; 0)$ theo hai vectơ a và b .

Trả lời: $c = 2a + b$

Lời giải

Giả sử $c = xa + yb$. Khi đó ta có $c = (2x + y; -2x + 4y)$.

Mặt khác $c = (5; 0)$ suy ra $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy $c = 2a + b$.

Câu 25: Cho $a = (x; 2), b = (-5; 1), c = (x; 7)$. Tìm x biết $c = 2a + 3b$

Trả lời: $x = 15$

Lời giải

Ta có $2a = (2x; 4), 3b = (-15; 3)$ suy ra $c = 2a + 3b = (2x - 15; 7)$.

Mặt khác $c = (x; 7)$ nên $2x - 15 = x \Leftrightarrow x = 15$

Câu 26: Cho ba điểm $A(1; 0), B(0; 3), C(-3; -5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho $T = |2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $M(-4; 0)$

Lời giải

$+M \in Ox \Rightarrow M(m; 0)$

$+T = |2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC}| = |\overline{MO} + 2\overline{OA} - 3\overline{OB} + 2\overline{OC}|$

Đặt $u = \overline{MO} + 2\overline{OA} - 3\overline{OB} + 2\overline{OC}$

$2\overline{OA} - 3\overline{OB} + 2\overline{OC} = (-4; -19); \overline{MO} = (-m; 0) \Rightarrow u = (-m - 4; -19)$

$T = |u| = \sqrt{(m+4)^2 + 19^2} \geq 19, T_{\min} = 19 \Leftrightarrow m = -4$. Vậy $M(-4; 0)$.

Câu 27: Cho $u = (2x - 1; 3), v = (1; x + 2)$. Có hai giá trị của x để u cùng phương với v . Tính tích hai giá trị đó.

Trả lời: $-\frac{5}{2}$

Lời giải

Với $x = -2$: Ta có $u = (-5; 3); v = (1; 0)$

Vì $\frac{1}{-5} \neq \frac{0}{3}$ nên hai vectơ $u; v$ không cùng phương

Với $x \neq -2$: Ta có $u; v$ cùng phương khi và chỉ khi $\Leftrightarrow \frac{2x-1}{1} = \frac{3}{x+2}$

$\Leftrightarrow (2x-1)(x+2) = 3 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$.

Vậy tích của chúng là $1 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{2}$.

Câu 28: Cho $A(2; -4), B(6; 0), C(m; 4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng.

Trả lời: $m = 10$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 4); \overrightarrow{AC} = (m - 2; 8)$.

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{m - 2}{4} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow m = 10$.

Vậy $m = 10$ thì A, B, C thẳng hàng.

Câu 29: Cho $A(1; 2), B(-2; 6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Trả lời: $M\left(0; \frac{10}{3}\right)$

Lời giải

Ta có M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AM}$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 4), \overrightarrow{AM} = (-1; y - 2)$.

$\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y - 2}{4} \Leftrightarrow y = \frac{10}{3}$. Vậy $M\left(0; \frac{10}{3}\right)$.

Câu 30: Cho $a = (5; 2), b = (7; -3)$. Tìm x thỏa $\begin{cases} a \cdot x = 38 \\ b \cdot x = 30 \end{cases}$.

Trả lời: $x = (6, 4)$

Lời giải

$\begin{cases} a \cdot x = 38 \\ b \cdot x = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 x_1 + a_2 x_2 = 38 \\ b_1 x_1 + b_2 x_2 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 38 \\ 7x_1 - 3x_2 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x = (6, 4).$

Câu 31: Tìm góc giữa a và b trong trường hợp sau: $a = (4; 3), b = (1; 7)$

Trả lời: 45°

Lời giải

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 7}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{25}{5.5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (a, b) = 45^\circ$$

Câu 32: Cho $A(2;3), B(9;4), C(5;y)$. Tìm y để ΔABC vuông tại C .

Trả lời:
$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 7 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \vec{CA} &= (-3; 3-y); \vec{CB} = (4; 4-y); \Delta ABC \text{ vuông tại } C \Leftrightarrow \vec{CA} \perp \vec{CB} \Leftrightarrow \vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0 \\ &\Leftrightarrow -12 + (3-y)(4-y) = 0 \Leftrightarrow -12 + 12 - 3y - 4y + y^2 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 7y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 33: Cho ΔABC có $A(-3;6), B(1;-2), C(6;3)$. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Trả lời: $I(1;3)$

Lời giải

Gọi $I(x_I, y_I)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Leftrightarrow IA = IB = IC$.

