

Người làm: Mỹ Nguyên

Zalo: My Nguyen - số đt zalo: 0369875415

Email: mynguyenc2gv@gmail.com

CD2: TÌM ẨN CHƯA BIẾT

Dạng 1: Tìm x thông thường

Dạng 2: Đưa về dạng tích bằng 0

Dạng 3: Sử dụng tính chất lũy thừa

Dạng 4: Tìm ẩn dạng phân thức

Dạng 5: Tìm x dạng chứa dấu giá trị tuyệt đối

Dạng 6: Sử dụng công thức tính tổng có quy luật

Dạng 7: Tổng các biểu thức không âm bằng 0

Dạng 8: Tìm ẩn dựa vào tính chất về dấu

Dạng 9: Sử dụng phương pháp chặn để tìm ẩn

Dạng 10: Tìm ẩn với điều kiện nguyên

A. Trắc nghiệm

Dạng 3: Sử dụng tính chất lũy thừa

Câu 1. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn, tỉnh, trường Đào Duy Từ 2018 - 2019)

Giá trị của x trong biểu thức $(\sqrt{x} - 1)^2 = 0,25$ là:

A. $\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

B. $-\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}$

C. $\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}$

D. $-\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

Lời giải

$$(\sqrt{x} - 1)^2 = 0,25$$

$$\sqrt{x} - 1 = 0,5 \quad \text{hoặc} \quad \sqrt{x} - 1 = -0,5$$

$$\sqrt{x} = 1,5 \quad \text{hoặc} \quad \sqrt{x} = 0,5$$

$$x = \frac{9}{4} \quad \text{hoặc} \quad x = \frac{1}{4}$$

$$x \in \left\{ \frac{9}{4}; \frac{1}{4} \right\}$$

Vậy

Đáp án A.

B. Tự luận

Dạng 1. Tìm x thông thường

Câu 1. (HSG 7 huyện Thường Tín 2018 - 2019)

Tìm x biết:

$$23x - \left(\frac{1}{27} - \frac{4}{9} \right) = 0$$

Lời giải

$$23x - \left(\frac{1}{27} - \frac{4}{9} \right) = 0$$

$$23x = \frac{1}{27} - \frac{4}{9}$$

$$23x = -\frac{11}{27}$$

$$x = -\frac{11}{621}$$

$$\text{Vậy } x = -\frac{11}{621}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Sơn Tây 2018 - 2019)

Tìm x biết: $2(x-1) - 3(2x+2) - 4(2x+3) = 16$

Lời giải

$$2(x-1) - 3(2x+2) - 4(2x+3) = 16$$

$$2x - 2 - 6x - 6 - 8x - 12 = 16$$

$$-12x - 20 = 16$$

$$-12x = 36$$

$$x = -3$$

Vậy $x = -3$.

Câu 3. (HSG 7 huyện 2018 - 2019)

Tìm x biết: $3(x-2) + \frac{2}{5} = 4$

Lời giải

$$3(x-2) + \frac{2}{5} = 4$$

$$\Rightarrow 3(x-2) = 4 - \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 3(x-2) = \frac{18}{5}$$

$$\Rightarrow x-2 = \frac{6}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{16}{5}$$

Câu 4. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018 - 2019)

Tìm x, y biết: $x - y = xy = x : y (y \neq 0)$

Lời giải

Ta có: $x - y = xy$ nên $x = xy + y = y(x+1) \Rightarrow x : y = x+1$

Mà $x - y = x : y$, do đó: $x+1 = x - y \Rightarrow y = -1$

Do đó: $x+1 = -x \Rightarrow x+x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$. Vậy $x = -\frac{1}{2}$; $y = -1$.

