

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

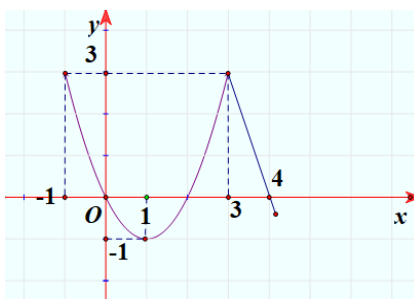
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		5		-27		$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-27; +\infty)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[1; 4]$.

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 3. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x = -2$ và $y = -3$.

B. $x = -2$ và

$y = 1$.

C. $x = -2$ và $y = 3$.

D. $x = 2$ và

$y = 1$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	3	

Arrows indicate the function values at the boundaries: from 1 to $-\infty$, from 2 to $-\infty$, and from 3 to $+\infty$.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

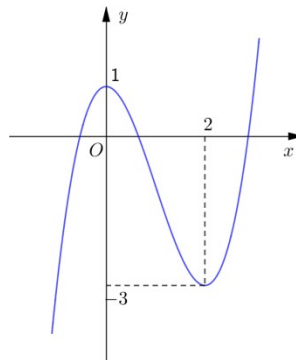
A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 6. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



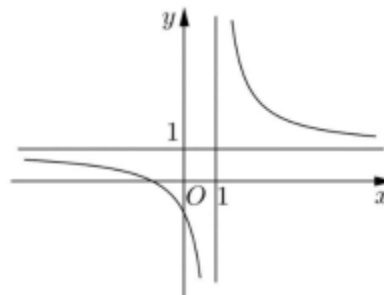
A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 7. Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = x^4 + x^2 + 1$

D. $y = x^3 - 3x - 1$

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(3; -1; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(0; -1; 0)$. D. $(3; 0; 0)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho $a = (2; 3; 2)$ và $b = (1; 1; -1)$. Vector $a - b$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.

Câu 11. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở Bảng 1 sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Bảng 1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A. 25 . B. 8,125 . C. 20 . D. 10,25 .

Câu 12. Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng 1. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

- A. 31,77 . B. 32 . C. 31 . D. 31,44 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x + 8$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 6x^2 - 6$.
b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $(-1; 12)$.
d) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 4 .

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = -x + 1 - \frac{1}{x-1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 1$.

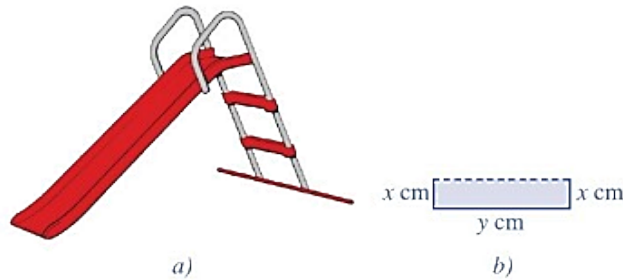
$$f'(x) = \frac{2x - x^2}{(x-1)^2}, x \neq 1.$$

b) Đạo hàm của hàm số là

c) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ là -2 .

d) Bất phương trình $x^2 + (m-2)x - m + 2 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x > 1$ nếu $m \geq -2$.

Câu 3. Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (Hình 5a) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm , mặt cắt được mô tả ở Hình 5b. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích của mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.



Hình 5

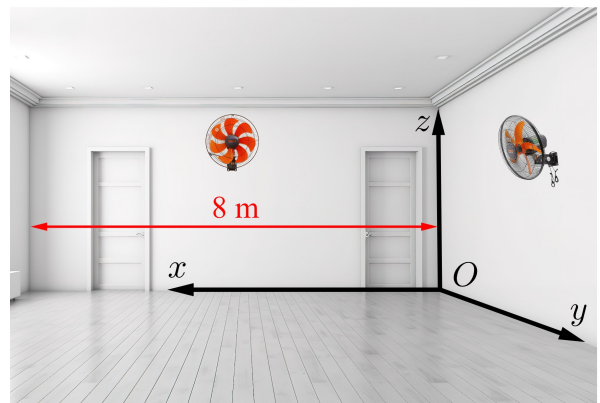
a) Khi $x = 40 \text{ cm}$. Thì diện tích máng trượt sẽ đạt giá trị lớn nhất.

b) Gọi S là diện tích mặt cắt. Công thức tính S theo x là $S = xy = x(80 - 2x)$

c) Diện tích mặt cắt sẽ luôn tăng lên khi tăng x từ 10 cm đến 30 cm .

d) Với $x = 20 \text{ cm}$ thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em.