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = (x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2 \\ (x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = (x_C - x_I)^2 + (y_C - y_I)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (-3 - x_I)^2 + (6 - y_I)^2 = (1 - x_I)^2 + (-2 - y_I)^2 \\ (-3 - x_I)^2 + (6 - y_I)^2 = (6 - x_I)^2 + (3 - y_I)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 6x_I + x_I^2 + 36 - 12y_I + y_I^2 = 1 - 2x_I + x_I^2 + 4 + 4y_I + y_I^2 \\ 9 + 6x_I + x_I^2 + 36 - 12y_I + y_I^2 = 36 - 12x_I + x_I^2 + 9 - 6y_I + y_I^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 8x_I - 16y_I = -40 \\ 18x_I - 6y_I = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases} \Rightarrow I(1;3) \end{aligned}$$

Câu 34: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho tam giác ABC có $A(1;0); B(-1;1); C(5;-1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Trả lời: $H(-8;-27)$

Lời giải

$$H(x; y) \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (x-1; y); \overrightarrow{BC} = (6; -2); \overrightarrow{BH} = (x+1; y-1); \overrightarrow{AC} = (4; -1)$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x-1) - 2 \cdot y = 0 \\ 4(x+1) - 1 \cdot (y-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ 4x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -27 \end{cases}$$

Vậy $H(-8; -27)$.

Câu 35: Cho $A(0; -2), B(5; 0)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho $\triangle ABC$ đều.

Trả lời: $C\left(\frac{5+2\sqrt{3}}{2}; -\frac{2+5\sqrt{3}}{2}\right)$ hoặc $C\left(\frac{5-2\sqrt{3}}{2}; \frac{-2+5\sqrt{3}}{2}\right)$

Lời giải

$$\triangle ABC \text{ đều} \Leftrightarrow AB = BC = AC \Leftrightarrow \begin{cases} AB = BC \\ BC = AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = BC^2 \\ BC^2 = AC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x_c + 4y_c = 21 & (1) \\ 29 = (x_c - 5)^2 + y_c^2 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow y_c = \frac{21 - 10x_c}{4} \text{ thay vào } (2): 29 = (x_c - 5)^2 + \left(\frac{21 - 10x_c}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow C\left(\frac{5+2\sqrt{3}}{2}; -\frac{2+5\sqrt{3}}{2}\right) \text{ hoặc } C\left(\frac{5-2\sqrt{3}}{2}; \frac{-2+5\sqrt{3}}{2}\right)$$

Câu 36: Cho $A(2; 4), B(-2; 1)$. Tìm điểm C trên trục hoành sao cho $\triangle ABC$ cân tại A .

Trả lời: $C(-1; 0)$ hoặc $C(5; 0)$

Lời giải

$$C \in Ox \Rightarrow C(x_c; 0). \triangle ABC \text{ cân tại } A \Leftrightarrow AB = AC \Leftrightarrow AB^2 = AC^2$$

$$\Leftrightarrow (-2-2)^2 + (1-4)^2 = (x_c-2)^2 + (0-4)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = -1 \\ x_c = 5 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 0) \text{ hoặc } C(5; 0).$$

Câu 37: Cho $\triangle ABC$ có $A(5; 6), B(4; -1), C(-4; 3)$ Tìm tọa độ điểm K là hình chiếu vuông góc của A lên BC .

Trả lời: $K(8; 3)$

Lời giải

Gọi $K(x_K, y_K)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AK} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương } \overrightarrow{BK} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương } \overrightarrow{BK} \end{cases} (*)$$

$$\overrightarrow{AK} = (x_K - 5; y_K - 6); \overrightarrow{BC} = (1; 1); \overrightarrow{BK} = (x_K - 4; y_K + 1).$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1(x_K - 5) + 1(y_K - 6) = 0 \\ \frac{x_K - 4}{1} = \frac{y_K + 1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K = 8 \\ y_K = 3 \end{cases} \Rightarrow K(8; 3).$$

Câu 38: Cho $A(-3; 2), B(4; 3)$. Tìm điểm M trên trục hoành sao cho $\triangle ABC$ vuông tại M .

