

DẠNG 6**Phương trình Mũ – Logarit chứa tham số 01**

- Câu 1:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + (4m-1)2^x + 3m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$
A. $m = -1$. **B.** $m = \pm 1$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$.
- Câu 2:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$
A. $m = 4$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = -4$. **D.** $m = 3$.
- Câu 3:** Cho phương trình $(m+1)\log_2^2 x + 2\log_2 x + (m-2) = 0$. Tìm tập hợp các giá trị m để phương trình có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 1 < x_2$
A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. **C.** $(-1; 2)$. **D.** $(-\infty; -1)$.
- Câu 4:** Hỏi có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2018; 2018)$ để phương trình $4^x - 2(m+1)2^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?
A. 2025. **B.** 2008. **C.** 2005. **D.** 6.
- Câu 5:** Tìm tất cả các tham số thực m là để bất phương trình $\log_2(4^x + 2^{x+1}) \leq m + x$ có nghiệm
A. $m \geq 4$. **B.** $m \geq 1$. **C.** $m \geq 2\ln 2$. **D.** $m \leq 4$.
- Câu 6:** Cho phương trình $(m-1)\log_3^2 x + (2016-m)\log_3 x^2 + m - 2017 = 0$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 1 < x_2$?
A. 2013. **B.** 2018. **C.** 2014. **D.** 2015
- Câu 7:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 6^x - 9^x = m(3^x \cdot 2^{x+1} - 9^x)$ có 2 nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 > \frac{\log 5}{\log 2 - \log 3}$?
A. $m > 6$. **B.** $1 < m < 5$. **C.** $-\frac{1}{2} < m < 6$. **D.** $1 < m < 6$
- Câu 8:** Gọi S là tập các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2^2 x + (m+1)\log_2 x - 8 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2^2 = 1$. Tính tổng các phần tử của S .
A. -2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** -3.
- Câu 9:** Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $4^{x+1} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$.
A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 10:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$.
A. $(0; +\infty)$. **B.** $(-\frac{3}{4}; 0)$. **C.** $(-\frac{3}{4}; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 0)$.
- Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm.
A. $m < 1$. **B.** $m \leq 1$. **C.** $m < 0$ **D.** $m < \frac{2}{3}$.

- Câu 12:** Biết phương trình $a\log^2 x + b\log x + 5 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 10^{2018}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.
A. $b = -2018a$. **B.** $a = 2018b$. **C.** $b = 2018a$ **D.** $a = -2018b$.
- Câu 13:** Xét các số nguyên dương a và b sao cho phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $6\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 sao cho $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 2a + 3b$.
A. 33. **B.** 30. **C.** 24. **D.** 35.
- Câu 14:** Tìm tập hợp giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2^2 x + 2\log_2 x + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 4 < x_2$.
A. $m < 0$. **B.** $m < -4$. **C.** $m < -8$. **D.** $-8 < m < -4$.
- Câu 15:** Tìm tập hợp giá trị thực của tham số m để phương trình $\log^2 x - 2(m+1)\log x + 4 = 0$ có hai nghiệm thực $0 < x_1 < 10 < x_2$
A. $m > -1$. **B.** $m < -3$. **C.** $m > \frac{3}{2}$. **D.** $m > 3$.
- Câu 16:** Xét các số nguyên dương a và b sao cho phương trình $a \cdot 100^x - b \cdot 10^x + 5 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 và phương trình $e^{2x} - be^x + 5a = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_3 + x_4 > 10(x_1 + x_2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + b$.
A. 9. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 13.
- Câu 17:** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.
A. $m = -4$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = 44$. **D.** $m = 9$.
- Câu 18:** Cho phương trình $4\log_9^2 x + m\log_{\frac{1}{3}} x + \frac{1}{6}\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = \frac{1}{9}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $1 < m < 2$. **B.** $-3 < m < -1$. **C.** $2 < m < 3$. **D.** $-1 < m < 1$.
- Câu 19:** Cho phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x - m^2 - 2m + 3 = 0$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 68$. Tính tổng các phần tử của S .
A. -1. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 20:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)16^x - (2m-3)2^{2x+1} + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.
A. $-\frac{3}{2} < m < -1$. **B.** $-4 < m < -1$. **C.** $-\frac{6}{5} < m < -1$. **D.** $-1 < m < \frac{3}{2}$.
- Câu 21:** Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $3^{x-2} + m \cdot 3^{-x+2} - 18 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 > 6$:
A. 70. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 71.
- Câu 22:** Cho phương trình $(3 + \sqrt{5})^x + m(3 - \sqrt{5})^x = 3 \cdot 2^x$. Gọi S là tập hợp giá trị thực của m để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $S \subset (0; 3)$. **B.** $S = (0; 2)$. **C.** $S = (0; 3)$. **D.** $S \subset (0; 2)$.

- Câu 23:** Cho hai số nguyên dương a, b và phương trình $9^x - b(3e)^x + a.e^{2x} = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 \geq 10$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + b$
A. 5 **B.** 7 **C.** 16 **D.** 12
- Câu 24:** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 - x_2 = 4$
A. $m = \sqrt{17}$. **B.** $m = \frac{17}{15}$. **C.** $m = \frac{5}{3}$. **D.** $m = \frac{9}{7}$.
- Câu 25:** Cho phương trình $\log_a^2(x-1) - 4\log_a(x-1) - 4(2+m^2) = 0$ với $0 < a \neq 1, m \in \mathbb{R}$. Tìm giá trị thực của a để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1.x_2 = x_1 + x_2 + 15$.
A. $a = 2$. **B.** $a = 4$. **C.** $a = \sqrt[4]{15}$. **D.** $a = \sqrt[4]{17}$.
- Câu 26:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $6^{2x+1} - 5.6^x + m = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.
A. $0 < m < \frac{25}{4}$. **B.** $0 < m < \frac{25}{24}$. **C.** $0 < m < \frac{5}{6}$. **D.** $0 < m < \frac{5}{4}$.
- Câu 27:** Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 10 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 và phương trình $10 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 2a + 3b$
A. 55. **B.** 46. **C.** 43. **D.** 53.
- Câu 28:** Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $e^{2x} - 10e^x + m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.
A. 10. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 23.
- Câu 29:** Cho phương trình $8^x - 3m.4^x + 3(m^2 - 1)2^x + 3m - 29 = 0$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình có ba nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $S = a + 3b$.
A. $S = 30$. **B.** $S = 3 + 3\sqrt[3]{31}$ **C.** $S = 10$. **D.** $S = 9 + \sqrt[3]{31}$.
- Câu 30:** Cho phương trình $\log^2(x+1) + (2m-9)\log(x+1) - m^2 - 1 = 0$. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 + x_1 + x_2 = 999$.
A. $m = 0$. **B.** $m = 6$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 12$.
- Câu 31:** Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $27^x - m3^{2x+1} + (m^2 - 1)3^{x+1} - (m^2 - 1) = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $S = a + b$.
A. $S = 2$. **B.** $S = 1 + \sqrt{3}$. **C.** $S = 2 + \sqrt{2}$. **D.** $S = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$.
- Câu 32:** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $8^x - m2^{2x+1} + (2m^2 - 1)2^x + m - m^3 = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $S = ab$.
A. $S = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $S = \frac{4}{3}$. **C.** $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S = \frac{2}{3}$.
- Câu 33:** Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 2m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.
A. $(2; +\infty)$. **B.** $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Câu 34: Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $(7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{16}\right)$.
 B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left\{0; \frac{1}{16}\right\}$.
 C. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{16}\right]$.
 D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left\{\frac{1}{16}\right\}$.

Câu 35: Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\sqrt{10}+1)^{\log_3 x} - (\sqrt{10}-1)^{\log_3 x} = mx$ có nghiệm dương.

- A. $(0; 3)$.
 B. $(-\infty; +\infty)$.
 C. $(-\infty; 0)$.
 D. $(3; +\infty)$.

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên dương của m để phương trình $16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2)9^x = 0$ có nghiệm dương

- A. 1.
 B. 2.
 C. 4.
 D. 3.

Câu 37: Có bao nhiêu số nguyên của m để phương trình $9^x + 3^x + 6 = m(3^x + 1)$ có nghiệm thực phân biệt

- A. 2.
 B. 4.
 C. 3.
 D. 1.

Câu 38: Với m, n là các số thực không âm thay đổi thỏa mãn phương trình $\ln^2 x - (m+1)\ln x + n = 0$ có nghiệm x_1 . Phương trình $\ln^2 x - (n+1)\ln x + m = 0$ có nghiệm x_2 . Giá trị nhỏ nhất của $2x_1 + x_2^2$ bằng.