Câu 4. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8 m , rộng 6 m và cao 4 m có 2 cây quạt treo tường. Cây quạt A treo chính giữa bức tường 8 m và cách trần 1 m , cây quạt B treo chính giữa bức tường 6 m và cách trần $1,5 \text{ m}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sau (đơn vị: mét).



a) Tọa độ cây quạt A là $A(4; 0; 3)$.

b) Tọa độ cây quạt B là $B\left(3; 0; \frac{5}{2}\right)$.

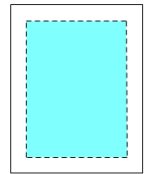
c) Khoảng cách từ cây quạt B đến gốc tọa độ O xấp xỉ 1,95 m.

d) Khoảng cách giữa hai cây quạt là $AB \approx 5,02$ m.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giả sử hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị của biểu thức $A = a + b$ bằng bao nhiêu ?

Câu 2. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384cm^2 . Sau khi để lên trên và để dưới đều là 3cm , để trái và để phải đều là 2cm . Phần còn lại của trang sách được in chữ. Kích thước tối ưu của trang sách là bao nhiêu để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất ?



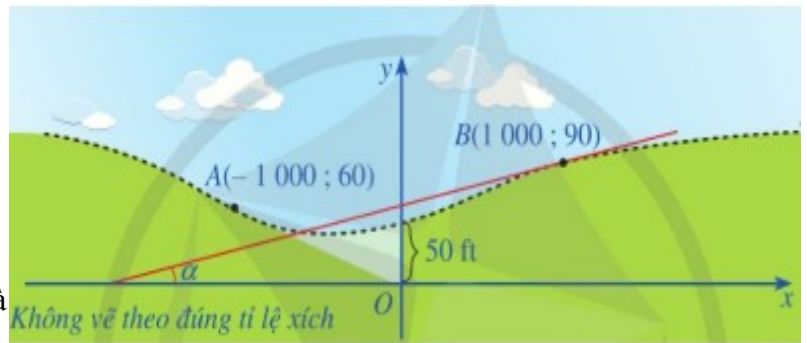
Câu 3. Người ta thống kê được chi phí sửa chữa, vận hành máy móc trong một năm của một

xưởng sản xuất được tính bởi công thức $f(x) = \frac{2000x - 1500}{35x + 5}$ (triệu đồng). Biết x là số năm kể từ lúc máy móc vận hành lần đầu tiên, số năm càng nhiều thì chi phí càng cao. Khi số năm x đủ lớn thì chi phí vận hành máy móc trong một năm gần với số nào? (làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Câu 4. Để thiết kế mô hình của một đoạn đường cao tốc nối hai sườn đồi với sự khác biệt về độ cao ở vị trí hai sườn đồi giao nhau là 50 feet (hình vẽ bên), người ta có thể làm như sau:

- Chọn hệ trục tọa độ Oxy với gốc O là vị trí hai sườn đồi giao nhau, phương nằm ngang là trục Ox , đơn vị trên mỗi trục tọa độ là feet.

- Chọn hai vị trí A, B lần lượt trên hai sườn đồi. Bằng cách đo đạc tại thực địa, ta xác định được tọa độ của hai điểm A, B và góc dốc α (đơn vị: độ) tại điểm B của sườn đồi. Giả sử ta có $A(-1000; 60)$, $B(1000; 90)$ và $\tan \alpha = 0,04$ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, *Calculus 10e*, Cengage 2014).

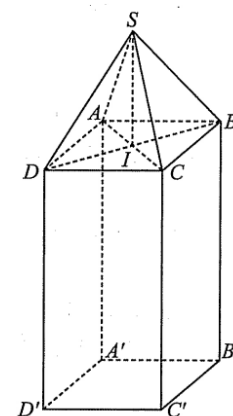


- Trong hệ trục tọa độ Oxy , quan sát đường cong (vẽ bằng nét đứt) mô phỏng đoạn đường cao tốc nối hai sườn đồi, đường cong đó gợi nên hình ảnh đồ thị của hàm số bậc ba. Vì thế ta có thể chọn hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$ sao cho trong hệ trục tọa độ Oxy , đồ thị của hàm số đó trên đoạn $[-1000; 1000]$ mô phỏng đoạn đường cao tốc cần thiết kế. Ta chọn theo nguyên tắc: Hệ số góc của tiếp tuyến tại B của đồ thị hàm số đó bằng $0,04$.