Trả lời: $M(3; 0)$ hoặc $M(-2; 0)$

Lời giải

$$M \in Ox \Rightarrow M(x_M; 0); \overrightarrow{MA} = (-3 - x_M; 2); \overrightarrow{MB} = (4 - x_M; 3).$$

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } M \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-3 - x_M)(4 - x_M) + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3 \\ x_M = -2 \end{cases} \Rightarrow M(3; 0) \text{ hoặc } M(-2; 0).$$

Câu 39: Cho $A(4; 4), B(0; 1)$. Tìm điểm C trên Oy sao cho trung trực của AC đi qua B .

Trả lời: $C(0; 6)$ hoặc $C(0; -4)$

Lời giải

$$C \in Oy \Rightarrow C(0; y_C).$$

Trung trực AC đi qua $B \Leftrightarrow B$ nằm trên đường trung trực đoạn $AC \Leftrightarrow BA = BC$

$$\Leftrightarrow (4 - 0)^2 + (4 - 1)^2 = (0 - 0)^2 + (y_C - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_C = 0 \\ y_C = -4 \end{cases}$$

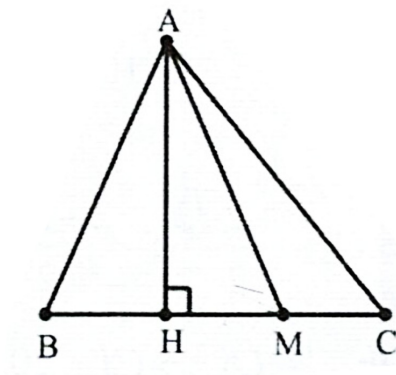
$$\Rightarrow C(0; 6) \text{ hoặc } C(0; -4)$$

Câu 40: Cho $\triangle ABC$ có $A(5; 6), B(4; -1), C(-4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đoạn BC sao cho $S_{\triangle MAB} = 5S_{\triangle MAC}$.

Trả lời: $M\left(-\frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$

Lời giải

Kẻ $AH \perp BC, S_{\triangle MAB} = 5S_{\triangle MAC}$



$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}AH \cdot MB = 5 \cdot \frac{1}{2}AH \cdot MC \Leftrightarrow MB = 5MC$$

Mà $\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MC}$ ngược hướng $\Rightarrow \overrightarrow{MB} = -5\overrightarrow{MC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_M = -5(x_C - x_M) \\ y_B - y_M = -5(y_C - y_M) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x_M = -5(-4 - x_M) \\ -1 - y_M = -5(3 - y_M) \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right).$$

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm các giá trị thực của k để $2|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

Trả lời: $\begin{cases} k = -\sqrt{85} \\ k = \sqrt{85} \end{cases}$.

Lời giải

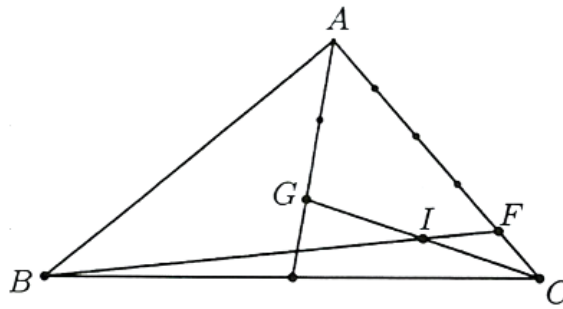
Ta có $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j} \Rightarrow u = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow v = (k; -4)$.

$$2|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \sqrt{k^2 + (-4)^2} \Leftrightarrow k^2 + 16 = 101 \Leftrightarrow k^2 = 85 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\sqrt{85} \\ k = \sqrt{85} \end{cases}.$$

Câu 42: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(0;4), B(-2;-1), C(5;-1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , I là trung điểm đoạn CG . Trên AC lấy điểm F sao cho $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$. Tìm tọa độ điểm F ?

Trả lời: $F(4;0)$

Lời giải



a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -5)$ và $\overrightarrow{AC} = (5; -5)$.