Dạng 2: Đưa về dạng tích bằng ⁰

Câu 1. (HSG 7 huyện Thường Tín 2018 - 2019)

Tìm x biết:

$$(2x-3)(3x+1) = \left(\frac{8}{2017} - \frac{8}{2018} + 27 \frac{3}{2019} \right) \cdot \left(\frac{-34}{35} + \frac{2}{5} - \frac{3}{7} + 1 \right)$$

a)

$$b) x^2 - 5x = -6$$

Lời giải

$$a) (2x-3)(3x+1) = \left(\frac{8}{2017} - \frac{8}{2018} + 27 \frac{3}{2019} \right) \cdot \left(\frac{-34}{35} + \frac{2}{5} - \frac{3}{7} + 1 \right)$$

$$\frac{-34}{35} + \frac{2}{5} - \frac{3}{7} + 1 = \frac{-34+14-15+35}{35} = 0$$

Thay vào ta có: $(2x-3)(3x+1) = 0$

Suy ra: $2x-3=0$ hoặc $3x+1=0$

$$x = \frac{3}{2} \text{ hoặc } x = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{3}{2}; -\frac{1}{3} \right\}$$

$$b) x^2 - 5x = -6$$

Ta có: $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$\Rightarrow (x^2 - 2x) - (3x - 6) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2) - 3(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-2) = 0$$

$$\text{TH1: } x-3=0 \Rightarrow x=3$$

$$\text{TH2: } x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$\text{Vậy } x \in \{3; 2\}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn, tỉnh Bình Định, trường Đào Duy Từ 2018 - 2019)

Cho đa thức $A = 2x(x-3) - x(x-7) - 3(x-673)$

Tính giá trị của A khi $x=2$. Tìm x để $A=2019$.

Lời giải

$$A = 2x^2 - 6x - x^2 + 7x - 3x + 2019 = x^2 - 2x + 2019$$

Ta có:

+) Tính giá trị của A khi $x=2$.

Thay $x=2$ vào A , ta được: $A = 2^2 - 2 \cdot 2 + 2019 = 2019$.

+) Tìm x để $A=2019$.

$$A = 2019$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2019 = 2019$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x - 2 = 0$$

$$\text{Vậy } x = 0 \text{ hoặc } x = 2.$$

Câu 3. (HSG 7 trường Đáp Cầu 2018 – 2019)

Tìm x biết:
$$\frac{x-1}{2009} + \frac{x-2}{2008} = \frac{x-3}{2007} + \frac{x-4}{2006}$$

Lời giải

$$\frac{x-1}{2009} + \frac{x-2}{2008} = \frac{x-3}{2007} + \frac{x-4}{2006}$$

$$\frac{x-1}{2009} - 1 + \frac{x-2}{2008} - 1 = \frac{x-3}{2007} - 1 + \frac{x-4}{2006} - 1$$

$$\frac{x-2010}{2009} + \frac{x-2010}{2008} = \frac{x-2010}{2007} + \frac{x-2010}{2006}$$

$$(x-2010) \left(\frac{1}{2009} + \frac{1}{2008} - \frac{1}{2007} - \frac{1}{2006} \right) = 0$$

$$x - 2010 = 0$$

$$\text{Vậy } x = 2010.$$

Câu 4. (HSG 7 trường Phương Trung 2022 - 2023)

Tìm số hữu tỉ x , biết:

a)
$$\frac{x+2}{11} + \frac{x+2}{12} + \frac{x+2}{13} = \frac{x+2}{14} + \frac{x+2}{15}$$

b)
$$x - 2\sqrt{x} = 0 \quad (x \geq 0)$$

Lời giải

a)
$$\frac{x+2}{11} + \frac{x+2}{12} + \frac{x+2}{13} = \frac{x+2}{14} + \frac{x+2}{15}$$

$$(x+2) \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} - \frac{1}{14} - \frac{1}{15} \right) = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$\text{Vậy } x = -2.$$

b)
$$x - 2\sqrt{x} = 0 \Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) = 0$$