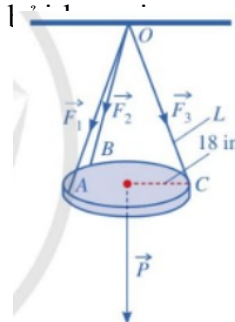
Tính giá trị của $a + b + c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) ?

Câu 5. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên).

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0; 0; 0)$, $A(0; 0; 1)$, $B(0; 0; 5; 1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a; b; c)$. Tính giá trị của $a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 6. Một chiếc đèn lồng được treo song song với mặt phẳng nằm ngang l, dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều (như hình vẽ bên). Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là $24N$ và bán kính của chiếc đèn là 18 in (1 inch = 2,54 cm). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi dây. Biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $10N$. Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của cm).



LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		5		-27		$+\infty$

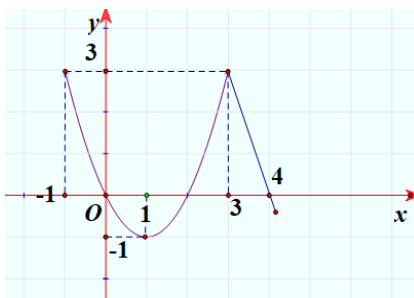
Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(-27; +\infty)$ **B.** $(-\infty; 5)$ **C.** $(-\infty; -1)$ **D.** $(-1; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[1; 4]$.

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị trên, ta có giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[1; 4]$ bằng 3.

Câu 3: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 2 \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Ta có:

$$y(0) = 2, y(1) = 0, y(-1) = -2$$

Do đó $M = 2, m = -2$.

Vậy $M + m = 0$.

Chọn B

- Câu 4:** Đồ thị hàm số $y = \frac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:
- A.** $x = -2$ và $y = -3$. **B.** $x = -2$ và $y = 1$.
C. $x = -2$ và $y = 3$. **D.** $x = 2$ và $y = 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad - bc \neq 0$) có các đường tiệm cận đứng và tiệm

cận ngang lần lượt là $x = -\frac{d}{c}$ và $y = \frac{a}{c}$.

Do đó đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = -2$ và $y = -3$.

Chọn A

- Câu 5:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

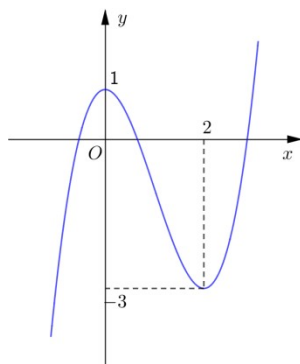
Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x=0$ hàm số không xác định nên $x=0$ là TCD của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2$ C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$

Suy ra hệ số $a > 0$ loại đáp án

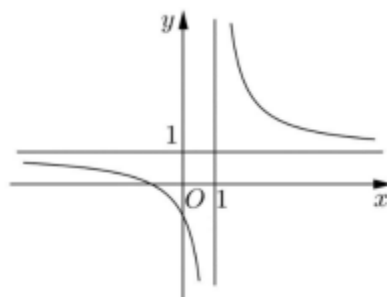
C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

Mặt khác $y(0) = 1$ loại đáp án

B. $y = x^3 - 3x^2$

Ta có $y(2) = -3$ loại đáp án $y = x^3 + 3x^2 + 1$

Câu 7: Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ B. $y = \frac{x+1}{x-1}$ C. $y = x^4 + x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x - 1$

Lời giải

Chọn B

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x=1; y=1$

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$

B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

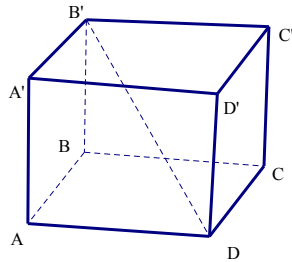
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$



Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(3; -1; 0)$

B. $(0; 0; 1)$

C. $(0; -1; 0)$

D. $(3; 0; 0)$

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; 1)$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho $a = (2; 3; 2)$ và $b = (1; 1; -1)$. Vector $a - b$ có tọa độ là

A. $(3; 4; 1)$

B. $(-1; -2; 3)$

C. $(3; 5; 1)$

D. $(1; 2; 3)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $a - b = (2 - 1; 3 - 1; 2 + 1) = (1; 2; 3)$

Câu 11: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở Bảng 1 sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Bảng 1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A. 25. B. 8,125. C. 20. D. 10,25.