- A. 3.
 B. $2e+1$.
 C. $2e+e^2$.
 D. e^2+1 .

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $4^x + 2^x + 27 = 3^m(2^x + 1)$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A. 0.
 B. 2.
 C. 1.
 D. 3.

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log^2 |\cos x| - m \log \cos^2 x - m^2 + 4 = 0$ vô nghiệm là

- A. $(-\sqrt{2}; \sqrt{6}-1)$.
 B. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.
 C. $(-\sqrt{2}; 2)$.
 D. $(-\sqrt{2}; \sqrt{6}+1)$.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A. 1.
 B. 5.
 C. 2.
 D. 4.

Câu 42: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$9 \cdot 9^{x^2-2x} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2x^2-4x+2} = 0 \text{ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.}$$

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$
 B. $\left(-\infty; \frac{3-\sqrt{6}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{6}}{2}; +\infty\right)$
 C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$
 D. $\left(\frac{3-\sqrt{6}}{2}; \frac{3+\sqrt{6}}{2}\right)$

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để phương trình

$$m \cdot 9^{x^2-2x} - (2m+1)6^{x^2-2x+1} + m \cdot 4^{2x^2-4x+2} = 0 \text{ có nghiệm thuộc khoảng } (0; 2).$$

- A. 2012
 B. 2013
 C. 2010
 D. 2011

- Câu 44:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 3 = 0$ có hai nghiệm thực trái dấu.
A. $(-\infty; 2)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $(0; 2)$.
- Câu 45:** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $9^x - m \cdot 3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?
A. 5. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 19.
- Câu 46:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2m \cdot 6^x + m \cdot 4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 2$
A. $\left\{\frac{9}{4}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\left\{\frac{9}{8}\right\}$.
- Câu 47:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $25^x - m \cdot 5^x + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.
A. $(0; 2)$. **B.** $\left(\frac{5}{2}; 4\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2}; 5\right]$. **D.** $\left(\frac{5}{2}; 4\right]$.
- Câu 48:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^{1-x} + 2(m-1)3^{1-x} + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt
A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(1; 2)$.
- Câu 49:** Tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình $16^x - m \cdot 4^x + 25 - m^2$ có hai nghiệm thực phân biệt là.
A. $(0; 5)$. **B.** $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}; 5\right)$. **C.** $(2\sqrt{5}; 5)$. **D.** $(-5; 0)$.
- Câu 50:** Với m, n là các số nguyên dương sao cho phương trình $\ln^2 x - (m+1)\ln x + n = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ; phương trình $\ln^2 x - (n+1)\ln x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 = (x_3 x_4)^2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2m + 3n$ bằng
A. 51. **B.** 46. **C.** 48. **D.** 53.
- Câu 51:** Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\ln^2 x - m \ln x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $1 < x_1 x_2 < 81$.
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.
- Câu 52:** Với m, n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $2018 \log_m x \cdot \log_n x = 2017 \log_m x + 2018 \log_n x + 2019$. Khi P nguyên và đạt giá trị nhỏ nhất thì
A. $m \cdot n = 2^{2020}$. **B.** $m \cdot n = 2^{2017}$. **C.** $m \cdot n = 2^{2019}$. **D.** $m \cdot n = 2^{2018}$.
- Câu 53:** Biết rằng $a \cdot \log_2^2 x + b \log_2 x + c = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)}$ bằng
A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 54:** Gọi $(a; b)$ là tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; \ln 5)$. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng
A. 2. **B.** 4. **C.** -6. **D.** -14.

- Câu 55:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4\log_{25}^2 x - m\log_5 \frac{x}{5} - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 - 50\sqrt{x_1 x_2} + 625 \leq 0$?
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 56:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[0; 2020]$ sao cho với mỗi giá trị a luôn tồn tại số thực x để 3 số $5^{x+1} + 5^{1-x}, \frac{a}{2}$ và $25^x + 25^{-x}$ theo thứ tự đó lập thành 1 cấp số cộng?
A. 2007. **B.** 2009. **C.** 2010. **D.** 2008.
- Câu 57:** Phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (1 - 2a)(2 - \sqrt{3})^x - 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3$. Khi đó a thuộc khoảng
A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$.
- Câu 58:** Cho phương trình $m\ln^2(x+1) - (x+2-m)\ln(x+1) - x - 2 = 0$ (1). Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ là khoảng $(a; +\infty)$. Khi đó, a thuộc khoảng:
A. $(3, 8; 3, 9)$ **B.** $(3, 7; 3, 8)$. **C.** $(3, 6; 3, 7)$. **D.** $(3, 5; 3, 6)$.
- Câu 59:** Cho các số thực a, b, c thay đổi sao cho phương trình $\ln^4 x + a\ln^3 x + b\ln^2 x + c\ln x + 4 = 0$ luôn có ít nhất một nghiệm thực. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $20a^2 + 20b^2 + 5c^2$ bằng:
A. 64 **B.** 48. **C.** 32. **D.** 24.
- Câu 60:** Bất phương trình $\log_2^2 x - (2m+5)\log_2 x + m^2 + 5m + 4 < 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [2; 4)$ khi và chỉ khi
A. $m \in [0; 1)$. **B.** $m \in [-2; 0)$. **C.** $m \in (0; 1]$. **D.** $m \in (-2; 0]$.
- Câu 61:** Tính tổng T của các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$.
A. $T = 28$. **B.** $T = 20$. **C.** $T = 21$. **D.** $T = 27$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.A	5.B	6.D	7.D	8.A	9.B	10.C
11.A	12.A	13.A	14.C	15.C	16.B	17.B	18.B	19.B	20.B
21.D	22.A	23.B	24.B	25.A	26.B	27.A	28.C	29.B	30.C
31.D	32.A	33.B	34.B	35.B	36.B	37.A	38.A	39.A	40.C
41.A	42.A	43.B	44.C	45.B	46.A	47.B	48.C	49.C	50.A
51.C	52.C	53.C	54.D	55.B	56.B	57.D	58.B	59.A	60.B
61.D									

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Chọn C**

Đặt $2^x = t, t > 0$.

Để phương trình $4^x + (4m-1)2^x + 3m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$ thì phương trình $t^2 + (4m-1)t + 3m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm t_1, t_2 dương thỏa mãn $t_1 \cdot t_2 = 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 8m + 5 > 0 \\ 4m - 1 > 0 \\ 3m^2 - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 2: Chọn A

Đặt $\log_3 x = t$, để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$ thì phương trình $t^2 - mt + 1 = 0$ có hai nghiệm t_1, t_2 thực thỏa mãn $t_1 + t_2 = 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 \geq 0 \\ m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$$

Câu 3: Chọn C

Đặt $\log_2 x = t$, Phương trình có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 1 < x_2$ thì phương trình $(m+1)t^2 + 2t + (m-2) = 0$ có hai nghiệm t_1, t_2 thực thỏa mãn $t_1 < 0 < t_2$

$$\Leftrightarrow (m+1)(m-2) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$$

Câu 4: Chọn A

Đặt $2^x = t$. Để phương trình $4^x - 2(m+1)2^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 trái dấu thì phương trình $g(t) = t^2 - 2(m+1)t + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 < 1 < t_2$

$$\Leftrightarrow ag(1) < 0 \Leftrightarrow m - 9 < 0 \Leftrightarrow m < 9$$

Do số nguyên $m \in (-2018; 2018)$ và $m < 9$ nên có 2025 số nguyên thỏa mãn.

Câu 5: Chọn B

$$\text{Bất phương trình } \log_2(4^x + 2^{x+1}) \leq m + x \Leftrightarrow 4^x + 2^{x+1} \leq 2^{m+x} \Leftrightarrow 4^x - 2^x(2^m - 2) \leq 0 \quad (2)$$

Đặt $t = 2^x$

Để bất phương trình $\log_2(4^x + 2^{x+1}) \leq m + x$ (1) có nghiệm thì bất phương trình $t^2 - (2^m - 2)t \leq 0$ có nghiệm $t > 0 \Leftrightarrow m \geq 1$.

Câu 6: Chọn D

Ta có $(m-1)\log_3^2 x + (2016-m)\log_3 x^2 + m - 2017 = 0$

$$\Leftrightarrow (m-1)\log_3^2 x + 2(2016-m)\log_3 x + m - 2017 = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \log_3 x$. Phương trình (1) thành: $(m-1)t^2 + 2(2016-m)t + m - 2017 = 0 \quad (2)$.

