

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT NGUYỄN XUÂN NGUYỄN

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**HƯỚNG DẪN HỌC SINH CHINH PHỤC BÀI TOÁN VỀ
TỌA ĐỘ PHẪNG TRONG ĐỀ THI THPT QUỐC GIA**

Người thực hiện : Vũ Mạnh Hùng
Chức vụ: Giáo viên
SKKN môn: Toán

THANH HOÁ NĂM 2016

MỤC LỤC

NỘI DUNG	Trang
Phần 1. Mở đầu.	1
I. Lý do chọn đề tài.	1
II. Phạm vi ứng dụng.	2
Phần 2. Nội dung sáng kiến kinh nghiệm.	2
A. Cơ sở lý luận.	2
B. Cơ sở thực tiễn.	2
1. Hệ thống và rèn luyện kỹ năng giải toán.	3
1.1. Một số bài toán cơ bản về phương pháp tọa độ.	3
1.2. Một số bài toán cơ bản về hình học phẳng.	4
1.3. Một số bài toán trong đề thi ĐH - CĐ.	7
2. Một số dạng toán thường gặp.	7
2.1. Dạng 1. Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện cho trước.	7
2.2. Dạng 2. Viết phương trình đường thẳng.	16
2.3. Dạng 3. Viết phương trình đường tròn.	17
3. Bài tập tự rèn luyện kỹ năng.	18
Phần 3. Kết quả đạt được và bài học kinh nghiệm.	19
1. Kết quả.	19
2. Bài học kinh nghiệm.	20

Phần 1: MỞ ĐẦU

I. Lý do chọn đề tài.

Như chúng ta đã biết môn toán giúp cho học sinh rèn luyện những kỹ năng sử dụng công cụ toán học như vẽ hình không gian, vẽ đồ thị, kỹ năng tính toán, phân tích, tổng hợp. Qua hoạt động học tập môn toán, học sinh còn rèn luyện tính cẩn thận, khả năng phân tích đúng sai, óc thẩm mỹ cũng như phẩm chất tốt đẹp của con người. Vì vậy việc dạy học môn toán luôn đề ra mục đích và mục tiêu quan trọng là hình thành và phát triển tư duy logic, tạo cho học sinh vốn kiến thức và cách vận dụng kiến thức vào thực tiễn.

Trong kì thi THPT Quốc Gia 2015 và các kì thi thử THPT Quốc Gia năm học 2015-2016, bài toán về tọa độ phẳng (tọa độ trong mặt phẳng Oxy) là một thách thức không nhỏ đối với tất cả học sinh, kể cả học sinh khá giỏi. Trong đề thi bài toán tọa độ phẳng là một câu khó, được dùng để phân loại học sinh. Do đó để giải quyết được bài toán này đòi hỏi học sinh phải có kiến thức về hình học vững, phải có tư duy hình học tốt và đồng thời phải biết sử dụng phương tọa độ trong mặt phẳng khéo léo, linh hoạt, chính xác....

Trong quá trình giảng dạy môn toán THPT nói chung, đặc biệt là dạy ôn thi THPT Quốc Gia môn toán nói riêng, tôi nhận thấy đa số học sinh thường né tránh bài toán này, còn một số ít học sinh khá giỏi thì bàn luận về bài toán này theo cách đầy tiếc nuối, ví dụ: chưa chứng minh được tính chất này, tính chất kia, hoặc mới chỉ làm được một phần.... Nhưng nói chung là vẫn chưa chắc chắn được kết quả của bài toán đã hoàn toàn chính xác chưa. Với kinh nghiệm giảng dạy của bản thân, tôi ý thức được đây là một vấn đề khó và trách nhiệm của người giáo viên cần phải định hướng cho học sinh một cách nhìn nhận rõ ràng và đơn giản hơn về vấn đề này. Vì vậy tôi mạnh dạn chọn đề tài: ***“Hướng dẫn học sinh chinh phục bài toán về tọa độ phẳng trong đề thi THPT Quốc Gia”***.

II. Phạm vi ứng dụng.

Đề tài: *“Hướng dẫn học sinh chinh phục bài toán về tọa độ phẳng trong đề thi THPT Quốc Gia”* được áp dụng vào giảng dạy tại lớp 12A2; 12A4 và 10B5 trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên năm học 2015 - 2016.

Phần 2. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

A. Cơ sở lý luận.

Trong chương trình môn toán THPT, nội dung tọa độ trong mặt phẳng Oxy tập trung chủ yếu vào các dạng toán: Xác định tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện cho trước trong tam giác, tứ giác, đường tròn. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh của tam giác, tứ giác, hoặc tiếp tuyến của đường tròn Viết phương trình đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp đa giác..... Vì vậy việc cung cấp và củng cố nội dung kiến thức, phương pháp giải toán, phân loại bài toán là hết sức quan trọng và cần thiết.

B. Cơ sở thực tiễn.

- Đối với học sinh: Đây là một dạng toán khó, vì vậy bước đầu ta không thể phổ biến chung cho tất cả học sinh được, mà phải thực hiện theo cách mỗi lớp chỉ cho một số ít học sinh khá giỏi tập trung làm bài tập dạng này. Và thực tiễn cho thấy, học sinh khá giỏi của mỗi lớp đáp ứng được yêu cầu có thể nói là rất khan hiếm.