Lời giải**Chọn B**

Số phần tử của mẫu là $n = 18$. Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{18}{2} = 9$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = x_9 \hat{=} [20; 25)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{18}{4} - 0}{6}(25 - 20) = 23,75$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = x_{14} \hat{=} [30; 35)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 30 + \frac{\frac{3.18}{4} - 12}{4}(35 - 30) = 31,875$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó là: $D_Q = Q_3 - Q_1 = 31,875 - 23,75 = 8,125$.

Câu 12: Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng 1. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

- A. 31,77. B. 32. C. 31. D. 31,44.

Lời giải**Chọn D**

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đó là

$$\bar{x} = \frac{22,5.6 + 27,5.6 + 32,5.4 + 37,5 + 42,5}{18} = \frac{85}{3}.$$

Phương sai của mẫu số liệu đó là:

$$s^2 = \frac{6 \cdot \frac{285}{3} - 22,5 \cdot \frac{0}{3} + 6 \cdot \frac{285}{3} - 27,5 \cdot \frac{0}{3} + 4 \cdot \frac{285}{3} - 32,5 \cdot \frac{0}{3} + \frac{285}{3} - 37,5 \cdot \frac{0}{3} + \frac{285}{3} - 42,5 \cdot \frac{0}{3}}{18} = 31,25$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x + 8$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 6x^2 - 6$.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $(-1;12)$

d) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 4.

Giải

a) **Đúng**

$$f'(x) = 6x^2 - 6$$

b) **Sai**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = -1.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	12	4	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

c) **Sai**

Hàm số có điểm cực đại là $x = -1$

d) **Đúng**

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 4.

Đáp án

a)	Đ
b)	Đ
c)	S
d)	Đ

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = -x + 1 - \frac{1}{x-1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

e) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 1$.

f) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{2x - x^2}{(x-1)^2}, x \neq 1$.

g) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ là -2 .

h) Bất phương trình $x^2 + (m-2)x - m + 2 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x > 1$ nếu $m \geq -2$.

Giải

a) Sai

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = -x + 1$.

b) Đúng

Ta có $f'(x) = -1 + \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{2x - x^2}{(x-1)^2}, x \neq 1$.

c) Sai

Bảng biến thiên

x	0			1	2	$+\infty$
y'	-	0	+		+	0 -
y	$+\infty$ 				$-\infty$ 	-2 

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực tiểu của hàm số là 2 .

d) Đúng

Với $x > 1$, ta có:

$$\begin{aligned}
 x^2 + (m-2)x - m + 2 \geq 0 &\Leftrightarrow m(x-1) \geq -x^2 + 2x - 2 \\
 &\Leftrightarrow \frac{-x^2 + 2x - 2}{x-1} \leq m \text{ hay } f(x) \leq m
 \end{aligned}$$

Từ bảng biến thiên ta có $f(x) \leq -2$ với mọi $x > 1$.

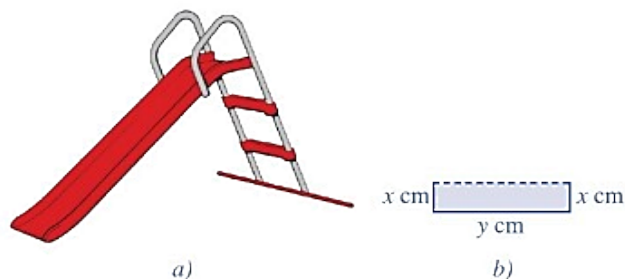
Suy ra nếu $m \geq -2$ thì bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x > 1$.

Đáp án

a)	S
b)	Đ
c)	S
d)	Đ

c) Bất phương trình $x^2 + (m - 2)x - m + 2 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x > 1$ nếu $m \geq -2$.

Câu 3: Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (Hình 5a) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở Hình 5b. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích của mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.