Có $0 < x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow \log_3 x_1 < \log_3 1 < \log_3 x_2 \Rightarrow t_1 < 0 < t_2$.

Để phương trình (1) có 2 nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 1 < x_2$ thì (2) có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 < 0 < t_2 \Leftrightarrow \frac{m-2017}{m-1} < 0 \Rightarrow 1 < m < 2017$. Mà m nguyên nên $m \in \{2; 3; \dots; 2016\}$. Vậy có tất cả 2015 giá trị m thỏa mãn.

Câu 7: Chọn D

Ta có $4^x - 6^x - 9^x = m(3^x \cdot 2^{x+1} - 9^x)(1) \Leftrightarrow 4^x - (1+2m)6^x + (m-1)9^x = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - (1+2m)\left(\frac{2}{3}\right)^x + (m-1) = 0$$

Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x > 0$ phương trình (1) thành: $t^2 - (1+2m)t + (m-1) = 0 \quad (2)$.

Để phương trình (1) có 2 nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thì phương trình (2) có 2 nghiệm t dương

điều kiện là
$$\begin{cases} \Delta = (1+2m)^2 - 4(m-1) > 0 \\ (1+2m) > 0 \\ (m-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$$

Khi đó phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt $t_1 = \left(\frac{2}{3}\right)^{x_1}, t_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{x_2}$.

Theo Viet $t_1 \cdot t_2 = m - 1$.

Mà phải có $t_1 \cdot t_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{x_1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{x_2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x_1+x_2} < \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{\log 5}{\log 2 - \log 3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\log_{\frac{2}{3}} 5} = 5 \Rightarrow m - 1 < 5 \Rightarrow m < 6$

Kết hợp điều kiện có $1 < m < 6$.

Câu 8: Chọn A

Xét $\log_2^2 x + (m+1)\log_2 x - 8 = 0 \quad (1)$

Đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình trở thành: $t^2 + (m+1)t - 8 = 0 \quad (2)$

Để (1) có 2 nghiệm thỏa mãn $x_1 x_2 = 1 \Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + 2t_2 = 0 \Leftrightarrow t_1 = -2t_2$.

Vì phương trình (2) có $P = -8 < 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm t_1, t_2 trái dấu

Khi đó, áp dụng định lý Viet cho (2) thì: $t_1 \cdot t_2 = -8 \Leftrightarrow -2t_2 \cdot t_2 = -8 \Leftrightarrow t_2^2 = 4 \Leftrightarrow t_2 = \pm 2$

Trường hợp 1: Xét $t_2 = 2$ là nghiệm của (2) $\Rightarrow 4 + 2(m+1) - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Trường hợp 2: Xét $t_2 = -2$ là nghiệm của (2) $\Rightarrow 4 - 2(m+1) - 8 = 0 \Leftrightarrow m = -3$

Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn là -2 .

Câu 9: Chọn B

Ta có: $4^{x+1} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$ (1)

$$\Leftrightarrow 4^{x+1} + 4^{1-x} = m(2^{2+x} - 2^{2-x} - 8) + 2^{2+x} - 2^{2-x} + 16$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{4^{x+1} + 4^{1-x} - 2^{2+x} + 2^{2-x} - 16}{2^{2+x} - 2^{2-x} - 8} = \frac{4^x + 4^{-x} - 2^x + 2^{-x} - 4}{2^x - 2^{-x} - 2}$$

$$\text{Đặt } t = 2^x - 2^{-x} \Rightarrow m = \frac{t^2 + 2 - t - 4}{t - 2} \Leftrightarrow m = f(t) = t + 1$$

Ta có: $t' = 2^x \cdot \ln 2 + 2^{-x} \cdot \ln 2$

Vì $t'(x) > 0$ nên t là hàm đồng biến nghĩa là: $x \in [0; 1] \Rightarrow t \in \left[0; \frac{3}{2}\right] \Rightarrow f(t) \in \left[1; \frac{5}{2}\right]$.

Để phương trình (1) có nghiệm $x \in [0; 1]$ thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị $y = f(t)$

$$\Leftrightarrow m \in \left[1; \frac{5}{2}\right]. \text{ Vì } m \text{ là số nguyên nên có 2 giá trị của } m \text{ là: } m \in \{1; 2\}.$$

Câu 10: Chọn C

Ta có: $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$

$$\Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2m\log_2 x - 1 < 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \log_2 x$. Với $x \in (\sqrt{2}; +\infty)$ thì $t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

$$\text{Khi đó: (1) trở thành } t^2 - 2mt - 1 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{t^2 - 1}{2t} \quad (2)$$

$$\text{Xét hàm } f(t) = \frac{t^2 + 1}{2t} \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2t^2} > 0 \forall t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

Nên $f(t)$ là hàm đồng biến khi $t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$, khi đó $f(t) \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$

$$\text{Để (1) có nghiệm } x \in (\sqrt{2}; +\infty) \text{ thì (2) có nghiệm } t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right).$$

Câu 11: Chọn A

Điều kiện $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$. Bất phương trình trở thành $t^2 - 2t - 2 < -3m$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t - 2$. Để bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\min f(t) < -3m$

$$\Leftrightarrow -3 < -3m \Leftrightarrow m < 1$$

Câu 12: Chọn A

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log x$. Phương trình trở thành $at^2 + bt + 5 = 0$.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có

$$t_1 + t_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow \log x_1 + \log x_2 = -\frac{b}{a} \Leftrightarrow \log(x_1 x_2) = -\frac{b}{a} \Leftrightarrow x_1 x_2 = 10^{-\frac{b}{a}}.$$

$$10^{2018} = 10^{-\frac{b}{a}} \Leftrightarrow -\frac{b}{a} = 2018 \Leftrightarrow b = -2018a.$$

Câu 13: Chọn A

Điều kiện: $x > 0$. Đặt $t = \ln x$; $u = \log x$, khi đó

$$a \ln^2 x + b \ln x + 6 = 0 \Leftrightarrow at^2 + bt + 6 = 0 \quad (1) \quad \text{và} \quad 6 \log^2 x + b \log x + a = 0 \Leftrightarrow 6u^2 + bu + a = 0 \quad (2)$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và (2) có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thì $b^2 - 24a > 0 \Leftrightarrow b^2 > 24a \quad (*)$

Khi đó giả sử phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 ; phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt u_1, u_2 , ta có $x_1 \cdot x_2 = e^{t_1+t_2}$ và $x_3 \cdot x_4 = 10^{u_1+u_2}$

Theo giả thiết ta có $x_1 x_2 > x_3 x_4 \Leftrightarrow e^{t_1+t_2} > 10^{u_1+u_2} \Rightarrow t_1 + t_2 > (u_1 + u_2) \ln 10$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} > -\frac{b}{6} \ln 10 \Rightarrow a > \frac{6}{\ln 10} \Rightarrow a \geq 3.$$

Kết hợp với (*) suy ra $b^2 > 72 \Rightarrow b \geq 9$ (do b nguyên dương)

Do đó $S = 2a + 3b \geq 33$. Vậy $\min S = 33$.

Câu 14: Chọn C

Điều kiện: $x > 0$. Đặt $t = \log_2 x$, PT $\Leftrightarrow g(t) = t^2 + 2t + m = 0 \quad (2)$

Phương trình $\log_2^2 x + 2 \log_2 x + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 4 < x_2$ khi

Phương trình (2) hai nghiệm thực t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 < 2 < t_2$

$$\Leftrightarrow g(2) < 0 \Leftrightarrow 8 + m < 0 \Leftrightarrow m < -8.$$

Câu 15: Chọn C

Điều kiện: $x > 0$. Đặt $t = \log_2 x$, PT $\Leftrightarrow g(t) = t^2 - 2(m+1)t + 4 = 0 \quad (2)$

Phương trình $\log^2 x - 2(m+1) \log x + 4 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 10 < x_2$

khi phương trình (2) hai nghiệm thực t_1, t_2 thỏa mãn

$$t_1 < 1 < t_2 \Leftrightarrow g(1) < 0 \Leftrightarrow 3 - 2m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}.$$

Câu 16: Chọn B

Phương trình $a \cdot 100^x - b \cdot 10^x + 5 = 0 \Leftrightarrow at^2 - bt + 5 = 0 \quad (t = 10^x > 0) \quad (1)$

$$e^{2x} - be^x + 5a = 0 \Leftrightarrow s^2 - bs + 5a = 0 \quad (s = e^x > 0) \quad (2)$$

$$\text{Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 = b^2 - 20a > 0 \\ \frac{b}{a} > 0; \frac{5}{a} > 0 \\ \Delta_2 = b^2 - 20a > 0 \\ b > 0; 5a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 20a > 0 \\ a > 0 \\ b > 0 \end{cases}.$$

Điều kiện $x_3 + x_4 > 10(x_1 + x_2) \Leftrightarrow e^{x_3+x_4} > e^{10(x_1+x_2)} \Leftrightarrow e^{x_3} \cdot e^{x_4} > 10^{10(x_1+x_2) \cdot \log e}$

$$\Leftrightarrow e^{x_3} \cdot e^{x_4} > [10^{x_1} \cdot 10^{x_2}]^{10 \log e} \Leftrightarrow 5a > \left(\frac{5}{a}\right)^{10 \log e}$$

$$\Leftrightarrow a^{10 \log e + 1} > 5^{10 \log e - 1} \Leftrightarrow (10 \log e + 1) \log_5 a > 10 \log e - 1 \Leftrightarrow \log_5 a > \frac{10 \log e - 1}{10 \log e + 1} \Leftrightarrow a > 5^{\frac{10 \log e - 1}{10 \log e + 1}}.$$

Giá trị a nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình là: $a = 3$.