- Đối với giáo viên: Bài tập về vấn đề này trong sách giáo khoa hoặc là rất ít, hoặc là quá dễ so với thực tế khi học sinh gặp trong đề thi. Tài liệu tham khảo cũng đề cập đến vấn đề này, nhưng chỉ yêu cầu ở mức độ nhận biết, còn các bài toán ở mức độ vận dụng cao thì chưa nhiều và chưa có tính chất hệ thống.

1. Hệ thống và rèn luyện kỹ năng giải toán.

1.1. Một số bài toán cơ bản về phương pháp tọa độ.

Bài 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(D): x - 2y + 3 = 0$ và hai điểm $A(1;1), B(-1;2)$.

- 1) Viết phương trình đường thẳng (d_1) đi qua A và song song với (D)
- 2) Viết phương trình đường thẳng (d_2) đi qua B và vuông góc với (D)
- 3) Viết phương trình đường thẳng AB

Bài 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(\frac{3}{2}; 0)$ là trung điểm đoạn AC . Phương trình các đường cao AH, BK lần lượt là $2x - y + 2 = 0$ và $3x - 4y + 13 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Bài 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$, đường thẳng BC có phương trình $x + y - 4 = 0$, điểm $M(-1; -1)$ là trung điểm của đoạn AD . Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$, biết đường thẳng AB đi qua điểm $E(-1;1)$.

Bài 4. Trong mp với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Điểm $M(2;0)$ là trung điểm của AB . Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AC .

Bài 5. Cho hình thang vuông $ABCD$ có $\angle B = \angle C = 90^\circ$. Phương trình các đường thẳng AC và DC lần lượt là $x + 2y = 0$ và $x - y - 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình thang $ABCD$, biết trung điểm cạnh AD là $M(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2})$.

Bài 6. Cho điểm $A(5; -4)$ và đường thẳng $(D): 3x + y + 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng (D) .

Bài 7. Cho điểm $A(-2;0), B(1;1)$ và đường thẳng $(D): x + 3y - 3 = 0$.

- 1) Viết phương trình đường thẳng (d_1) đi qua A và tạo với (D) một góc 45° .

2) Viết phương trình đường thẳng (d_2) đi qua A và cách B một khoảng $2\sqrt{2}$.

Bài 8. Cho tam giác ABC biết $A(-4;8); B(5;-4)$ và đường $(D): 3x + y + 4 = 0$.

Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng (D) sao cho $MA = MB$.

1.2. Một số bài toán cơ bản về hình học phẳng.

Bài 1. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm trên cạnh AC sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$. Chứng minh rằng tam giác DMN vuông tại N .

Gợi ý chứng minh

Lấy điểm phụ F là trung điểm của DI sẽ giúp tìm ra lời giải bài toán.

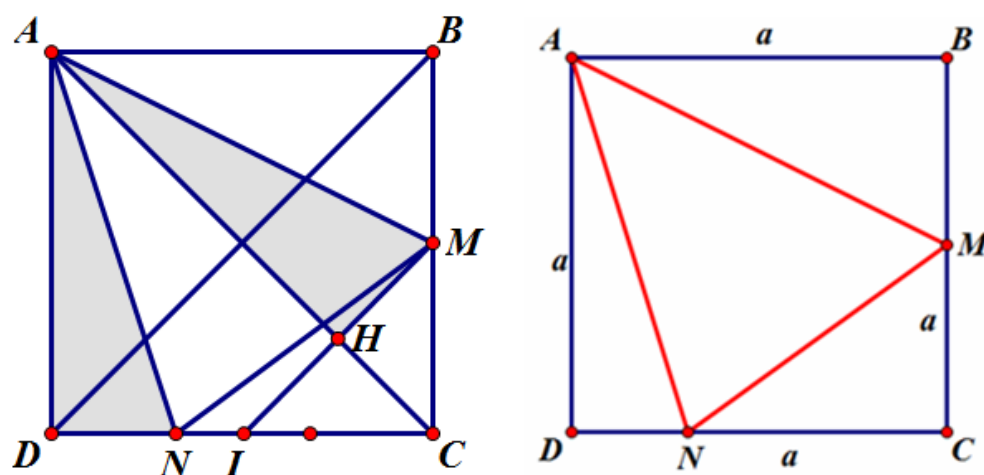
Bài 2. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm trên CD sao cho $CN = 2ND$. Chứng minh $\angle MAN = 45^\circ$. hoctoancapba.com

Gợi ý chứng minh

Cách 1: Chứng minh $\triangle ADN \sim \triangle AHM$, từ đó sẽ suy ra được đpcm.

Cách 2: Tính độ dài ba cạnh của tam giác AMN theo a (cạnh hình vuông).

Áp dụng định lý Côsin vào tam giác AMN sẽ được đpcm.



Bài 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên đường chéo AC . Các điểm M, K lần lượt là trung điểm của AH và DC . Chứng minh rằng $BM \perp KM$.

Gợi ý chứng minh

Lấy điểm phụ E là trung điểm của BH sẽ giúp tìm ra lời giải bài toán.

Bài 4. Cho tam giác ABC cân tại A . Gọi D là điểm trên cạnh AB sao cho $AB = 3AD$ và H là hình chiếu vuông góc của B trên CD , M là trung điểm của HC . Chứng minh rằng $AM \perp BM$.