Hình 5

- a) Khi $x = 40$ cm. Thì diện tích máng trượt sẽ đạt giá trị lớn nhất.
- b) Gọi S là diện tích mặt cắt. Công thức tính S theo x là $S = xy = x(80 - 2x)$
- c) Diện tích mặt cắt sẽ luôn tăng lên khi tăng x từ 10cm đến 30cm.
- d) Với $x = 20$ cm thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em.

GIẢI

- a) **SAI** vì tấm kim loại có độ dài 80 cm.
- b) **ĐÚNG** Do tấm kim loại có bề rộng 80 cm nên ta có: $2x + y = 80 \Leftrightarrow y = 80 - 2x$.
Để có thể thiết kế được máng trượt thì $y > 0 \Leftrightarrow 80 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 40$. Suy ra $0 < x < 40$.
Diện tích của mặt cắt máng trượt là: $S = xy = x(80 - 2x) = -2x^2 + 80x$.

c) **SAI**

Ta có: $S(x) = -2x^2 + 80x$ với $x \in (0; 40)$;

♦ $S'(x) = -4x + 80$;

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x + 80 = 0 \Leftrightarrow x = 20$.

♦ Bảng biến thiên của hàm số $S(x)$ như sau:

x	0	20	40
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	0	800	0

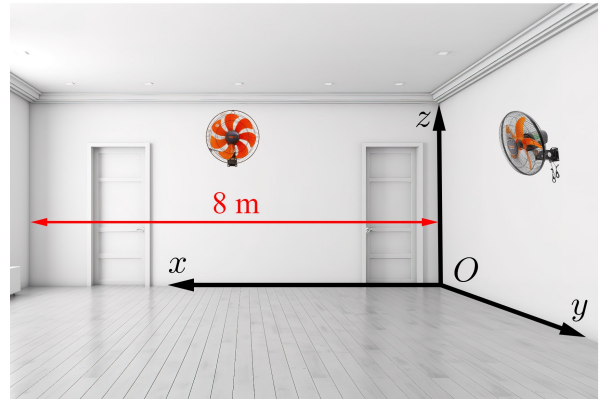
Trên khoảng $(10;30)$ hàm số vừa đồng biến vừa nghịch biến, nên diện tích mặt cắt không thể luôn tăng.

d) **ĐÚNG**

♦ Do đó, hàm số $S(x)$ đạt cực đại tại $x=20$ và $S_{CD}=800$.

♦ Vậy để cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em thì $x=20$ (cm).

Câu 4: Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8 m, rộng 6 m và cao 4 m có 2 cây quạt treo tường. Cây quạt A treo chính giữa bức tường 8 m và cách trần 1 m, cây quạt B treo chính giữa bức tường 6 m và cách trần 1,5 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sau (đơn vị: mét).



a) Tọa độ cây quạt A là $A(4;0;3)$.

b) Tọa độ cây quạt B là $B\left(3;0;\frac{5}{2}\right)$.

c) Khoảng cách từ cây quạt B đến gốc tọa độ O xấp xỉ 1,95 m.

d) Khoảng cách giữa hai cây quạt là $AB \approx 5,02$ m.

GIẢI

Ý	a)	b)	c)	d)
	Đ	S	S	Đ

a) Xác định tọa độ của cây quạt A: Cây quạt A treo chính giữa bức tường 8 m và cách trần 1 m nên tọa độ của A là $A(4;0;3)$

b) Xác định tọa độ của cây quạt B: Cây quạt B treo chính giữa bức tường 6 m và cách trần

1,5 m nên tọa độ của B là $B\left(0; 3; \frac{5}{2}\right)$

$$OB = \sqrt{0^2 + 3^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} \approx 3,91$$

c) Tính khoảng cách từ cây quạt B đến gốc tọa độ O:

$$AB = \sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2 + \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2} \approx 5,02$$

d) Tính khoảng cách giữa hai cây quạt:

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Xét hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

9 Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

9 Sự biến thiên:

Tính $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hàm số có điểm cực đại là $x = 0$ và hàm số có điểm cực tiểu là $x = 2$.