Với $a = 3$, ta có $b^2 > 20a = 60$. Số nguyên dương b nhỏ nhất thỏa mãn là: $b = 8$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $a + b$ là 11.

Câu 17: Chọn B

Điều kiện: $x > 0$. Đặt $t = \log_3 x$, phương trình trở thành: $t^2 - mt + 2m - 7 = 0$ (1).

Ta có: $x_1 \cdot x_2 = 81 \Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 4$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 81$

$\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4(2m - 7) > 0 \\ m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 18: Chọn B

Điều kiện $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương với

$$4\left(\frac{1}{2}\log_3 x\right)^2 - m\log_3 x + \frac{1}{6} \cdot (-2)\log_3 x + m - 3 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - \left(m + \frac{1}{3}\right)\log_3 x + m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - \left(m + \frac{1}{3}\right)t + m - 3 = 0 \text{ (1). Ta có: } x_1 x_2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = -2$$

Nên phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thỏa mãn $x_1 x_2 = \frac{1}{9}$

$\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = -2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = \left(m + \frac{1}{3}\right)^2 - 4(m - 3) > 0 \\ m + \frac{1}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{7}{3} \in (-3; -1).$$

Câu 19: Chọn B

Điều kiện xác định $x > 0$.

$$\text{Đặt } \log_2 x = t, \text{ ta có phương trình } t^2 - 4t + (1 - m)(m + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 - m \\ t = m + 3 \end{cases}.$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi $1 - m \neq m + 3 \Leftrightarrow m \neq -1$.

Ta có $\log_2 x_1 = 1 - m \Leftrightarrow x_1 = 2^{1-m}$ và $\log_2 x_2 = m + 3 \Leftrightarrow x_2 = 2^{m+3}$.

$$\text{Từ đó } x_1^2 + x_2^2 = 68 \Leftrightarrow (2^{1-m})^2 + (2^{m+3})^2 = 68 \Leftrightarrow \frac{4}{4^m} + 64 \cdot 4^m = 68$$

$$\Leftrightarrow 16 \cdot (4^m)^2 - 17 \cdot 4^m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^m = 1 \\ 4^m = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Như vậy $S = \{-2; 0\}$. Tổng các các phần tử của S bằng -2 .

Câu 20: Chọn B

$$\text{Ta có } (m+1)16^x - (2m-3)2^{2x+1} + 6m+5 = 0 \Leftrightarrow (m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m+5 = 0$$

$$\text{Đặt } 4^x = t > 0 \text{ ta có phương trình } (m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0 \quad (*)$$

Giả sử phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow 4^{x_1} < 1 < 4^{x_2}$. Khi đó, phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 < 1 < t_2$.

Đặt $f(t) = (m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5$.

Điều kiện để phương trình (*) có hai nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$ là

$$\begin{cases} (m+1)f(0) > 0 \\ (m+1)f(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)[(m+1).0^2 - 2(2m-3).0 + 6m+5] > 0 \\ (m+1)[(m+1).1^2 - 2(2m-3).1 + 6m+5] < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(6m+5) > 0 \\ (m+1)(3m+12) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(6m+5) > 0 \\ (m+1)(3m+12) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < -1.$$

Câu 21: Chọn D

Ta có $3^{x-2} + m.3^{-x+2} - 18 = 0 \Leftrightarrow 3^{x-2} + \frac{m}{3^{x-2}} - 18 = 0 \Leftrightarrow 3^{2(x-2)} - 18.3^{x-2} + m = 0$ (1)

Đặt $t = 3^{x-2}$, $t > 0$ ta được phương trình: $t^2 - 18t + m = 0$ (2)

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 > 6$ khi phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1.t_2 > 9$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 81 - m > 0 \\ S = 18 > 0 \\ m > 9 \end{cases} \Leftrightarrow 9 < m < 81$$

$m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \in \{10, 11, 12, \dots, 80\} \Rightarrow$ có 71 số nguyên thỏa yêu cầu.

Câu 22: Chọn A

Ta có $(3 + \sqrt{5})^x + m(3 - \sqrt{5})^x = 3.2^x \Leftrightarrow (3 + \sqrt{5})^{2x} - 3.(3 + \sqrt{5})^x 2^x + m2^{2x} = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^{2x} - 3.\left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^x + m = 0$$
 (1)

Đặt $t = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^x$, $t > 0$ ta được phương trình: $t^2 - 3t + m = 0$ (2)

Phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ S = 3 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4} \Rightarrow S = \left(0; \frac{9}{4}\right) \Rightarrow S \subset (0; 3)$$

Câu 23: Chọn B

Ta có $9^x - b(3e)^x + a.e^{2x} = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - b3^x.e^x + a.e^{2x} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{e}\right)^{2x} - b\left(\frac{3}{e}\right)^x + a = 0$ (1)

Đặt $t = \left(\frac{3}{e}\right)^x$, $t > 0$ ta được phương trình $t^2 - bt + a = 0$ (2)

Phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 \geq 10$ khi phương trình

(2) có hai nghiệm dương phân biệt $t_1; t_2$ thỏa mãn $t_1.t_2 \geq \left(\frac{3}{e}\right)^{10}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 4a > 0 \\ b > 0 \\ a \geq \left(\frac{3}{e}\right)^{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 2\left(\frac{3}{e}\right)^5 \\ a \geq \left(\frac{3}{e}\right)^{10} \end{cases}. \text{ Vì } a, b \in \mathbb{Z}^+ \text{ nên } \begin{cases} a \geq 3 \\ b \geq 4 \end{cases} \Rightarrow S = a + b \geq 7$$

$\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + b$ là 7

Câu 24: Chọn B

Ta có $4^x - m.2^{x+1} + m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 2m.2^x + m^2 - 1 = 0$ (1)

Đặt $t = 2^x, t > 0$ ta được phương trình $t^2 - 2m.t + m^2 - 1 = 0$ (2)

Phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 - x_2 = 4$ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt $t_1; t_2$ thỏa mãn $t_1 = 16t_2$.

$$\text{Phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt } t_1; t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 > 0 \\ 2m > 0 \\ m^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} t_1 + t_2 = 2m \\ t_1 = 16t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17t_2 = 2m \\ t_1 = 16t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{2m}{17} \\ t_1 = \frac{32m}{17} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } t_1.t_2 = m^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{64m^2}{289} = m^2 - 1 \Leftrightarrow 225m^2 = 289 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{17}{15}(n) \\ m = -\frac{17}{15}(l) \end{cases}. \text{ Vậy } m = \frac{17}{15}$$

Câu 25: Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ 1 \neq a > 0 \end{cases}$. Ta có $\log_a^2(x-1) - 4\log_a(x-1) - 4(2+m^2) = 0$ (1)

Đặt $t = \log_a(x-1)$. Ta được phương trình $t^2 - 4t - 4(2+m^2) = 0$ (2)

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1.x_2 = x_1 + x_2 + 15$ khi phương trình

(2) có hai nghiệm phân biệt $t_1; t_2$ thỏa mãn $t_1 + t_2 = \log_a 16$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S = \log_a 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4(m^2 + 3) > 0 \forall m \\ \log_a 16 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2$$

Câu 26: Chọn B

Ta có: $6^{2x+1} - 5.6^x + m = 0 \Leftrightarrow 6.6^{2x} - 5.6^x + m = 0$.

Đặt $t = 6^x$, phương trình trở thành $6t^2 - 5.6t + m = 0$ (1).