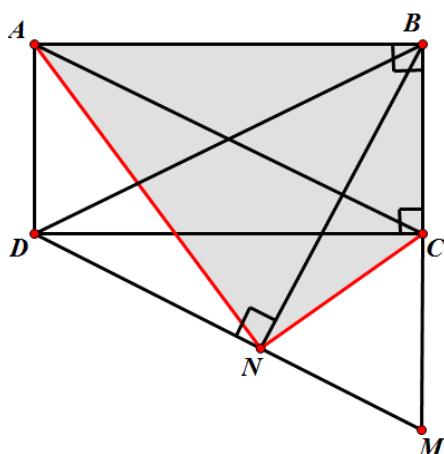
Gợi ý chứng minh

- Gọi N, I là giao điểm của đường thẳng qua B vuông góc với BC với các đường thẳng CD, CA
- Chứng minh tứ giác $NAME$ là hình bình hành và E là trực tâm tam giác NBM sẽ suy ra được đpcm.

Bài 5. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C , N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD . Chứng minh rằng $AN \perp CN$.

Gợi ý chứng minh

Tứ giác $BCND$ và tứ giác $ABCN$ nội tiếp sẽ giúp ta tìm ra lời giải bài toán.



Bài 6. Cho tam giác ABC cân tại A , D là trung điểm đoạn AB . I, E lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , trọng tâm tam giác ADC và G là giao điểm của AI và CD . Chứng minh rằng $DG \perp IE$.

Gợi ý chứng minh

Chứng minh G là trực tâm tam giác DEI

Bài 7. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Gọi I là giao điểm của CM và DN . Chứng minh rằng $AI = AD$.

Gợi ý chứng minh

Lấy điểm phụ P là trung điểm của DC sẽ giúp tìm ra lời giải bài toán.

Bài 8. Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\angle A = \angle D = 90^\circ$) và $DC = 2AB$, H là hình chiếu của D trên đường chéo AC , M là trung điểm của đoạn thẳng HC . Chứng minh rằng $BM \perp MD$.

Gợi ý chứng minh

Lấy điểm phụ E là trung điểm của DH sẽ giúp tìm ra lời giải bài toán.

Bài 9. Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\angle A = \angle B = 90^\circ$) và $BC = 2AD$, H là hình chiếu vuông góc của điểm B trên cạnh CD , M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Chứng minh rằng $AH \perp MH$.

Gợi ý chứng minh

Tứ giác $BDHM$ và tứ giác $AHMD$ nội tiếp sẽ giúp ta tìm ra lời giải bài toán.

Bài 10: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O, R) , phân giác trong của góc A cắt BC tại D , tiếp tuyến tại A với đường tròn cắt BC tại E . Chứng minh tam giác ADE cân tại E .

Bài 11: Cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN = 3NC$. Tính độ dài đoạn IN biết rằng $MN = \sqrt{10}$.

Bài 12: Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O, R) , H là trực tâm tam giác, AH cắt BC tại K và cắt đường tròn tại D . Chứng minh K là trung điểm của HD .

Bài 13: Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O, R) , M, N là chân các đường cao kẻ từ đỉnh B và C . Gọi I, J lần lượt là giao điểm của BM, CN với đường tròn. Chứng minh $AO \perp IJ$.

Bài 14: Cho hình vuông $ABCD$. M là một điểm tùy ý trên đường thẳng BD ($M \neq B, M \neq D$), H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng AB, AD . Chứng minh rằng $CM \perp HK$.

Bài 15: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O, R) , K là tâm đường tròn nội tiếp tam giác, AK cắt đường tròn (O, R) tại D . Chứng minh rằng $DB = DC = DK$

1.3. Một số bài toán trong đề thi ĐH - CĐ.

Bài 1. (CĐ). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(-2;5)$ và đường thẳng $(d): 3x - 4y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (d) . Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) sao cho $AM = 5$.

Bài 2. (ĐH-K.D). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có chân đường phân giác trong của góc A là điểm $D(1;-1)$. Đường thẳng AB có phương trình $3x + 2y - 9 = 0$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC .

Bài 3. (ĐH-K.B). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$. Điểm $M(-3;0)$ là trung điểm của cạnh AB , điểm $H(0;-1)$ là hình chiếu vuông góc của B trên AD và điểm $G\left(\frac{4}{3};3\right)$ là trọng tâm tam giác BCD . Tìm tọa độ các điểm B và D .

Bài 4. (ĐH-K.A). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN = 3NC$. Viết phương trình đường thẳng CD , biết rằng $M(1;2)$ và $N(2;-1)$.

2. Một số dạng toán thi thường gặp.

2.1. Dạng 1: Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện cho trước.

Bài toán tổng quát: Tìm điểm $M \in (D): ax + by + c = 0$ thỏa điều kiện cho trước.

*Phương pháp 1

B1. Đặt tọa độ cho điểm M .

$$M\left(m; -\frac{am+c}{b}\right) \text{ hoặc } M\left(\frac{bm-c}{a}; m\right)$$

B2. Khai thác tính chất hình học của điểm M .

- + Tính đối xứng; Khoảng cách; Góc.
- + Quan hệ song song, vuông góc.
- + Tính chất của điểm và đường đặc biệt trong tam giác.
- + Ba điểm thẳng hàng, hai vector cùng phương.

*Phương pháp 2

B1. Xem điểm M là giao điểm của hai đường (đường thẳng, đường tròn).

B2. Lập phương trình các đường. Giải hệ tìm M .

Ví dụ 1. Cho điểm $A(-1;3)$ và đường thẳng Δ có phương trình $x - 2y + 2 = 0$.

Dựng hình vuông $ABCD$ sao cho hai đỉnh B, C nằm trên Δ và các tọa độ đỉnh C đều dương. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D .