TH1: $\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (tm)}.$

$$\text{TH2: } \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \text{ (tm).}$$

$$\text{Vậy } x \in [0; 4]$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2018 - 2019)

$$\text{Tìm } x \text{ thỏa mãn: } (\sqrt{x} - 4)(|x + 2| - 1)(x^2 - 3) = 0$$

Lời giải

$$(\sqrt{x} - 4)(|x + 2| - 1)(x^2 - 3) = 0 \quad (x \geq 0)$$

$$\text{TH1: } \sqrt{x} - 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$$

$$\text{TH2: } |x + 2| - 1 = 0 \Rightarrow |x + 2| = 1 \Rightarrow x + 2 = 1 \text{ hoặc } x + 2 = -1. \text{ Suy ra } x = -1 \text{ (Không thỏa mãn) hoặc } x = -3 \text{ (Không thỏa mãn)}$$

$$\text{TH3: } x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ (vì } x \geq 0 \text{)}.$$

$$\text{Vậy } x \in \{16; \sqrt{3}\}$$

Dạng 3: Sử dụng tính chất lũy thừa

Câu 1. (HSG 7 cấp thị xã 2017 - 2018)

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } 3 + 2^{x-3} = 24 - [4^2 - (2^2 - 1)]$$

Lời giải

$$3 + 2^{x-3} = 24 - [16 - (4 - 1)]$$

$$3 + 2^{x-3} = 24 - [16 - 3]$$

$$3 + 2^{x-3} = 24 - 13$$

$$3 + 2^{x-3} = 11$$

$$2^{x-3} = 8 = 2^3$$

$$x - 3 = 3$$

$$\text{Vậy } x = 6$$

Câu 2. (HSG 7 thị xã Kinh Môn, 2021 - 2022)

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } (2x - 1)^2 - 4 = 21$$

Lời giải

$$(2x - 1)^2 - 4 = 21$$

$$(2x - 1)^2 = 25$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = 5 \text{ hoặc } 2x - 1 = -5$$

$$\Rightarrow 2x = 6 \text{ hoặc } 2x = -4$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = -2$$

$$x \in [3; -2]$$

Vậy

Câu 3. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)

Tìm x biết: $(x - 1)^3 = -27$

Lời giải

$$(x - 1)^3 = -27$$

$$\Rightarrow (x - 1)^3 = (-3)^3$$

$$\Rightarrow x - 1 = -3$$

$$\Rightarrow x = -2$$

Vậy $x = -2$

Câu 4. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018 - 2019)

Tìm x biết: $5^{2x-1} = 5^{2x-3} + 125.24$

Lời giải

$$5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 5^3.24$$

Ta có:

$$\Rightarrow 5^{2x-3}(5^2 - 1) = 5^3.24$$

$$\Rightarrow 5^{2x-3} = 5^3$$

$$\Rightarrow 2x - 3 = 3$$

$$\Rightarrow x = 3$$

Vậy $x = 3$

Câu 5. (HSG 7 trường Phương Trung 2022 - 2023)

Tìm số hữu tỉ x , biết: $(x - 1)^5 = -243$

Lời giải

$$(x - 1)^5 = (-3)^5$$

$$\Rightarrow x - 1 = -3$$

$$\Rightarrow x = -2$$

Vậy $x = -2$

Câu 6. (HSG 7 huyện 2018 - 2019)

Tìm x biết: $(2x - 1)^7 = (2x - 1)^5$

Lời giải

$$(2x - 1)^7 = (2x - 1)^5$$

$$\Rightarrow (2x-1)^5 \cdot [(2x-1)^2-1] = 0$$

TH1: $(2x-1)^5 = 0 \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

TH2: $(2x-1)^2-1=0 \Rightarrow (2x-1)^2=1 \Rightarrow 2x-1=1$ hoặc $2x-1=-1 \Rightarrow x=1$ hoặc $x=0$

$$x \in \left\{ \frac{1}{2}; 1; 0 \right\}$$

Vậy

Dạng 4: Tìm ẩn dạng phân thức

Câu 1. (HSG 7 Huyện Lục Nam 2018 – 2019)

Tìm số nguyên a để $\frac{a^2+a+3}{a+1}$ là số nguyên.