Để phương trình có hai nghiệm âm phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt thoả $0 < t_1 < t_2 < 1$. Để ý tổng hai nghiệm của phương trình (1) nếu có là $t_1 + t_2 = \frac{5}{6} < 1$. Suy ra điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm thoả điều kiện bài toán là:

$$\begin{cases} \Delta = 25 - 24m > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{25}{24} \\ \frac{m}{6} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{25}{24}$$

Câu 27: Chọn A

Điều kiện để mỗi phương trình có hai nghiệm thực phân biệt là $b^2 > 40a$

Khi đó $-\frac{b}{a} = \ln x_1 + \ln x_2 = \ln(x_1 x_2) \rightarrow x_1 x_2 = e^{-\frac{b}{a}}$

Và $-\frac{b}{10} = \log x_3 + \log x_4 = \log(x_3 x_4) \Rightarrow x_3 x_4 = 10^{-\frac{b}{10}}$

Do đó ta có bpt $e^{-\frac{b}{a}} > 10^{-\frac{b}{10}} \Leftrightarrow -\frac{b}{a} > -\frac{b}{10} \ln 10 \Leftrightarrow a > \frac{10}{\ln 10} \approx 4,342$.

Suy ra $a \geq 5 \rightarrow b^2 > 200 \Rightarrow S \geq 10 + 45 = 55$

Vậy phương trình có 6 nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{11\pi}{4}; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Câu 28: Chọn C

Đặt $t = e^x$ ($t > 0$), phương trình trở thành $t^2 - 10t + m = 0$ (1).

Với $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow t_1 < 1 < t_2$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm thoả điều kiện đó thì:

$$\begin{cases} af(0) > 0 \\ af(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m - 9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 9$$

Câu 29: Chọn B

Đặt $t = 2^x$, phương trình trở thành $t^3 - 3mt^2 + 3(m^2 - 1)t + 3m - 29 = 0$

Xét hàm số $y = t^3 - 3mt^2 + 3(m^2 - 1)t + 3m - 29$, $y' = 3t^2 - 6mt + 3(m^2 - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = m - 1 \\ t = m + 1 \end{cases}$$

Để $y = 0$ có ba nghiệm phân biệt ta phải có điều kiện sau:

$$\begin{cases} y_{CD} \cdot y_{CT} < 0 \\ x_{CD} > 0 \\ y(0) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(m-1)y(m+1) < 0 \\ m-1 > 0 \\ 3m-29 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < \frac{29}{3} \\ (m^3 - 27)(m^3 - 31) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 3 < m < \sqrt[3]{31}$$

$$\text{Vậy } S = 3 + \sqrt[3]{31}$$

Câu 30: Chọn C

Ta có: $9 - 2m = \log(x_1 + 1) + \log(x_2 + 1) = \log(x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1) = \log 1000 = 3$

Suy ra $m = 3$.

Thay vào phương trình thử lại ta được:

$$\log^2(x+1) - 3\log(x+1) - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log(x+1) = 5 \\ \log(x+1) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 99999 \\ x = -\frac{99}{100} \end{cases} \text{ thoả điều kiện bài toán.}$$

Câu 31: Chọn D

$$27^x - m3^{2x+1} + (m^2 - 1)3^{x+1} - (m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow 3^{3x} - 3m3^{2x} + 3(m^2 - 1)3^x - (m^2 - 1) = 0(*)$$

Đặt $3^x = t (t > 0)$.

Phương trình (*) có dạng $\Leftrightarrow t^3 - 3mt^2 + 3(m^2 - 1)t - (m^2 - 1) = 0(**)$.

Phương trình (*) có ba nghiệm thực khi và chỉ khi phương trình (**) có ba nghiệm thực phân biệt lớn hơn 0.

Xét hàm số $f(t) = t^3 - 3mt^2 + 3(m^2 - 1)t - (m^2 - 1)$, $f'(t) = 3t^2 - 6mt + 3(m^2 - 1)$.

Ta có $f'(t) = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m và $t_1 = m - 1, t_2 = m + 1$ là hai nghiệm của phương trình.

$$\text{Yêu cầu của bài toán tương đương với } \begin{cases} f(t_1) > 0 \\ f(t_2) < 0 \\ t_1 > 0 \\ f(0) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - 3)(m - 1) > 0 \\ (m^2 - 2m - 1)(m + 1) < 0 \\ m - 1 > 0 \\ -m^2 + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{2}.$$

Vậy

Câu 32: Chọn A

$$8^x - m2^{2x+1} + (2m^2 - 1)2^x + m - m^3 = 0 \Leftrightarrow 8^x - 2m2^{2x} + (2m^2 - 1)2^x + m - m^3 = 0(*)$$

Đặt $2^x = t (t > 0)$.

Phương trình (*) có dạng $\Leftrightarrow t^3 - 2mt^2 + (2m^2 - 1)t + m - m^3 = 0(**)$.

Phương trình (*) có ba nghiệm thực khi và chỉ khi phương trình (**) có ba nghiệm thực phân biệt lớn hơn 0.

$$t^3 - 2mt^2 + (2m^2 - 1)t + m - m^3 = 0 \Leftrightarrow (t - m)(t^2 - mt + m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = m(1) \\ t^2 - mt + m^2 - 1 = 0(2) \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán tương đương với: $m > 0$ và phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt khác m .

$$\text{Hay } \begin{cases} m^2 - m^2 + m^2 - 1 \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \pm 1 \\ -\frac{2}{\sqrt{3}} < m < \frac{2}{\sqrt{3}} \\ m > 0 \\ m^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \pm 1 \\ -\frac{2}{\sqrt{3}} < m < \frac{2}{\sqrt{3}} \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Vậy để phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt thì $m \in \left(1; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

Câu 33: Chọn B

$$\text{Đặt } t = (2 + \sqrt{3})^x \Rightarrow (2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t} \text{ (Điều kiện: } t > 0).$$

Ta được phương trình: $t + \frac{1}{t} = 2m - 1$ (1). Xét hàm số $f(t) = t + \frac{1}{t}$ với $t > 0$

$$f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2} = \frac{t^2 - 1}{t^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (nhân)} \\ t = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	2	$+\infty$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2m - 1 > 2 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$.

Câu 34: Chọn B

Ta có: $(7 - 3\sqrt{5})^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2 - 1} \Leftrightarrow \left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} + m\left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{2}$.

Đặt: $t = \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}$ ($t \geq 1$) phương trình trở thành:

$$\frac{1}{t} + mt = \frac{1}{2} \Leftrightarrow mt^2 - \frac{1}{2}t + 1 = 0 \quad (1)$$

Với $t = 1$ có duy nhất $x = 0$; với $t > 1$ có hai giá trị của x .

Yêu cầu bài toán tương đương với (1):

$$m = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ (thỏa mãn)}$$

Phương trình có nghiệm kép lớn hơn 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4m = 0 \\ t_0 = \frac{1}{4m} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{16}$.

Phương trình có hai nghiệm thỏa mãn

$$t_1 < 1 < t_2 \Leftrightarrow af(1) < 0 \Leftrightarrow 1\left(m - \frac{1}{2} + 1\right) < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$$

Câu 35: Chọn B

Với $x > 0$ thì $x = 3^{\log_3 x}$. Khi đó:

$$(\sqrt{10} + 1)^{\log_3 x} - (\sqrt{10} - 1)^{\log_3 x} = mx \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{\log_3 x} - \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)^{\log_3 x} = m$$

Đặt $t = \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{\log_3 x} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)^{\log_3 x} = \frac{1}{t}$ (Điều kiện: $t > 0$). Ta được phương trình:

$$t - \frac{1}{t} = m \quad (1).$$

Xét hàm số: $f(t) = t - \frac{1}{t}$ với $t > 0$.

$$f'(t) = 1 + \frac{1}{t^2} > 0, \forall t > 0.$$

Bảng biến thiên:

t	0	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	$-\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = m$ luôn cắt đồ thị hàm số $f(t) = t - \frac{1}{t}$ với $t > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình (1) luôn có nghiệm $t > 0$ với mọi $m \Rightarrow$ Phương trình đã cho luôn có nghiệm dương với mọi m .