Bài giải

- Đường thẳng (d) đi qua A và vuông góc với Δ có pt: $2x + y + m = 0$

$$A(-1;3) \in \Delta \Leftrightarrow -2 + 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -1. \text{ Suy ra: } (d): 2x + y - 1 = 0$$

- Tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B(0;1)$

$$\text{Suy ra: } BC = AB = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

- Đặt $C(x_0; y_0)$ với $x_0, y_0 > 0$, ta có: $\begin{cases} C \in \Delta \\ BC = \sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 2y_0 + 2 = 0 \\ x_0^2 + (y_0 - 1)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2y_0 - 2 \\ x_0^2 + (y_0 - 1)^2 = 5 \end{cases}$

$$\text{Giải hệ này ta được: } \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ (loại). Suy ra: } C(2;2)$$

- Do $ABCD$ là hình vuông nên: $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = -1 - 0 \\ y_D - 2 = 3 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(1;4)$

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $A(-1;4), B(1;-4)$ và đường thẳng BC đi qua điểm $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

Bài giải

- Phương trình đường thẳng BC : $9x - 2y - 17 = 0$

- Do $C \in BC$ nên ta có thể đặt $C\left(c; \frac{9c-17}{2}\right)$, ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; -8) \\ \overrightarrow{AC} = \left(c+1; \frac{9c-25}{2}\right) \end{cases}$

- Theo gt tam giác ABC vuông tại A nên: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow c+1 - 4 \cdot \frac{9c-25}{2} = 0 \Leftrightarrow c = 3$

- Vậy $C(3;5)$.

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, $I\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và tâm của hình chữ nhật là $M(3;0)$ là trung điểm của cạnh AD . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

Bài giải

- Do MI là đường trung bình của ABD nên $AB = 2MI = 2\sqrt{\frac{9}{4} + \frac{9}{4}} = 3\sqrt{2}$
- Vì $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 12$ nên $AD = \frac{12}{AB} = 2\sqrt{2} \Rightarrow MA = MD = \sqrt{2}$
- Đường thẳng AD qua $M(3;0)$ và nhận $\vec{IM} = \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ làm VTPT có phương trình là: $\frac{3}{2}(x-3) + \frac{3}{2}(y-0) = 0 \Leftrightarrow x+y-3=0$
- Phương trình đường tròn tâm M bán kính $R = \sqrt{2}$ là: $(x-3)^2 + y^2 = 2$
- Tọa độ A và D là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y-3=0 \\ (x-3)^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x \\ (x-3)^2 + (3-x)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$$

Suy ra: ta chọn $A(2;1), D(4;-1)$

- Vì I là trung điểm của AC nên: $\begin{cases} x_C = 2x_I - x_A = 9-2=7 \\ y_C = 2y_I - y_A = 3-1=2 \end{cases} \Rightarrow C(7;2)$

$$\text{Vì I là trung điểm của BD nên: } \begin{cases} x_B = 2x_I - x_D = 5 \\ y_B = 2y_I - y_D = 4 \end{cases} \Rightarrow B(5;4)$$

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(2;-4), B(0;-2)$ và trọng tâm G thuộc đường thẳng $3x - y + 1 = 0$. Hãy tìm tọa độ của C biết rằng tam giác ABC có diện tích bằng 3.

Bài giải

- Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên: $S_{\triangle GAB} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$
- Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+4}{2} \Leftrightarrow x+y+2=0$
- Đặt $G(a;b)$, do $G \in (d): 3x - y + 1 = 0$ nên $3a - b + 1 = 0$, ta có:

$$S_{\triangle GAB} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(G, AB) = 1 \Leftrightarrow a+b+2 = \pm 1$$

Tọa độ G là: $G\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ hoặc $G(-1; -2)$

- Với $G\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ thì $\Rightarrow C\left(-\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$

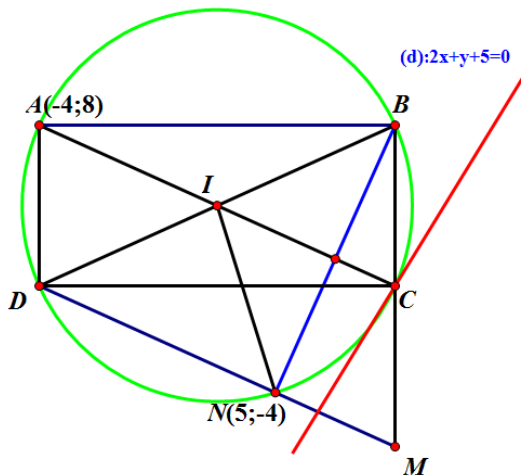
- Với $G(-1; -2)$ thì $\Rightarrow C(-5; 0)$.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $(d): x - y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) mà qua đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến MA và MB với (C) (A, B là hai tiếp điểm) sao cho $\angle AMB = 60^\circ$.

Bài giải

- (C) có tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$
- Theo giả thiết: $\angle AMB = 60^\circ \Rightarrow \angle AMI = \frac{1}{2} \angle AMB = 30^\circ$
- Tam giác AMI vuông tại A nên: $\sin 30^\circ = \frac{AI}{IM} \Rightarrow IM = 2AI = 2R = 2\sqrt{5}$
- Đặt $M(t; t+1) \in (d)$, ta có: $IM^2 = 20 \Leftrightarrow (t+1)^2 + (t-1)^2 = 20 \Leftrightarrow t^2 = 9 \Leftrightarrow t = \pm 3$
- Vậy có hai điểm cần tìm là $M_1(-3; 2)$ và $M_2(3; 4)$.