Lời giải

$$\frac{a^2+a+3}{a+1} = \frac{a(a+1)+3}{a+1} = a + \frac{3}{a+1}$$

Ta có:

Vì a là số nguyên nên $\frac{a^2+a+3}{a+1}$ là số nguyên khi $\frac{3}{a+1}$ là số nguyên hay $a+1$ là ước của 3.
Do đó $a+1 \in \{-3; -1; 1; 3\} \Rightarrow a \in \{-4; -2; 0; 2\}$

Vậy với $a \in \{-4; -2; 0; 2\}$ thì $\frac{a^2+a+3}{a+1}$ là số nguyên.

Câu 2. (HSG 7 trường Quang Trung 2018 - 2019)

$$\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = 1 - \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

Tìm các số hữu tỉ dương x, y, z biết :

Lời giải

Biến đổi vế phải thành dạng tương tự vế trái.

$$1 - \frac{1}{2 + \frac{1}{3}} = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} = \frac{1}{\frac{7}{4}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{4}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$$

Suy ra $x=1; y=1; z=1$.

Câu 3. (HSG 7 trường THCS Cù Chính Lan, 2018 - 2019)

Tìm số nguyên x để A có giá trị là một số nguyên biết: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} (x \geq 0)$

Lời giải

Ta có: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$

$A \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x}-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x}-3 \in \ddot{O}(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$

Lập bảng:

$\sqrt{x}-3$	-4	-2	-1	1	2	4
x	Loại	1	4	16	25	49

Vậy $x \in \{1; 4; 16; 25; 49\}$

Câu 4. (HSG 7 huyện Rạch Giá 2018 - 2019)

Tìm các giá trị nguyên của x để $\frac{x+3}{x-2}$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải

Ta có:

$\frac{x+3}{x-2} = \frac{x-2+5}{x-2} = 1 + \frac{5}{x-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-2 \in \ddot{O}(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$

$\Rightarrow x \in \{1; 3; -3; 7\}$

Vậy $x \in \{1; 3; -3; 7\}$

Câu 5. (HSG 7 huyện Yên Mỹ, tỉnh, trường Lê Hồng Phong 2018 - 2019)

Cho 2 biểu thức: $A = \frac{4x-7}{x-2}$; $B = \frac{3x^2-9x+2}{x-3}$

a) Tìm giá trị nguyên của x để mỗi biểu thức có giá trị nguyên.

b) Tìm giá trị nguyên của x để cả hai biểu thức cùng có giá trị nguyên.

Lời giải

a) Ta có: $A = \frac{4x-7}{x-2} = \frac{4(x-2)+1}{x-2} = 4 + \frac{1}{x-2}$

Với $x \in \mathbb{Z}$ thì $x-2 \in \mathbb{Z}$.

Để A nguyên thì $\frac{1}{x-2}$ nguyên.

$\Rightarrow x-2 \in \ddot{O}(1) = \{1; -1\}$

$\Rightarrow x-2 = 1$ hoặc $x-2 = -1$

$\Rightarrow x = 3$ hoặc $x = 1$

Vậy $x \in \{3; 1\}$ thì A nguyên.

$B = \frac{3x^2-9x+2}{x-3} = \frac{3x(x-3)+2}{x-3} = 3x + \frac{2}{x-3}$

Với $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-3 \in \mathbb{Z}$.

Để B nguyên thì $x - 3$ nguyên.
 $\Rightarrow x - 3 \in \mathcal{O}(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$

Do đó $x \in \{5; 1; 4; 2\}$

Vậy để B nguyên thì $x \in \{5; 1; 4; 2\}$

b) Từ câu a suy ra để $\frac{A}{B}$ cùng nguyên thì $x = 1$.