Vì $\frac{-2}{5} \neq \frac{-5}{-5}$ nên $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương với $\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow$ Ba điểm A, B, C không thẳng hàng $\Rightarrow$ Ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

$$\Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0 - 2 + 5}{3} = 1 \\ y_G = \frac{4 - 1 - 1}{3} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(1; \frac{2}{3}\right)$$

b) G là trọng tâm

$$GC \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1 + 5}{2} = 3 \\ y_I = \frac{\frac{2}{3} - 1}{2} = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow I\left(3; -\frac{1}{6}\right)$$

I là trung điểm

$$\overrightarrow{CF} = \frac{1}{4} \overrightarrow{FA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 5 = \frac{1}{4}(0 - x_F) \\ y_F + 1 = \frac{1}{4}(4 - y_F) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 4 \\ y_F = 0 \end{cases} \Rightarrow F(4; 0).$$

Câu 43: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$.

Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Trả lời: $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Lời giải

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm của ΔABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} (*)$$

Ta có $\overrightarrow{AH} = (x + 4; y - 1), \overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{BH} = (x - 2; y - 4), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$.

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} -6(y-1)=0 \\ 6(x-2)-3(y-4)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ 2x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=1 \end{cases}$$

Nên

$$\text{Vậy } H\left(\frac{1}{2}; 1\right).$$

Câu 44: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$.
 Tìm tọa độ điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Trả lời: } I\left(\frac{-1}{4}; 1\right)$$

Lời giải

Giả sử $I(x;y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AC .

$$\text{Ta có } M(2;1) \text{ và } N\left(-1; -\frac{1}{2}\right).$$

Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên

$$\begin{cases} IM \perp BC \\ IN \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{IN} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6(1-y)=0 \\ 6(-1-x)-3(-\frac{1}{2}-y)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{4} \\ y=1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I\left(\frac{-1}{4}; 1\right).$$

Câu 45: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(0;1), B(1;3), C(2;7)$ và $D(0;3)$.
 Tìm giao điểm của hai đường thẳng AC và BD .

$$\text{Trả lời: } I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$$

Lời giải

Gọi $I(x;y)$ là giao điểm AC và BD

Suy ra $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương và $\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{BD}$ cùng phương.

$$\text{Mặt khác, } \overrightarrow{AI} = (x; y-1), \overrightarrow{AC} = (2; 6) \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2(1).$$

$$\text{Và } \overrightarrow{BI} = (x-1; y-3), \overrightarrow{BD} = (-1; 0) \text{ suy ra } y=3.$$

Thế vào (1) ta có $x = \frac{2}{3}$.

Vậy $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$ là điểm cần tìm.

Câu 46: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;6), B(2;x)$. Xác định tọa độ điểm B biết rằng $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 12$.

Trả lời: $B(2;1)$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (3;6), \overrightarrow{OB} = (2;x)$.

Khi đó: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 12 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 + 6x = 12 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy tọa độ điểm B cần tìm là $B(2;1)$.

Câu 47: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;2)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại C .

Trả lời: $C_1(0;0), C_2(2;2)$

Lời giải

Gọi $C(x;y)$, khi đó $\overrightarrow{CA} = (2-x; -y), \overrightarrow{CB} = (-x; 2-y)$.

Điều kiện để tam giác ABC vuông cân tại C là

$$\begin{cases} CA = CB \\ CA \perp CB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-x)^2 + y^2 = x^2 + (2-y)^2 \\ (2-x) \cdot (-x) + (-y)(2-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm C thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_1(0;0), C_2(2;2)$.

Câu 48: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(0;4), B(-3;0)$ và $C(10;4)$. Gọi M, N là chân các đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc A . Tìm tọa độ M và N .

Trả lời: $M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right), N(-16; -4)$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3; -4) \Rightarrow AB = 5 \\ \overrightarrow{AC} = (10; 0) \Rightarrow AC = 10 \end{cases}$.