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x + y + 5 = 0$ và $A(-4; 8)$. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C , N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD . Tìm tọa độ điểm B và C , biết rằng $N(5; -4)$.



Bài giải

- Do $C \in d$ nên $C(t; -2t-5)$. Gọi I là trung điểm của AC , suy ra $I(\frac{-4+t}{2}; \frac{8-2t-5}{2})$
- Tam giác BDN vuông tại N nên $IN = IB$. Suy ra: $IN = IA$:

$$\sqrt{\left(\frac{-4+t}{2} - 5\right)^2 + \left(\frac{8-2t-5}{2} + 4\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{-4+t}{2} - \frac{-4+t}{2}\right)^2 + \left(\frac{8-2t-5}{2} - \frac{8-2t-5}{2}\right)^2} \Leftrightarrow t = 1. \text{ Suy ra: } C(1; -7)$$

· Đường thẳng AC có phương trình: $3x + y + 4 = 0$.

Đường thẳng BN qua N và vuông góc với AC là: $x - 3y - 17 = 0 \Rightarrow B(3a+17; a)$

· Trung điểm của BN thuộc AC nên: $3\left(\frac{3a+17+\frac{5}{3}}{2}\right) + \frac{a-\frac{4}{3}}{2} + 4 = 0 \Rightarrow a = -7$

· Vậy $B(-4; -7)$. $\square$

Ví dụ 7. Cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D .

Bài giải

· Gọi I là giao điểm của AC và $BD \Rightarrow IB = IC$. Mà $IB \perp IC$ nên $\triangle IBC$ vuông cân tại $I \Rightarrow \angle ICB = 45^\circ$

$BH \perp AD \Rightarrow BH \perp BC \Rightarrow \triangle HBC$ vuông cân tại $B \Rightarrow I$ là trung điểm của HC

· Do $CH \perp BD$ và trung điểm I của CH thuộc BD nên tọa độ điểm C t/m:

$$\begin{cases} 2(x+3) - (y-2) = 0 \\ \frac{x-3}{2} + 2\left(\frac{y+2}{2}\right) - 6 = 0 \end{cases} \text{ Do đó } C(-1; 6)$$

· Ta có $\frac{IC}{ID} = \frac{IB}{ID} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow ID = 3IC \Rightarrow CD = \sqrt{IC^2 + ID^2} = IC\sqrt{10} = \frac{CH\sqrt{10}}{2} = 5\sqrt{2}$

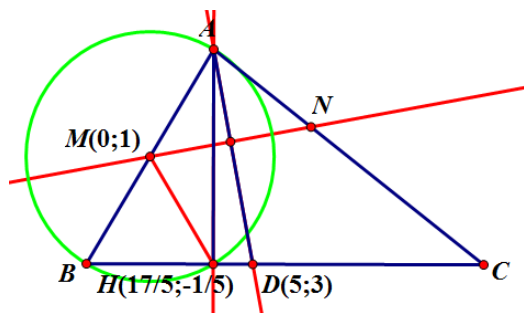
$$\text{Do } D(6-2t; t) \text{ và } CD = 5\sqrt{2} \text{ suy ra: } (7-2t)^2 + (t-6)^2 = 50 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=7 \end{cases}$$

· Vậy $D(4; 1)$ hoặc $D(-8; 7)$.

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{7}{5}; -\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc A là $D(5; 3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

Bài giải

· Ta có $H \in AH$ và $AH \perp HD \Rightarrow AH$ có phương trình: $x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow A(3-2a; a)$



- Do M là trung điểm của AB : $MA=MH \Rightarrow (3-2a)^2 + (a-1)^2 = 13 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=-\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow A(-3;3)$
- Phương trình AD là $y-3=0$. Gọi N đối xứng với M qua $AD \Rightarrow N(0;5)$
- Đường thẳng AC có phương trình $2x-3y+15=0$
Đường thẳng BC có phương trình $2x-y-7=0$
Suy ra tọa độ điểm C thỏa mãn hệ $\begin{cases} 2x-y-7=0 \\ 2x-3y+15=0 \end{cases}$

Ví dụ 9. Cho tam giác ABC có điểm $M(\frac{9}{2}; \frac{3}{2})$ là trung điểm của cạnh AB , điểm $H(-2;4)$ và điểm $I(-1;1)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm C .

Bài giải

- $IM = \sqrt{(\frac{9}{2}+1)^2 + (\frac{3}{2}-1)^2} = \frac{5}{2}$. Ta có $M \in AB$ và $AB \perp IM \Rightarrow AB: 7x-y+33=0$
- $A \in AB \Rightarrow A(a; 7a+33)$. Do M là trung điểm của AB nên $B(-a-9; -7a-30)$
Ta có $AH \perp HB \Rightarrow AH \cdot HB = 0 \Rightarrow a^2 + 9a + 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=-4 \\ a=-5 \end{cases}$
- Với $a=-4 \Rightarrow A(-4;5), B(-5;-2)$. Ta có $BH \perp AC \Rightarrow AC: x+2y-6=0$
Do đó $C(6-2c; c)$. Từ $IC=IA \Rightarrow (7-2c)^2 + (c-1)^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} c=1 \\ c=5 \end{cases}$
Do C khác A , suy ra $C(4;1)$
- Với $a=-5 \Rightarrow A(-5;-2), B(-4;5)$. Ta có $BH \perp AC \Rightarrow AC: 2x-y+8=0$
Do đó $C(t; 2t+8)$. Từ $IC=IA \Rightarrow (t+1)^2 + (2t+7)^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t=5 \end{cases}$
Do C khác A , suy ra $C(-1;6)$.