Câu 36: Chọn B

$$16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2)9^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 2\left(\frac{4}{3}\right)^x + m-2 = 0$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{4}{3}\right)^x, x > 0 \Rightarrow t > 1$$

$$\text{Xét hàm số } y = t^2 - 2t + m - 2, t > 1 \Rightarrow y' = 2t - 2 > 0.$$

$$\text{Hàm số luôn đồng biến nên } y > y(1) \Rightarrow y > m - 3.$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm dương } 0 > m - 3 \Leftrightarrow m < 3 \Rightarrow m = 1 \vee m = 2$$

Câu 37: Chọn A

$$9^x + 3^x + 6 = m(3^x + 1) \Leftrightarrow \frac{9^x + 3^x + 6}{(3^x + 1)} = m. \text{ Xét hàm số } y = \frac{t^2 + t + 6}{t + 1}, t = 3^x > 0$$

Phương trình $9^x + 3^x + 6 = m(3^x + 1)$ có nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình

$$\frac{t^2 + t + 6}{t + 1} = m \text{ có 2 nghiệm dương phân biệt}$$

$$y' = \frac{t^2 + 2t - 5}{(t + 1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 + \sqrt{6} \\ t = -1 - \sqrt{6} \end{cases}$$

x	0			$-1+\sqrt{6}$	$+\infty$	
$f'(x)$				-	0	+
$f(x)$	6				$-1+2\sqrt{6}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $9^x + 3^x + 6 = m(3^x + 1)$ có nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-1 + 2\sqrt{6} < m < 6$. Vậy $m = 4 \vee m = 5$

Câu 38: Chọn A

Điều kiện để hai phương trình có nghiệm là $\Delta_1 = (m+1)^2 - 4n \geq 0; \Delta_2 = (n+1)^2 - 4m \geq 0$. Khi đó theo công thức nghiệm phương trình bậc hai ta có:

$$\begin{cases} \ln x_1 = \frac{m+1 \pm \sqrt{(m+1)^2 - 4n}}{2} \geq \frac{m+1 - \sqrt{(m+1)^2 - 4n}}{2} \geq \frac{m+1 - \sqrt{(m+1)^2}}{2} = 0 \\ \ln x_2 = \frac{n+1 \pm \sqrt{(n+1)^2 - 4m}}{2} \geq \frac{n+1 - \sqrt{(n+1)^2 - 4m}}{2} \geq \frac{m+1 - \sqrt{(m+1)^2}}{2} = 0 \end{cases}, \forall m, n \geq 0$$

Do đó $2x_1 + x_2^2 \geq 2e^0 + (e^0)^2 = 3$. Dấu bằng đạt $m = 1 = 0$ và $x_1 = x_2 = 1$.

Câu 39: Chọn A

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$), phương trình trở thành:

$$t^2 + t + 27 = 3^m(t+1) \Leftrightarrow t^2 + (1-3^m)t + 27 - 3^m = 0$$

Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi phương trình cuối có hai nghiệm

$$\text{dương, tức là } \begin{cases} \Delta = (1-3^m)^2 - 4(27-3^m) > 0 \\ S = 3^m - 1 > 0 \\ P = 27 - 3^m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 6\sqrt{3} - 1 < 3^m < 27 \Leftrightarrow \log_3(6\sqrt{3} - 1) < m < 3.$$

Câu 40: Chọn C

Ta có: $\log^2 |\cos x| - m \log \cos^2 x - m^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \log^2 |\cos x| - 2m \log |\cos x| - m^2 + 4 = 0$ (1).

Đặt $t = \log |\cos x| \Rightarrow t \in (-\infty; 0]$ (1) trở thành: $t^2 - 2mt - m^2 + 4 = 0$ (2)

Phương trình (1) vô nghiệm khi phương trình (2) xảy ra các trường hợp sau:

Trường hợp 1: phương trình (2) vô nghiệm, tức là $\Delta' = 2m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ (3)

Trường hợp 2: phương trình (2) có 2 nghiệm $0 < t_1 \leq t_2$ tức là:

$$\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ a.f(0) > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \sqrt{2} \\ m \leq -\sqrt{2} \\ -2 < m < 2 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{2} \leq m < 2 \quad (4)$$

Kết hợp (3); (4) ta được $m \in (-\sqrt{2}; 2)$

Câu 41: Chọn A

Ta có: $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ (1). Đặt $t = 2^x \Rightarrow t > 0$

(1) $\Leftrightarrow t^2 - 2mt + 2m^2 - 5 = 0$ (2).

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khi phương trình (2) có 2 nghiệm thỏa $0 < t_1 < t_2$ tức là:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ a.f(0) > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 5 > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{\sqrt{10}}{2} \\ m < \frac{-\sqrt{10}}{2} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5}. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m = 2.$$

Câu 42: Chọn A

Phương trình đã cho tương đương: $3^{2(x^2-2x+1)} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2(x^2-2x+1)} = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{2(x^2-2x+1)} - (2m+1)\left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+1} + 4m-2 = 0 \quad (1). \text{ Đặt } t = \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+1}, 0 < t \leq 1.$$

Khi đó phương trình trở thành: $t^2 - (2m+1)t + 4m-2 = 0 \quad (2)$

Ứng với một giá trị $t, 0 < t < 1$ ta tìm được hai giá trị của x .

Ta cần tìm m để (2) có một nghiệm $t, 0 < t < 1$.

Ta có $\Delta = (2m-3)^2 \Rightarrow \Delta \geq 0$

Nếu $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$, khi đó phương trình (2) có nghiệm $t = 2(L)$.

Nếu $\Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2}$, khi đó để phương trình (2) có nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$ thì:

$$\begin{cases} af(0) > 0 \\ af(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m-2 > 0 \\ 2m-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right).$$

Câu 43: Chọn B

Phương trình đã cho tương đương: $\left(\frac{3}{2}\right)^{2(x^2-2x)} - (2m+1)\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-2x} + m = 0 \quad (1).$

Vì x thuộc khoảng $(0;2)$ nên: $-1 \leq x^2 - 2x < 0$. Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-2x} \left(\frac{2}{3} \leq t < 1\right)$.

Khi đó phương trình trở thành: $t^2 - (2m+1)t + m = 0 \quad (2).$

Phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $(0;2)$ khi phương trình (2) có nghiệm thuộc $t \in \left[\frac{2}{3}; 1\right)$.

Vì $t \in \left[\frac{2}{3}; 1\right)$ nên $(2) \Leftrightarrow m(t^2 - 2t + 1) - t = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t}{(t-1)^2}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{(t-1)^2} \quad t \in \left[\frac{2}{3}; 1\right) \Rightarrow f'(t) = -\frac{1}{(t-1)^2} \cdot \frac{2t+1}{t-1} > 0, \forall t \in \left[\frac{2}{3}; 1\right)$.

Suy ra hàm số $f(t) = \frac{t}{(t-1)^2}$ đồng biến trên $\left(\frac{2}{3}; 1\right) \Rightarrow f(t) \geq f\left(\frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow f(t) \geq 6$.

Từ đó suy ra $m \geq 6$. Vậy có 2013 giá trị của tham số.

Câu 44: Chọn C

Xét phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 3 = 0 \quad (1)$. Đặt $2^x = t$, điều kiện $t > 0$.

Khi đó phương trình theo t có dạng $t^2 - 2mt + 3m - 3 = 0 \quad (2)$

Để phương trình (1) có hai nghiệm thực trái dấu thì phương trình (2) phải có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 < 1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \\ (t_1-1)(t_2-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 3 > 0 \\ 2m > 0 \\ 3m - 3 > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 3m - 3 - 2m + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (1; 2)$$

Vậy $m \in (1; 2)$.

Câu 45: Chọn B

Xét phương trình $9^x - m \cdot 3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ (1)

Đặt $3^x = t$, điều kiện $t > 0$.

Khi đó phương trình theo t có dạng $t^2 - 3mt + 3m^2 - 75 = 0$ (2)

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (2) phải có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 4(3m^2 - 75) > 0 \\ 3m > 0 \\ 3m^2 - 75 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 + 300 > 0 \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -5 \\ m > 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-10; 10) \\ m > 5 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (5; 10)$$

Do m nguyên và $m \in (5; 10)$ nên $S = \{6; 7; 8; 9\}$. Vậy S có 4 phần tử.

Câu 46: Chọn A

Ta có: $9^x - 2m \cdot 6^x + m \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 2m \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + m = 0$ (1).

Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 2mt + m = 0$ (1).

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 < 1 < t_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m > 0 \\ 2m > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0.$$

Áp dụng định lí Vi-et ta có: $\left(\frac{3}{2}\right)^{x_1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{x_2} = m \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x_1+x_2} = m$

Theo đề bài ta có: $x_1 + x_2 = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x_1+x_2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$

Thử lại ta được $m = \frac{9}{4}$ thỏa mãn.

Câu 47: Chọn B

Đặt $5^x = t > 0$, phương trình trở thành $t^2 - m \cdot t + 2m - 5 = 0$ (1).