Suy ra $a = 0$ và $b = 2$. Vậy $A = a + b = 2$

Câu 2: Mô hình hóa thành hình vẽ bên cạnh với chiều dài trang sách là $AB = x \text{ (cm)}$, chiều rộng trang sách là $BC = y \text{ (cm)}$ với $0 < x; y \in \mathbb{R}$. Khi đó:

Diện tích một trang sách là $S_{ABCD} = xy = 384 \Rightarrow y = \frac{384}{x}$

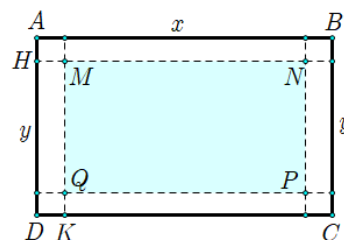
Chiều dài phần in chữ $MN = AB - 2MH = x - 6$.

Chiều rộng phần in chữ $MQ = AD - 2QK = y - 4$.

Diện tích phần in chữ là

$$S_{MNPQ} = (x - 6)(y - 4) = (x - 6)\left(\frac{384}{x} - 4\right) = 408 - \frac{2304}{x} - 4x = f(x).$$

x	0	24	
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		312	



Ta có : $f(x) = -4 + \frac{2304}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 24$ (do $x > 0$).

Tính được $f(24) = 312$ và có bảng biến thiên bên.

Vậy phần in chữ trên sách có diện tích lớn nhất khi chiều dài trang sách là $x = 24$ (cm), chiều

rộng trang sách là $y = \frac{384}{x} = 16$ (cm). Khi đó phần in chữ có diện tích lớn nhất là 312 cm^2 .

Câu 3: Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2000x - 1500}{35x + 5} = \frac{2000}{35} = \frac{400}{7}$.

Do đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $y = \frac{400}{7}$ làm tiệm cận ngang, tức là khi số năm x càng lớn thì chi phí vận hành máy móc trong một năm càng tiến gần đến $\frac{400}{7} \approx 57,1$ (triệu đồng).

Câu 4:

Do đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua điểm $(0; 50)$ nên $d = 50$.

Do đồ thị đi qua các điểm $A(-1000; 60)$, $B(1000; 90)$ nên ta có

$$\begin{cases} -1000000000a + 1000000b - 1000c = 10 \\ 1000000000a + 1000000b + 1000c = 40 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} -1000000000a + 1000000b - 100c = 1 \\ 1000000000a + 1000000b + 100c = 4 \end{cases}$$

Suy ra
$$\begin{cases} b = \frac{1}{40000} \\ 1000000000a + 100c = 1,5 \end{cases}$$

Ta có
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c = 3ax^2 + \frac{1}{20000}x + c$$

Do hệ số góc của tiếp tuyến tại B của đồ thị hàm số bằng 0,04 nên

$$f'(1000) = 3000000a + \frac{1}{20} + c = 0,04$$

Suy ra
$$3000000a + c = -0,01$$

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 100000000a + 100b = 1,5 \\ 3000000a + c = -0,01 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} a = -\frac{1}{80000000} \\ c = \frac{11}{400} \end{cases}$$

Vậy $a + b + c = -\frac{1}{80000000} + \frac{1}{40000} + \frac{11}{40} \approx 0,28$

Câu 5:

Ta có $D\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$, I là trung điểm của BD , suy ra $I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 1\right)$

Ta có $BD = \frac{\sqrt{2}}{2}; IB = ID = \frac{\sqrt{2}}{4}; SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = \frac{\sqrt{94}}{20}$

Vậy $S\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{\sqrt{94}}{20} + 1\right)$, suy ra $a + b + c \approx 1,98$

Câu 6:

Gọi A', B', C' lần lượt là các điểm trên cạnh OA, OB, OC thỏa $\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{F_3}$ và $OA' = OB' = OC'$ suy ra $S.A'B'C'$ là hình chóp tam giác đều.

Gọi G', G lần lượt là trọng tâm của $\Delta A'B'C'$ và ΔABC thì O, G', G thẳng hàng.

Ta có: $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{P}$ hay $\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{P}$ suy ra $3\overrightarrow{OG'} = \overrightarrow{P}$. Do đó $OG' = 8$.

$$OC' = \frac{OG'}{\cos \angle G'OC'} = \frac{OG'}{\frac{OG}{OC}} = \frac{OG' \cdot OC}{OG} = \frac{8L}{\sqrt{L^2 - 2090,3184}}$$

Ta có:

Vì $F \leq 10$ hay $OC' \leq 10$ suy ra $\frac{8L}{\sqrt{L^2 - 2090,3184}} \leq 10 \Rightarrow L \geq 76,2$ cm.

Vậy chiều dài tối thiểu của sợi dây là $76,2$ cm.