Câu 5. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)

Tìm các giá trị nguyên của x để $\frac{x+3}{x-2}$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải

Ta có: $\frac{x+3}{x-2} = \frac{x-2+5}{x-2} = 1 + \frac{5}{x-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-2 \in \mathcal{O}(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$
 $\Rightarrow x \in \{1; 3; -3; 7\}$

Vậy $x \in \{1; 3; -3; 7\}$

Dạng 5: Tìm x dạng chứa dấu giá trị tuyệt đối

Câu 1. (HSG 7 huyện Thường Tín 2018 - 2019)

Tìm x biết: $|2x - 5| - 47 = \frac{1}{2}x$

Lời giải

$$|2x - 5| - 47 = \frac{1}{2}x \quad (1)$$

-Với $x \geq \frac{5}{2} \Rightarrow 2x - 5 \geq 0 \Rightarrow |2x - 5| = 2x - 5$

$$\Rightarrow 2x - 5 - 47 = \frac{1}{2}x$$

$$\Rightarrow x = \frac{104}{3} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

-Với $x < \frac{5}{2} \Rightarrow 2x - 5 < 0 \Rightarrow |2x - 5| = -2x + 5$

$$\Rightarrow -2x + 5 - 47 = \frac{1}{2}x$$

$$\Rightarrow x = -16\frac{4}{5} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

$$x \in \left\{ \frac{104}{3}; -16\frac{4}{5} \right\}$$

Vậy

Câu 2. (HSG 7 huyện Rạch Giá 2018 - 2019)

a) Tìm x , biết $|x - 1| = \frac{2}{3}$.

b) Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{2x^2 + 3x - 1}{3x - 2}$ với $|x - 1| = \frac{2}{3}$.

Lời giải

a) $|x - 1| = \frac{2}{3}$.

$$x - 1 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

TH1:

$$x - 1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

TH2:

$$x \in \left\{ \frac{5}{3}; \frac{1}{3} \right\}$$

Vậy

$$x = \frac{5}{3} \Rightarrow A = \frac{2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{5}{3} - 1}{3 \cdot \frac{5}{3} - 2} = \frac{14}{27}$$

b)

$$x = \frac{1}{3} \Rightarrow A = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{3} - 1}{3 \cdot \frac{1}{3} - 2} = -\frac{2}{9}$$

$$x = \frac{5}{3} \quad A = \frac{14}{27}$$

Vậy thì

$$x = \frac{1}{3} \quad A = -\frac{2}{9}$$

thì

Câu 3. (HSG 7 huyện Sơn Tây 2018 - 2019)

Tìm x , biết: $3\frac{1}{2} : |2x - 1| = \frac{21}{22}$.

Lời giải

$$3\frac{1}{2} : |2x - 1| = \frac{21}{22} \quad (1)$$

-Nếu $x > \frac{1}{2}$

$$3\frac{1}{2}:|2x-1|=\frac{21}{22}\Rightarrow\frac{7}{2}:(2x-1)=\frac{21}{22}\Rightarrow x=\frac{7}{3} \text{ (thỏa mãn).}$$

Nếu $x < \frac{1}{2}$, ta có:

$$3\frac{1}{2}:|2x-1|=\frac{21}{22}\Rightarrow\frac{7}{2}:(1-2x)=\frac{21}{22}\Rightarrow x=-\frac{4}{3} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$x \in \left\{ \frac{7}{3}; -\frac{4}{3} \right\}$$

Vậy

Câu 4. (HSG 7 huyện Trục Ninh, 2018 - 2019)

Tìm x , biết: $2009 - |x - 2009| = x$

Lời giải

$$2009 - |x - 2009| = x \Rightarrow 2009 - x = |x - 2009|$$

$$\Rightarrow |x - 2009| = -(x - 2009) \Rightarrow x \leq 2009$$

Vậy $x \leq 2009$

Câu 5. Tìm số x thỏa mãn: $|x - 2012| + |x - 2013| = 2014$

Lời giải

$$\text{Nếu } x \leq 2012 \text{ từ đề suy ra } 2012 - x + 2013 - x = 2014 \Rightarrow x = \frac{2011}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Nếu } 2012 \leq x < 2013 \text{ từ đề suy ra } x - 2012 + 2013 - x = 2014 \Rightarrow 0x + 1 = 2014 \text{ (vô lí).}$$

$$\text{Nếu } x \geq 2013 \text{ từ đề suy ra } x - 2012 + x - 2013 = 2014 \Rightarrow x = \frac{6039}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$x \in \left\{ \frac{2011}{2}; \frac{6039}{2} \right\}$$