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 < 1 < t_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(1) < 0 \\ f(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 4 < 0 \\ 2m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m > \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} < m < 4. \text{ Vậy } m \in \left(\frac{5}{2}; 4\right).$$

Câu 48: Chọn C

$9^{1-x} + 2(m-1)3^{1-x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 9 + 6(m-1) \cdot 3^x + 9^x = 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(m-1)^2 - 9 > 0 \\ -6(m-1) > 0 \\ 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

Câu 49: Chọn C

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4(25 - m^2) > 0 \\ S = m > 0 \\ P = 25 - m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m^2 - 100 > 0 \\ m > 0 \\ -5 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2\sqrt{5} \\ m > 2\sqrt{5} \\ m > 0 \\ -5 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 2\sqrt{5} < m < 5$$

Câu 50: Chọn A

Ta có phương trình $\ln^2 x - (m+1)\ln x + n = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4n > 0 \quad (1)$$

phương trình $\ln^2 x - (n+1)\ln x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Delta > 0 \Leftrightarrow (n+1)^2 - 4m > 0 \quad (2)$

Khi đó $x_1 x_2 = (x_3 x_4)^2 \Leftrightarrow \ln x_1 + \ln x_2 = 2(\ln x_3 + \ln x_4) \Leftrightarrow m+1 = 2(n+1) \Leftrightarrow m = 2n+1$ nên $P = 2m+3n = 7n+2$

$$\text{Từ (1), (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 + n + 1 > 0 \\ n^2 - 6n - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n > 3 + 2\sqrt{3} \\ n < 3 - 2\sqrt{3} \end{cases} \xrightarrow{n > 0, n \in \mathbb{Z}} n \geq 7$$

Do đó $P \geq 51$. Vậy $P_{\min} = 51$

Câu 51: Chọn C

Ta có phương trình $\ln^2 x - m\ln x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 56 = (m-4)^2 + 40 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

Khi đó $1 < x_1 x_2 < 81 \Leftrightarrow 0 < \ln(x_1 x_2) < \ln 81 \Leftrightarrow 0 < \ln x_1 + \ln x_2 < \ln 81 \Leftrightarrow 0 < m < \ln 81 \approx 4,4$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$. Vậy có 4 giá trị cần tìm

Câu 52: Chọn C

Ta có: $2018 \log_m x \cdot \log_n x = 2017 \log_m x + 2018 \log_n x + 2019$

$$\Leftrightarrow 2018 \log_m x \cdot \log_n m \cdot \log_m x = 2017 \log_m x + 2018 \cdot \log_n m \cdot \log_m x + 2019$$

$$\Leftrightarrow 2018 \cdot \log_n m \cdot (\log_m x)^2 - (2017 + 2018 \cdot \log_n m) \cdot \log_m x + 2019 = 0$$

Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là 2 nghiệm của phương trình ta có:

$$\log_m x_1 + \log_m x_2 = \frac{2017 + 2018 \cdot \log_n m}{2018 \log_n m} \Leftrightarrow \log_m (x_1 \cdot x_2) = \frac{2017}{2018 \cdot \log_n m} + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_m (x_1 \cdot x_2) = \frac{2017}{2018} \cdot \log_m n + \log_m m \Leftrightarrow \log_m (x_1 \cdot x_2) = \log_m \left(n^{\frac{2017}{2018}} \cdot m \right) \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = n^{\frac{2017}{2018}} \cdot m$$

Để x_1, x_2 nguyên và nhỏ nhất và m, n nguyên nhỏ nhất khác 1 $\Rightarrow n^{\frac{2017}{2018}}; m$ nguyên và nhỏ nhất khác 1 $\Rightarrow n = 2^{2018}$ và $m = 2 \Rightarrow m.n = 2^{2019}$

Câu 53: Chọn C

Đặt $t = \log_2 x, x \in [1; 2] \rightarrow t \in [0; 1]$

Phương trình đã cho trở thành: $a.t^2 + bt + c = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 1]$ nếu:

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ a.f(0) \geq 0 \\ a.f(1) \leq 0 \\ 0 \leq \frac{S}{2} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b^2 - 4ac > 0 \\ ac \geq 0 \\ a(a+b+c) \geq 0 \\ 0 \leq -\frac{b}{a} \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b^2 - 4ac > 0 \\ \frac{c}{a} \geq 0 \\ 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} \geq 0 \\ -2 \leq \frac{b}{a} \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Do $\begin{cases} \frac{c}{a} \geq 0 \\ 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} \geq -1 \quad (2)$. Từ (1) và (2) $\Rightarrow -1 \leq \frac{b}{a} \leq 0$

Mà $P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)} = \frac{\left(1 - \frac{b}{a}\right)\left(2 - \frac{b}{a}\right)}{1 - \frac{b}{a} + \frac{c}{a}} \leq \frac{\left(1 - \frac{b}{a}\right)\left(2 - \frac{b}{a}\right)}{1 - \frac{b}{a}}$

Đặt $u = \frac{b}{a} \rightarrow u \in [-1; 0] \Rightarrow P \leq \frac{(1-u)(2-u)}{1-u} = 2-u \Rightarrow P \leq 3$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} u = -1 \\ \frac{c}{a} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} = -1 \\ \frac{c}{a} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -a \\ c = 0 \end{cases}$

Câu 54: Chọn D

Xét phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0, (1)$. Đặt $t = e^x, x \in (0; \ln 5) \Rightarrow t \in (1; 5)$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow 2t^2 - 8t - m = 0 \Leftrightarrow m = 2t^2 - 8t, (2)$.

Xét hàm số $f(t) = 2t^2 - 8t, t \in (1; 5)$.

Ta có $f'(t) = 4t - 8; f'(t) = 0 \Leftrightarrow 4t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên

t	1	2	5
f'(t)	-	0	+
f(t)	-6	-8	10

Phương trình (1) có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 5)$ khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm thuộc khoảng $(1; 5)$. Dựa vào BBT ta thấy $m \in (-8; -6)$.

Câu 55: Chọn B

Xét phương trình $4\log_{25}^2 x - m\log_5 \frac{x}{5} - 1 = 0 \Leftrightarrow 4\log_{25}^2 x - m\log_5 x + m - 1, (x > 0)$. Đặt

$$t = \log_5 x$$

Phương trình đã cho trở thành $4t^2 - mt + m - 1 = 0, (*)$. Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\text{khi và chỉ khi } \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 16(m - 1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 16m + 16 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 8 - 4\sqrt{3} \\ m > 8 + 4\sqrt{3} \end{cases}.$$

Ta có $t_1 = \log_5 x_1 \Rightarrow x_1 = 5^{t_1}; t_2 = \log_5 x_2 \Rightarrow x_2 = 5^{t_2}$. Khi đó $x_1 \cdot x_2 = 5^{t_1+t_2} = 5^{\frac{m}{4}}$.

Theo đề ra ta có

$$x_1 x_2 - 50\sqrt{x_1 x_2} + 625 \leq 0 \Leftrightarrow 5^{\frac{m}{4}} - 50\sqrt{5^{\frac{m}{4}}} + 625 \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{5^{\frac{m}{4}}} = 25 \Leftrightarrow 5^{\frac{m}{4}} = 5^4 \Leftrightarrow m = 16(TM)$$

Câu 56: Chọn B

Vì 3 số $5^{x+1} + 5^{1-x}, \frac{a}{2}$ và $25^x + 25^{-x}$ theo thứ tự đó lập thành 1 cấp số cộng nên:

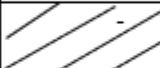
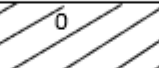
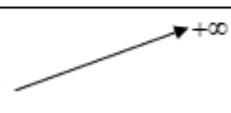
$$\Rightarrow \frac{5^{x+1} + 5^{1-x} + 25^x + 25^{-x}}{2} = \frac{a}{2} \Leftrightarrow 5 \cdot 5^x + \frac{5}{5^x} + 5^{2x} + \frac{1}{5^{2x}} = a \Leftrightarrow 5\left(5^x + \frac{1}{5^x}\right) + \left(5^x + \frac{1}{5^x}\right)^2 - 2 = a(*)$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có nghiệm.

Đặt $t = 5^x + \frac{1}{5^x}, t \geq 2$, phương trình $(*)$ trở thành: $t^2 + 5t - 2 = a$

Xét hàm số $f(t) = t^2 + 5t - 2$ với $t \geq 2$ có $f'(t) = 2t + 5, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{2}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	2	$+\infty$
$f'(x)$		0		$+$
$f(x)$			12	

Dựa vào bảng xét dấu phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow a \geq 12$. Mà $a \in [0; 2020]$ nên $a \in [12; 2020]$ Vậy số giá trị nguyên của a là $2020 - 12 + 1 = 2009$.