Ví dụ 10. Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ và đường thẳng $D: y-3=0$. Tam giác MNP có trực tâm trùng với tâm của (C) , các đỉnh N và P thuộc D , đỉnh M và trung điểm cạnh MN thuộc (C) . Tìm tọa độ điểm P .

Bài giải

- Ta có tâm của (C) là $I(1;1)$. Đường thẳng $IM \perp D \Rightarrow IM: x=1 \Rightarrow M(1;a)$.
- Do $M \in (C)$ nên $(a-1)^2 = 4 \Rightarrow a = -1$ hoặc $a = 3$. Mà $M \notin D \Rightarrow M(1;-1)$.
- $N \in D \Rightarrow N(b;3)$. Trung điểm MN thuộc $(C) \Rightarrow \left(\frac{b+1}{2} - 1\right)^2 + \left(\frac{3-1}{2} - 1\right)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ b = -3 \end{cases}$
- Do đó $N(5;3)$ hoặc $N(-3;3)$
- $P \in D \Rightarrow P(c;3)$
 - + Khi $N(5;3)$, từ $\vec{MP} \cdot \vec{IN} = 0$ suy ra $c = -1$. Do đó $P(-1;3)$
 - + Khi $N(-3;3)$, từ $\vec{MP} \cdot \vec{IN} = 0$ suy ra $c = 3$. Do đó $P(3;3)$. $\square$

Ví dụ 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A .

Bài giải

- Gọi H là giao điểm của AN và BD . Kẻ đường thẳng qua H và song song với AB , cắt AD và BC lần lượt tại P và Q . Đặt $HP = x$. Suy ra $PD = x, AP = 3x$ và $HQ = 3x$. Ta có $QC = x$, nên $MQ = x$.

Do đó $\angle AHP = \angle HMQ$, suy ra $AH \perp HM$

- Hơn nữa, ta cũng có $AH = HM$. Do đó $AM = \sqrt{2}MH = \sqrt{2}d(M, (AN)) = \frac{3\sqrt{10}}{2}$
- $A \in AN$, suy ra $A(t; 2t-3)$. Khi đó:

$$MA = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \sqrt{\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2t - 3 - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \end{cases}$$

- Vậy $A(1;-1)$ hoặc $A(4;5)$. $\square$

Ví dụ 12. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$. Các đường thẳng AC và AD lần lượt có phương trình là $x+3y=0$ và $x-y+4=0$; đường thẳng BD đi qua điểm $M(-\frac{1}{3}; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của $ABCD$.

Bài giải

· Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x+3y=0 \\ x-y+4=0 \end{cases} \Rightarrow A(-3;1)$$

· Gọi N là điểm thuộc AC sao cho $MN \parallel AD$.

Suy ra MN có phương trình là $x-y+\frac{4}{3}=0$.

Vì N thuộc AC , nên tọa độ điểm N thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x-y+\frac{4}{3}=0 \\ x+3y=0 \end{cases} \Rightarrow N(-1; \frac{1}{3})$$

· Đường trung trực D của MN đi qua trung điểm của MN và vuông góc với AD , nên có phương trình là: $x+y=0$

· Gọi I và K lần lượt là giao điểm của D với AC và AD .

Suy ra tọa độ của điểm I thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x+y=0 \\ x+3y=0 \end{cases} \Rightarrow I(0;0)$$

và tọa độ điểm K thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x+y=0 \\ x-y+4=0 \end{cases} \Rightarrow K(-2;2)$$

· $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI} \Rightarrow C(3; -1); \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AK} \Rightarrow D(-1;3)$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow B(1; -3).$

Ví dụ 13. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $D: x+y+2=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-2y=0$. Gọi I là tâm của (C) , M là điểm thuộc D . Qua M kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A và B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M , biết tứ giác $MAIB$ có diện tích bằng 10.

Bài giải

· Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$, bán kính $IA = \sqrt{5}$.

Tứ giác $MAIB$ có $MAI = MBI = 90^\circ$ và $MA = MB$

$\Rightarrow S_{MAIB} = IA \cdot MA \Rightarrow MA = 2\sqrt{5} \Rightarrow IM = \sqrt{IA^2 + MA^2} = 5$

- M thuộc D, có tọa độ dạng $M(t; -t-2)$

$$MA = 5 \Rightarrow (t-2)^2 + (t+3)^2 = 25 \Rightarrow 2t^2 + 2t - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \end{cases}$$

- Vậy $M(2; -4)$ hoặc $M(-3; 1)$.

Ví dụ 14: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2; 1)$ là trung điểm cạnh AC, điểm $H(0; -3)$ là chân đường cao kẻ từ A, điểm $E(23; -2)$ thuộc đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ C. Tìm tọa độ điểm B biết điểm A thuộc đường thẳng $d: 2x + 3y - 5 = 0$ và điểm C có hoành độ dương.

Bài giải

- $A \in d: 2x + 3y - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases} \Rightarrow A(-3a + 1, 2a + 1)$.

- Vì $M(2; 1)$ là trung điểm AC nên suy ra $C(3 + 3a; 1 - 2a) \Rightarrow \begin{cases} HA = (-3a + 1; 2a + 4) \\ HC = (3 + 3a; 4 - 2a) \end{cases}$

- Vì $\angle AHC = 90^\circ$ nên $\vec{HA} \cdot \vec{HC} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -\frac{19}{13} \end{cases}$.