Vậy

Câu 6. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } \left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$$

Lời giải

$$\left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2 \Rightarrow \left| x + \frac{1}{5} \right| = 2$$

$$\text{TH1: } x + \frac{1}{5} = 2 \Rightarrow x = \frac{9}{5}$$

$$\text{TH2: } x + \frac{1}{5} = -2 \Rightarrow x = -\frac{11}{5}$$

$$x \in \left\{ \frac{9}{5}; -\frac{11}{5} \right\}$$

Vậy

Câu 7: (HSG 7 huyện Tiên Hải 2021 - 2022)

Tìm x , biết $2024x - |1011x + 2| = |1012x + 3|$.

Lời giải

$$2024x - |1011x + 2| = |1012x + 3|$$

$$\Rightarrow |1011x + 2| + |1012x + 3| = 2024x$$

Do $|1011x + 2| \geq 0 \forall x$; $|1012x + 3| \geq 0 \forall x \Rightarrow 2024x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$.

$$\Rightarrow 1011x + 2 + 1012x + 3 = 2024x$$

$$\Rightarrow 2023x + 5 = 2024x$$

$$\Rightarrow x = 5$$

Vậy $x = 5$.

Câu 8: (HSG 7 huyện 2018 - 2019)

Tìm x , biết $|x - 1| = \frac{2}{3}$.

Lời giải

$$|x - 1| = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{2}{3} \\ x - 1 = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Ta có:

$$x - 1 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

TH1 :

$$x - 1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

TH2 :

Vậy $x \in \left\{ \frac{5}{3}; \frac{1}{3} \right\}$.

Câu 9. (HSG 7 huyện 2018 - 2019)

Tìm x biết: $\left| x + \frac{1}{3} \right| - 5 = 7$.

Lời giải

$$\left| x + \frac{1}{3} \right| - 5 = 7 \Rightarrow \left| x + \frac{1}{3} \right| = 12$$

$$x + \frac{1}{3} = 12 \Rightarrow x = \frac{35}{3}$$

TH1 :

$$x + \frac{1}{3} = -12 \Rightarrow x = -\frac{37}{3}$$

TH2 :

Vậy $x \in \left\{ \frac{35}{3}; -\frac{37}{3} \right\}$.

Dạng 6: Sử dụng công thức tính tổng có quy luật

Dạng 7: Tổng các biểu thức không âm bằng 0

Câu 1. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2018 - 2019)

$$(3x - 1)^{2018} + \left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} = 0$$
 Tìm x, y biết:

Lời giải

Ta có:

$$(3x - 1)^{2018} + \left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} = 0$$

Mà $(3x - 1)^{2018} \geq 0$ với mọi x ; $\left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} \geq 0$ với mọi y .

$$\Rightarrow (3x - 1)^{2018} = 0 \text{ và } \left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = 0 \text{ và } y + \frac{3}{5} = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3}; y = -\frac{3}{5}$$

Vậy $x = \frac{1}{3}; y = -4$.

Câu 2. (HSG 7 trường Đáp Cầu 2018 – 2019)

$$\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \leq 0$$
 Tìm x, y biết:

Lời giải

Vì $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 \geq 0$ với mọi x ; $|3y + 12| \geq 0$ với mọi y , do đó:

$$\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \geq 0 \text{ với mọi } x, y.$$

Theo đề bài thì $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \leq 0$. Từ đó suy ra: $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| = 0$.

Khi đó $2x - \frac{1}{6} = 0$ và $3y + 12 = 0$.

Suy ra $x = \frac{1}{12}$ và $y = -4$.

Vậy $x = \frac{1}{12}$; $y = -4$.