Gọi $M(x_M; y_M)$.

$$\vec{MB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \vec{MC} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_M = -\frac{1}{2}(10 - x_M) \\ 0 - y_M = -\frac{1}{2}(4 - y_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{4}{3} \\ y_M = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Ta có:

Suy ra $M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Gọi $N(x_N; y_N)$.

$$\vec{NB} = \frac{AB}{AC} \cdot \vec{NC} = \frac{1}{2} \cdot \vec{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_N = \frac{1}{2}(10 - x_N) \\ 0 - y_N = \frac{1}{2}(4 - y_N) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -16 \\ y_N = -4 \end{cases}$$

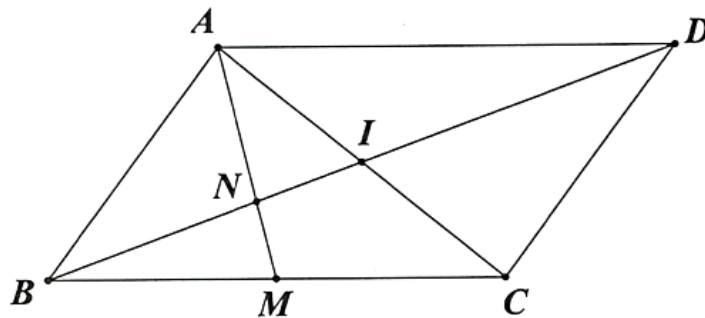
Ta có

Suy ra $N(-16; -4)$.

Câu 49: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(3;4), C(8;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là giao điểm của BD và AM . Xác định các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$, biết $N\left(\frac{13}{3}; 2\right)$.

Trả lời: $B(2;1), D(9;4)$

Lời giải



Vì I là tâm của hình bình hành $ABCD$

Nên I là trung điểm của AC

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{3+8}{2} = \frac{11}{2} \\ y_I = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{11}{2}; \frac{5}{2}\right).$$

Xét tam giác ABC thì Bi, AM là hai đường trung tuyến nên N là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Do đó } \begin{cases} \frac{13}{3} = \frac{3+x_B+8}{3} \\ 2 = \frac{4+y_B+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B=2 \\ y_B=1 \end{cases} \Rightarrow B(2;1)$$

Gọi $D(x_D; y_D)$.

$$\text{Do } I \text{ trung điểm của } BD \Rightarrow \begin{cases} 2+x_D=11 \\ 1+y_D=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=9 \\ y_D=4 \end{cases} \text{ nên } D(9;4).$$

Vậy $B(2;1), D(9;4)$.

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.

Tìm tọa độ điểm P cố định và hằng số k để hệ thức sau thỏa mãn với mọi điểm M : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{MP}$.

Trả lời: $k=4$

Lời giải

Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(2; -2)$.

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{MP} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MI} = k\overrightarrow{MP} \quad (1)$

Do hệ thức đã cho đúng với mọi M , nên (1) cũng đúng với mọi M .

Do đó (1) cũng đúng khi $M \equiv P$, khi đó: $4\overrightarrow{PI} = k\overrightarrow{PP} \Rightarrow P \equiv I \Rightarrow P(2; -2)$.

Từ đó suy ra $(1) \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MI} = k\overrightarrow{MI} \Rightarrow k=4$.

Câu 51: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.

Tìm tọa độ điểm E trên Ox sao cho $EA+EB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $E(-2;0)$

Lời giải

Gọi $E(e;0)$.

Ta có: A, B nằm cùng phía với Ox .

Gọi $B'(-3; -1)$ là điểm đối xứng của B qua Ox .

Khi đó: $EA+EB=EA+EB'$ đạt giá trị nhỏ nhất khi A, E, B' thẳng hàng.

$$\text{Suy ra } \frac{AE}{EB} = 3 \Rightarrow \frac{\overline{AE}}{\overline{EB}} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} e-1 = -9-3e \\ 3=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow e = -2 \Rightarrow E(-2;0)$$

Câu 52: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.

Tìm tọa độ điểm F trên Oy sao cho $|\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $F(0;9)$

Lời giải

Gọi J là điểm sao cho $\overrightarrow{JA} + 3\overrightarrow{JB} - 2\overrightarrow{JC} = \vec{0} \Rightarrow J(-9;9)$.

Suy ra $\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{FJ} \Rightarrow |\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC}| = 2FJ$.

Nên $|\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi FJ nhỏ nhất.

Khi đó F là hình chiếu của J trên Oy .

Vậy $F(0;9)$.