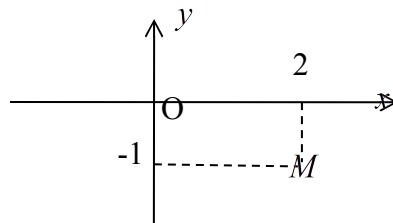


Đề phát triển theo cấu trúc ma trận minh họa BGD năm 2022 - Môn Toán - Đề 11 - Tiêu chuẩn (Bản word có lời giải)

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ là biểu diễn hình học của số phức z . Tính module của z .



- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = 3$. D. $|z| = 1$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
C. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$. D. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 2$.

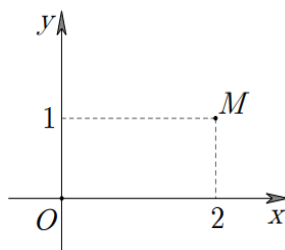
Câu 3: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng 8π và độ dài đường sinh là 4. Tính bán kính đường tròn đáy của hình nón.

- A. $2\sqrt{3}$. B. 4 . C. 1 . D. 2 .

Câu 4: Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^4 - 4x^3 + 3$ là

- A. 2 . B. 0 . C. 3 . D. 1 .

Câu 5: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Khi đó số phức $w = -2\bar{z}$ là



- A. $w = 4 + 2i$. B. $w = 4 - 2i$. C. $w = -4 + 2i$. D. $w = -4 - 2i$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $2022^{x-1} = 1$ là

- A. $x = 2022$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = 4$.

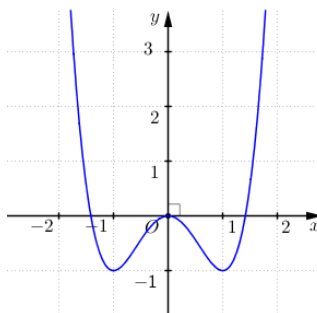
Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 2) < 1$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(2; 4)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 8: Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 , công bội $q = 2$, số hạng thứ tư là

- A. $u_4 = 7$. B. $u_4 = 32$. C. $u_4 = 16$. D. $u_4 = 8$.

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng của hình bên?



- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(2; 2; -1)$ qua mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(-2; -2; 1)$. B. $(-2; 2; -1)$. C. $(-2; 0; 0)$. D. $(2; -2; 1)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. B. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 12: Cho đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y = 1$.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$. D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 0; 1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2; 1; -2)$ là

- A. $-2x + y - 2z + 4 = 0$. B. $-2x - y + 2z - 2 = 0$.
C. $x - z = 0$. D. $2x + y - 2z = 0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ $\vec{a} = (1; 2; -2)$ vuông góc với vectơ nào sau đây?

- A. $\vec{m} = (2; 1; 1)$. B. $\vec{p} = (2; 1; 2)$. C. $\vec{n} = (-2; -3; 2)$. D. $\vec{q} = (1; -1; 2)$.

Câu 15: Số phức liên hợp của số phức $1 - 3i$ là

- A. $1 + 3i$. B. $-1 - 3i$. C. $3 - i$. D. $3 + i$.

Câu 16: Trên đoạn $[-1; 2]$, hàm số $y = x^3 + x + 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây?

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = 11$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 17: Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^2 + 4)$.

A. $D = (-\infty; -1] \cup [-2; 2]$
 C. $D = (2; +\infty)$

B. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
 D. $D = (-2; 2)$

Câu 18: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-3}$ trên $(3; +\infty)$?

A. $\frac{-1}{(x-3)^2}$

B. $\frac{1}{(x-3)^2}$

C. $\ln(x-3)$

D. $\frac{1}{\ln(x-3)}$

Câu 19: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 4. Thể tích khối trụ (T) bằng

A. 32π

B. 8π

C. 24π

D. 16π

Câu 20: Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều tất cả các cạnh bằng 2 là

A. $2\sqrt{2}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D. $2\sqrt{3}$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-4	1	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4; 1)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(0; 2)$

D. $(-\infty; 0)$

Câu 22: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 3

B. 1

C. Vô số

D. 5

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Mặt phẳng $(CA'B')$ chia

khối chóp thành hai khối đa diện có thể tích lần lượt là V_1, V_2 ($V_1 > V_2$). Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ gần với số nào nhất?