Câu 57: Chọn D

$$\text{Ta có: } (2 + \sqrt{3})^x + (1 - 2a)(2 - \sqrt{3})^x - 4 = 0 \Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^x + (1 - 2a) \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^x} - 4 = 0 (*)$$

$$\text{Và } x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3 \Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{x_1-x_2} = 3 \Leftrightarrow \frac{(2+\sqrt{3})^{x_1}}{(2+\sqrt{3})^{x_2}} = 3 \Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{x_1} = 3(2+\sqrt{3})^{x_2}.$$

$$\text{Đặt } t = (2+\sqrt{3})^x, t \geq 0.$$

$$\text{Phương trình (*) trở thành: } t + (1-2a)\frac{1}{t} - 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + (1-2a) = 0, t > 0 \quad (1).$$

$$\text{Ta lại có: } \Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{x_1} = 3(2+\sqrt{3})^{x_2} \Rightarrow t_1 = 3t_2.$$

YCBT trở thành Phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt thỏa mãn $t_1 = 3t_2$.

$$\text{Phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(1-2a) > 0 \\ 4 > 0 \\ 1-2a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < a < \frac{1}{2}. (*)$$

$$\text{Áp dụng hệ thức vi-et cho (1) ta được: } \begin{cases} t_1 + t_2 = 4 \\ t_1 t_2 = 1-2a \\ t_1 = 3t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \\ t_1 t_2 = 1-2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \\ 1.3 = 1-2a \end{cases} \Leftrightarrow a = -1.$$

Ta thấy $a = -1$ thỏa mãn điều kiện (*).

Câu 58: Chọn B

Với điều kiện $x > -1$, ta biến đổi phương trình (1) tương đương với:

$$[\ln(x+1)+1] \cdot [m\ln(x+1)-(x+2)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x+1)+1=0 \\ m\ln(x+1)-(x+2)=0 \end{cases} \quad (a) \quad (b)$$

$$\text{Phương trình (a)} \Leftrightarrow \ln(x+1) = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e} - 1 < 0 \text{ (loại).}$$

Phương trình (b) $\Leftrightarrow m\ln(x+1) = x+2$. Vì $m = 0$ không thỏa mãn phương trình nên:

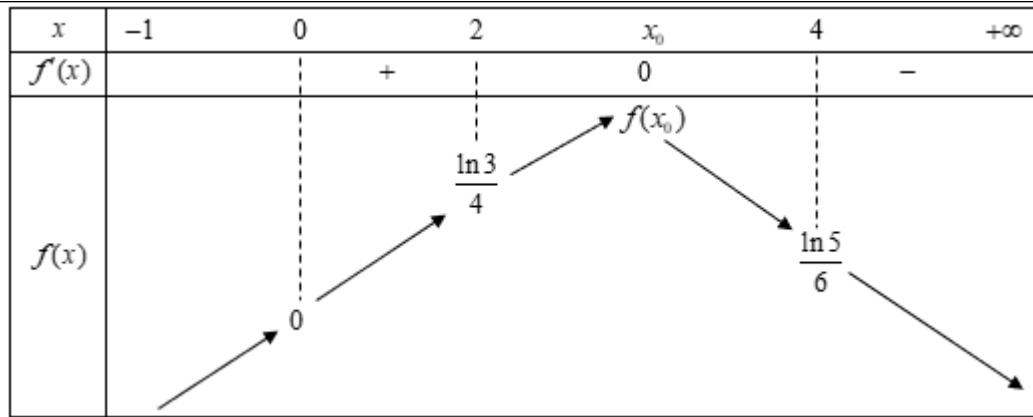
$$(b) \Leftrightarrow \frac{\ln(x+1)}{x+2} = \frac{1}{m} \quad (*)$$

Khi đó, YCBT trở thành phương trình (*) có **hai nghiệm phân biệt thỏa mãn** $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+2}, x > -1. \text{ Khi đó: } f'(x) = \frac{\frac{x+2}{x+1} - \ln(x+1)}{(x+2)^2}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x+2}{x+1} = \ln(x+1)$$

Vì vế trái là hàm nghịch biến và vế phải là hàm đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ nên phương trình có tối đa 1 nghiệm. Mặt khác, $f'(2) > 0, f'(3) < 0$ nên phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x_0 \in (2; 3)$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn

$$0 < x_1 < 2 < 4 < x_2 \text{ khi và chỉ khi } f(0) < \frac{1}{m} < f(4) \Leftrightarrow 0 < \frac{1}{m} < \frac{\ln 5}{6} \Leftrightarrow m > \frac{6}{\ln 5} \approx 3,72.$$

Vậy $a \approx 3,72 \in (3,7; 3,8)$.

Câu 59: Chọn A

Với điều kiện $x > 0$ và đặt ẩn phụ $\ln x = t, t \in \mathbb{R}$, phương trình đã cho trở thành:

$$t^4 + at^3 + bt^2 + ct + 4 = 0 \quad (*)$$

Vì phương trình đã cho luôn có ít nhất một nghiệm thực nên phương trình (*) cũng có ít nhất một nghiệm thực. Giả sử t_0 là một nghiệm của phương trình (*). Khi đó:

$$t_0^4 + at_0^3 + bt_0^2 + ct_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow at_0^3 + bt_0^2 + ct_0 = -(t_0^4 + 4)$$

Áp dụng bất đẳng thức bunhiacopski, ta được:

$$(4a^2 + 4b^2 + c^2) \left(\frac{t_0^6}{4} + \frac{t_0^4}{4} + t_0^2 \right) \geq (at_0^3 + bt_0^2 + ct_0)^2 = (t_0^4 + 4)^2$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 + 4b^2 + c^2 \geq \frac{(t_0^4 + 4)^2}{\frac{t_0^6}{4} + \frac{t_0^4}{4} + t_0^2} = \frac{4(t_0^4 + 4)^2}{t_0^6 + t_0^4 + 4t_0^2}$$

$$\text{Do đó: } P = 20a^2 + 20b^2 + 5c^2 = 5(4a^2 + 4b^2 + c^2) \geq \frac{20(t_0^4 + 4)^2}{t_0^6 + t_0^4 + 4t_0^2}$$

$$\text{Đặt } t_0^2 = u, u > 0 \text{ thì } P \geq 20 \cdot \frac{(u^2 + 4)^2}{u^3 + u^2 + 4u} = 20 \cdot f(u)$$

$$\text{Ta có: } f'(u) = \frac{4u(u^2 + 4)(u^3 + u^2 + 4u) - (u^2 + 4)^2(3u^2 + 2u + 4)}{(u^3 + u^2 + 4u)^2} = \frac{(u^2 + 2u + 4)(u^2 + 4)(u - 2)}{(u^3 + u^2 + 4u)^2}$$

$f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = 2$. Bảng biến thiên:

u	0	2	$+\infty$
$f'(u)$		0	+
$f(u)$	$+\infty$	$\frac{16}{5}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $f(u) \geq \frac{16}{5}$. Vậy $P \geq 20 \cdot f(u) \geq 20 \cdot \frac{16}{5} = 64$.

Câu 60: Chọn B

$$\text{Đặt } t = \log_2 x, x \in [2; 4) \Leftrightarrow t \in [1; 2)$$

$$\text{Bất phương trình đã cho trở thành } t^2 - (2m+5)t + m^2 + 5m + 4 < 0 \Leftrightarrow m+1 < t < m+4 \quad (1)$$

Vậy bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in [2; 4)$ khi và chỉ khi (1) nghiệm đúng với mọi $t \in [1; 2) \Leftrightarrow m+1 < 1 < 2 \leq m+4 \Leftrightarrow m \in [-2; 0)$.

Câu 61: Chọn D

$$\text{Đặt } t = e^x, x < \frac{1}{\log e} \Leftrightarrow 0 < t < 10$$

$$\text{Phương trình đã cho trở thành } f(t) = t^2 - 2mt + m^2 - m = 0 \quad (1)$$

Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$ khi và chỉ khi phương trình

(1) có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 10)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m > 0 \\ 1. f(0) = m^2 - m > 0 \\ 1. f(10) = m^2 - 21m + 100 > 0 \\ 0 < \frac{S}{2} = m < 10 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(1; \frac{21 - \sqrt{41}}{2}\right).$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên ta có $m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Vậy $T = 27$.