Câu 3: (HSG 7 huyện Trục Ninh, 2018 - 2019)

Tìm x, y, z biết: $(2x-1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x+y-z| = 0$

Lời giải

Vì $(2x-1)^{2008} \geq 0$ với mọi x ; $\left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} \geq 0$ với mọi y ; $|x+y-z| \geq 0$ với mọi x, y, z do đó:

$(2x-1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x+y-z| \geq 0$ với mọi x, y, z . Theo đề bài thì:

$(2x-1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x+y-z| = 0$

Từ đó suy ra:

$(2x-1)^{2008} = 0$ và $\left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} = 0$ và $|x+y-z| = 0$

Vậy $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{2}{5}$; $z = \frac{9}{10}$.

Câu 4: (HSG 7 huyện Kinh Môn 2021 - 2022)

Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 1980$ tại x, y thỏa mãn $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$.

Lời giải

Do $|x-1| \geq 0$; $(y+2)^{20} \geq 0$ nên $|x-1| + (y+2)^{20} \geq 0$ với mọi x, y .

Kết hợp $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$ suy ra $|x-1| = 0$ và $(y+2)^{20} = 0 \Rightarrow x = 1$ và $y = -2$.

Giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 1980$ tại $x = 1$; $y = -2$ là:

$C = 2.1^5 - 5.(-2)^3 + 1980 = 2022$

Vậy $C = 2022$.

Dạng 8: Tìm ẩn dựa vào tính chất về dấu

Dạng 9: Sử dụng phương pháp chặn để tìm ẩn

Dạng 10: Tìm ẩn với điều kiện nguyên

Câu 1. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2018 - 2019)

Tìm các cặp số nguyên dương $(a; b)$ biết: $3a - b + ab = 8$.

Lời giải

Ta có $3a - b + ab = 8$.

$(ab - b) + (3a - 3) = 5$

$$b(a-1)+3(a-1)=5$$

$$(a-1)(b+3)=5$$

Lập bảng ta có:

$a-1$	1	5	-1	-5
a	2	6	0	-4
$b+3$	5	1	-5	-1
b	2	-2	-8	-4
Xét	Thỏa mãn	Không thỏa mãn	Không thỏa mãn	Không thỏa mãn

Vậy các cặp số nguyên dương $(a; b)$ cần tìm là $(2; 2)$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Cát Tiên, 2018 - 2019)

Tìm các số nguyên x để biểu thức sau có giá trị là một số nguyên $y = \frac{2x-3}{x-2}$.

Lời giải

Biểu thức $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có giá trị nguyên $\Leftrightarrow 2x-3 \vdots x-2$.
 $\Rightarrow 2(x-2)+1 \vdots x-2 \Rightarrow 1 \vdots x-2 \Rightarrow x-2=1$ hoặc $x-2=-1 \Rightarrow x=3$ hoặc $x=1$.

Vậy $x \in \{3; 1\}$.

Câu 3. (HSG 7 trường THCS Cù Chính Lan, 2018 - 2019)

Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$.

Lời giải

Từ $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{1}{8} - \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{1-2y}{8} \Rightarrow x(1-2y)=40$
 $\Rightarrow 1-2y \in \text{Ö}(40)$. Mà $1-2y$ lẻ nên $1-2y \in \{\pm 1; \pm 5\}$.

$1-2y$	-5	-1	1	5
x	-8	-40	40	8
y	3	1	0	-2

Vậy ta có các cặp số $(x; y) \in \{(-8; 3); (-40; 1); (40; 0); (8; -2)\}$.

Câu 4. (HSG 7 trường Đáp Cầu 2018 – 2019)

Tìm số nguyên x, y biết: $x-2xy+y-3=0$.

Lời giải

Ta có: $x-2xy+y-3=0$
 $\Rightarrow 2x(1-2y)-(1-2y)=5$
 $\Rightarrow (2x-1)(1-2y)=5$

Lập bảng:

$2x - 1$	1	5	- 1	- 5
$1 - 2y$	5	1	- 5	- 1
x	1	3	0	- 2
y	- 2	0	3	1
	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Vậy ta có các cặp số $(x; y) \in \{(1; - 2); (3; 0); (0; 3); (- 2; 1)\}$.