+ Với $a = 1 \Rightarrow A(-2; 3), C(6; -1)$ thỏa mãn.

+ Với $a = -\frac{19}{13} \Rightarrow C\left(-\frac{18}{13}; \frac{51}{13}\right)$ không thỏa mãn.

- Với $A(-2; 3), C(6; -1)$ ta có $CE: x + 17y + 11 = 0, BC: x - 3y - 9 = 0$

Suy ra $B(3b + 9; b) \in BC \Rightarrow$ trung điểm AB là $N\left(\frac{3b + 7}{2}; \frac{b + 3}{2}\right)$.

Mà $N \in CE \Rightarrow b = -4 \Rightarrow B(-3; -4)$.

Ví dụ 15: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(3; 3)$, tâm đường tròn ngoại tiếp $I(2; 1)$, phương trình phân giác trong góc $\angle BAC$ là $x - y = 0$.

Tìm tọa độ các đỉnh B, C biết rằng $BC = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ và góc $\angle BAC$ nhọn.

Đáp án: $B(0; 2), C\left(\frac{8}{5}; -\frac{6}{5}\right)$ hoặc $B\left(\frac{8}{5}; -\frac{6}{5}\right), C(0; 2)$.

2.2. Dạng 2: Viết phương trình đường thẳng.

Ví dụ 1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy viết phương trình các đường thẳng chứa các cạnh của tam giác ABC biết $A(1;6)$ và hai đường trung tuyến nằm trên hai đường thẳng có phương trình là $x - 2y + 1 = 0, 3x - y - 2 = 0$.

Bài giải

- Do tọa độ điểm A không nghiệm đúng các phương trình nên ta có:

BM là: $x - 2y + 1 = 0$; CN là: $3x - y - 2 = 0$

- Đặt $B(2b - 1; b)$, do N là trung điểm AB nên: $N\left(b; \frac{b+6}{2}\right)$

$$N\left(b; \frac{b+6}{2}\right) \in CN \Leftrightarrow 3b - \frac{b+6}{2} - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2. \text{ Suy ra: } B(3; 2)$$

- Đặt $C(c; 3c - 2)$, do M là trung điểm AC nên: $M\left(\frac{c+1}{2}; \frac{3c+4}{2}\right)$

$$M\left(\frac{c+1}{2}; \frac{3c+4}{2}\right) \in BM \Leftrightarrow \frac{c+1}{2} - 2 \cdot \frac{3c+4}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow c = -1. \text{ Suy ra: } C(-1; -5)$$

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(6;2)$ và đường tròn (C) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$. Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua M và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$.

Bài giải

- Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$
- Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên AB $\Rightarrow IH = \frac{\sqrt{10}}{2}$
- Đường thẳng (d) thỏa đề bài khi: $d(I; (d)) = IH \Leftrightarrow 9a^2 = b^2 \Leftrightarrow b = \pm 3a$.

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có đường phân giác trong (AD): $x - y = 0$, đường cao (CH): $2x + y + 3 = 0$, cạnh AC qua $M(0; -1)$, $AB = 2AM$. Viết phương trình ba cạnh của tam giác ABC.

Đáp án: (AB): $x - 2y + 1 = 0$; (AC): $2x - y - 1 = 0$; (BC): $2x + 5y + 11 = 0$.

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-1;2)$. Trung tuyến CM: $5x + 7y - 20 = 0$ và đường cao BH: $5x - 2y - 4 = 0$. Viết phương trình các cạnh AC và BC.

Đáp án: Phương trình cạnh BC là: **(BC): $3x + 2y - 12 = 0$.**

Ví dụ 5: Cho tam giác cân ABC có đáy BC nằm trên $d: 2x - 5y + 1 = 0$, cạnh AB nằm trên $d': 12x - y - 23 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AC biết nó đi qua điểm $M(3;1)$.

Đáp án: $AC: 8x + 9y - 33 = 0$.

Ví dụ 6: Cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 - x - 9y + 18 = 0$ và 2 điểm $A(4;1), B(3;-1)$. Gọi C, D là hai điểm thuộc (T) sao cho $ABCD$ là một hình bình hành. Viết phương trình đường thẳng CD .

Đáp án: Có hai đường thẳng thỏa mãn: $2x - y + 6 = 0$; $2x - y + 1 = 0$.

2.3. Dạng 3: Viết phương trình đường tròn.

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 2), B(4; 1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 5 = 0$. Viết phương trình đường tròn đi qua A, B và cắt Δ tại C, D sao cho $CD = 6$.

Bài giải

- Giả sử (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính $R > 0$.
- Vì (C) đi qua A, B nên $IA = IB = R \Leftrightarrow \sqrt{(a-1)^2 + (b-2)^2} = \sqrt{(a-4)^2 + (b-1)^2} = R$
- Kẻ $IH \perp CD$ tại H. Khi đó $CH = 3, IH = d(I, \Delta) = \frac{|-9a + 29|}{5}$
- Suy ra $(C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$ hoặc $(C): \left(x - \frac{43}{13}\right)^2 + \left(y - \frac{51}{13}\right)^2 = \frac{1525}{169}$.

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 5x - 2y - 19 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Từ một điểm M nằm trên đường thẳng Δ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (C) (A và B là hai tiếp điểm). Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác AMB biết rằng $AB = \sqrt{10}$.