Câu 5. (HSG 7 Huyện Lục Nam 2018 – 2019)

Tìm số nguyên x, y biết: $x - 2xy + y - 3 = 0$.

Lời giải

$$x - 2xy + y = 0 \Rightarrow (1 - 2y)(2x - 1) = - 1$$

Từ

Vì x, y là các số nguyên nên $(1 - 2y)$ và $(2x - 1)$ là các số nguyên, do đó ta có các trường hợp sau:

TH1: $1 - 2y = 1$ và $2x - 1 = - 1 \Rightarrow x = 0$ và $y = 0$.

TH2: $1 - 2y = - 1$ và $2x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1$ và $y = 1$.

Vậy có 2 cặp số $(x; y)$ là $(1; - 2); (3; 0)$ thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Câu 6. Tìm số nguyên x, y biết: $xy + 3x - y = 6$.

Lời giải

$$x(y + 3) - (y + 3) = 3$$

$$\Rightarrow (x - 1)(y + 3) = 3$$

$$\Rightarrow x - 1 = \pm 1 \text{ và } y + 3 = \pm 3 \text{ hoặc } x - 1 = \pm 3 \text{ và } y + 3 = \pm 1$$

Các cặp $(x; y) \in \{(2; 0); (0; - 6); (4; - 2); (- 2; - 4)\}$.

Câu 7. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa 2020 - 2021)

Tìm cặp số $(x; y)$ nguyên thỏa mãn: $x - 2xy + y - 3 = 0$.

Lời giải

Tìm cặp số $(x; y)$ nguyên thỏa mãn: $x - 2xy + y - 3 = 0$.

$$x - 2xy + y - 3 = 0$$

Ta có:

$$\Rightarrow x(1 - 2y) + y = 3$$

$$\Rightarrow 2x(1 - 2y) + 2y = 6$$

$$\Rightarrow 2x(1 - 2y) + 2y - 1 = 6 - 1$$

$$\Rightarrow (2x - 1)(1 - 2y) = 5 \quad (1)$$

$$\Rightarrow 2x - 1 \in \ddot{O}(5) \quad (vì \quad x, y \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow 2x - 1 \in \{1; -1; 5; -5\} \quad (2)$$

(1) (2)
Từ và ta có bảng:

$2x - 1$	1	5	- 1	- 5
$1 - 2y$	5	1	- 5	- 1
x	1	3	0	- 2
y	- 2	0	3	1
	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Vậy $(x, y) \in \{(1; -2), (0; 3), (3; 0), (-2; 1)\}$

Câu 8. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)

Tìm số nguyên x và y biết: $\frac{5}{x} + \frac{y}{2} = \frac{1}{4}$

Lời giải

Ta có: $\frac{5}{x} + \frac{y}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{1}{4} - \frac{y}{2} \Rightarrow x(1 - 2y) = 20$

Vì x và y nguyên mà $1 - 2y$ là số lẻ nên ta có bảng sau:

x	- 20	20	- 4	4
$1 - 2y$	1	- 1	- 5	5
y	0	1	3	- 2

Vậy ta có các cặp số $(x; y) \in \{(-20; 0); (20; 1); (-4; 3); (4; -2)\}$

Câu 9. (HSG 7 huyện Kinh Môn 2021 - 2022)

Tìm số nguyên x và y biết: $x + xy + y = 2$

Lời giải

Ta có: $x + xy + y = 2$
 $x(y + 1) + y + 1 = 3$
 $(x + 1)(y + 1) = 3$

Do x, y nguyên nên $x + 1, y + 1$ cũng nguyên.

Do đó: $x + 1 \in \ddot{O}(3)$ (vì $x, y \in \mathbb{Z}$).

$$\Rightarrow x+1 \in \{1; -1; 3; -3\} \quad (2)$$

(1) (2)
Từ và ta có bảng:

$x+1$	1	-1	3	-3
$y+1$	3	-3	1	-1
x	0	-2	2	-4
y	2	-4	0	-2
	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Vậy $(x; y) \in \{(0; 2), (2; 0), (-2; -4), (-4; -2)\}$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>