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2); B(3;4)$ và đường thẳng $d: y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm A, B và cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt M, N sao cho $\angle MAN = 60^\circ$.

Đáp án: $(C): x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0 \Leftrightarrow (C): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

3. Bài tập tự rèn luyện kĩ năng.

Bài 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Biết rằng $M\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ và đường thẳng BN có phương trình $2x + 9y - 34 = 0$. Tìm tọa độ các điểm A, B biết rằng điểm B có hoành độ âm.

Bài 2: Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2BD$. Biết đường thẳng AC có phương trình $2x - y - 1 = 0$, đỉnh $A(3; 5)$ và điểm B thuộc đường thẳng $(d): x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D của hình thoi $ABCD$.

Bài 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 30 và hai điểm $M(1; 4), N(-4; -1)$ lần lượt nằm trên hai đường thẳng AB, AD . Phương trình đường chéo AC là $7x + 4y - 13 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$, biết hai điểm A và D đều có hoành độ âm.

Bài 4: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích $S = 12$, giao điểm của hai đường chéo là $I\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$, trung điểm của cạnh BC là $M(3; 0)$ và hoành độ điểm B lớn hơn hoành độ điểm C . Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

Bài 5: Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy AB, CD và $CD = 2AB$. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ D xuống AC và M là trung điểm của HC . Biết tọa độ đỉnh $B(5; 6)$, phương trình đường thẳng $(DH): 2x - y = 0$, phương trình đường thẳng $(DM): x - 3y + 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thang $ABCD$.

Bài 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(3; 3)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M\left(2; \frac{4}{3}\right)$ thuộc đường thẳng AB , $N\left(3; \frac{13}{3}\right)$ thuộc đường thẳng CD . Viết phương trình đường chéo BD , biết đỉnh B có hoành độ nhỏ hơn 3.

Bài 7: Cho hình vuông $ABCD$. Gọi $M(1;3)$ là trung điểm của cạnh BC , $N\left(-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ là điểm trên cạnh AC sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$, biết D nằm trên đường thẳng $(d): x - y - 3 = 0$.

Bài 8: Cho tam giác nhọn ABC . Đường thẳng chứa đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A và đường thẳng BC lần lượt có phương trình $3x + 5y - 8 = 0$, $x - y - 4 = 0$. Đường thẳng qua A vuông góc với đường thẳng BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là $D(4; -2)$. Viết phương trình các đường thẳng AB , AC ; biết rằng hoành độ của điểm B không lớn hơn 3.

Kết quả: $(AB): 3x + y - 4 = 0; (AC): y - 1 = 0$.

Phần 3. KẾT QUẢ ĐẠT ĐƯỢC VÀ BÀI HỌC KINH NGHIỆM

1. Kết quả.

Khi chưa thực hiện đề tài này, kết quả của học sinh qua các đợt thi khảo sát và kiểm tra chất lượng là tương đối thấp. Một điểm của câu hình học tọa độ phẳng trong đề thi đa số học sinh "bỏ qua", còn một số ít học sinh giải quyết câu này cũng chỉ đạt được 50% số điểm là cao nhất. Như chúng ta biết, học sinh nào giải quyết được bài toán này, thì chắc chắn điểm của bài thi môn toán sẽ từ 8 trở lên, và khi đó khả năng đậu đại học sẽ rất cao. Do đó giải quyết được dạng bài toán này không những phát huy tính sáng tạo trong học tập của học sinh, mà nó còn tạo được sự tự tin rất lớn cho học sinh trong kì thi THPT Quốc Gia, là tiền đề của sự thành công trong tương lai cho các em học sinh.

Thực tế khi thực hiện đề tài này, chất lượng học tập của học sinh được nâng lên rõ rệt, kết quả qua các lần thi khảo sát tăng lên rất tích cực. Cụ thể thống kê về số lượng học sinh hoàn thành được câu tọa độ phẳng qua kì khảo sát gần đây nhất như sau:

Lớp	Sĩ số	Giải quyết 100%	Giải quyết 70%	Giải quyết 50%	Giải quyết 25%	Không giải quyết được
12A2	37	10	15	6	4	2

12A4	44	5	5	14	9	11
10B5	42	2	4	16	10	10

2. Bài học kinh nghiệm.

Từ việc tiếp thu trên lớp đến việc trình bày vào bài thi của học sinh là cả một quá trình tương đối dài và khó khăn. Thực tế đã cho thấy, nhiều học sinh tiếp thu kiến thức và phát hiện vấn đề rất nhanh, nhưng khi trình bày thì thiếu chặt chẽ, thậm chí là thiếu chính xác. Do vậy giáo viên cần rèn luyện cho học sinh tính cẩn thận, tính tự kiểm tra và luôn phải ôn tập kiến thức có liên quan thường xuyên, liên tục và tỉ mỉ.

Trên đây là những kinh nghiệm được đúc rút từ thực tế giảng dạy môn toán của tôi trong năm học 2015 - 2016. Với khả năng và trình độ có hạn nên đề tài này không tránh khỏi những thiếu sót và hạn chế, rất mong có sự trao đổi và góp ý của các cấp lãnh đạo, các bạn đồng nghiệp để đề tài được hoàn thiện và đầy đủ hơn, góp phần vào việc nâng cao chất lượng giảng dạy môn toán ở bậc THPT nói chung và ở trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên nói riêng.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ	<i>Thanh Hoá, ngày 24 tháng 05 năm 2016</i> Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác. VŨ MẠNH HÙNG
---------------------------------------	---