A. 3,9

B. 2,9

C. 2,5

D. 0,33

Câu 24: Với a, b là các số thực dương bất kì, $\log_2(ab^3)$ bằng:

A. $\log_2 a + \log_2 3b$

B. $3\log_2(ab)$

C. $\log_2 a - 3\log_2 b$

D. $\log_2 a + 3\log_2 b$

Câu 25: Một túi đựng 5 bi xanh và 5 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi, xác suất để cả hai bi đều màu đỏ là:

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{9}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{8}{9}$

Câu 26: Tổng hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+x+1} = 8^{2x}$

A. 5

B. 6

C. 1

D. 8

Câu 27: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) + \log_4(14-2x) \geq 0$

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.
 B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.
 D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 29: Cho số phức $z = 1 + i$. Môđun của số phức $w = (1 + 3i)z$ là

- A. 20. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{20}$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[2;4]$ và thỏa mãn $f(2) = 2$, $f(4) = 2022$.

- Tính tích phân $I = \int_1^2 f'(2x) dx$.
 A. $I = 1011$. B. $I = 2022$. C. $I = 2020$. D. $I = 1010$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2022 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha = -\frac{4}{9}$. B. $\sin \alpha = \frac{4}{9}$. C. $\cos \alpha = -\frac{4}{9}$. D. $\cos \alpha = \frac{4}{9}$.

Câu 32: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{19\pi}{15}$. B. $V = \frac{13\pi}{15}$. C. $V = \frac{17\pi}{15}$. D. $V = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 33: Thể tích khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh $2a$ là

- A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. B. $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. D. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 36: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2$, $AD=1$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh cạnh AB , ta được một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. 2π . B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. 4π .

Câu 37: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}}{x^2+10x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x)=(x-2)(x+2)^3(x-1)^2$. Điểm cực đại của hàm số $f(x)$ đã cho là

- A. $x=1$. B. $y=-2$. C. $x=-2$. D. $x=2$.

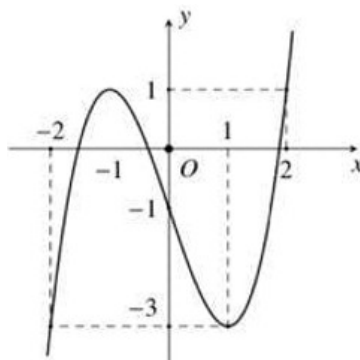
Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2-1 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Giá trị của tích phân $\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{2xf'(\sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx$ bằng

- A. $\frac{47}{3}$. B. $\frac{79}{3}$. C. $\frac{79}{6}$. D. $\frac{47}{6}$.

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên $SA=a\sqrt{2}$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{42}}{14}$. B. $\frac{3a\sqrt{42}}{56}$. C. $\frac{a\sqrt{42}}{21}$. D. $\frac{a\sqrt{42}}{28}$.

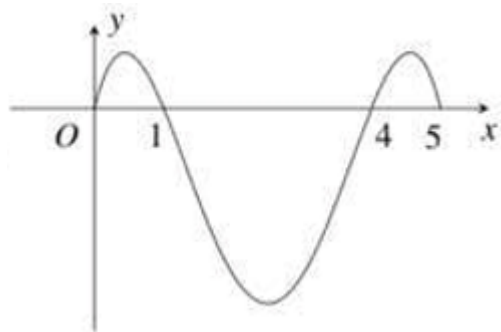
Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2\cos x)=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 5.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng

- A. $f(4)$ B. $f(5)$ C. $f(0)$ D. $f(1)$

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình

$$2022^{\ln(2x^2 + 4x + m)} - 2022^{2 \ln(2x - 1)} > 0$$

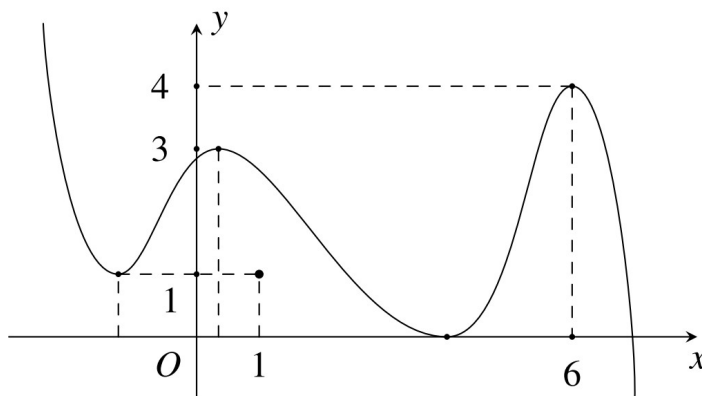
- A. 16 B. 10 C. 11 D. 9

Câu 44: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(2; 2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất là $8x + ay + bz + d = 0$. Tính $T = a + b + d$.

- A. 5 B. 13 C. -9 D. 3

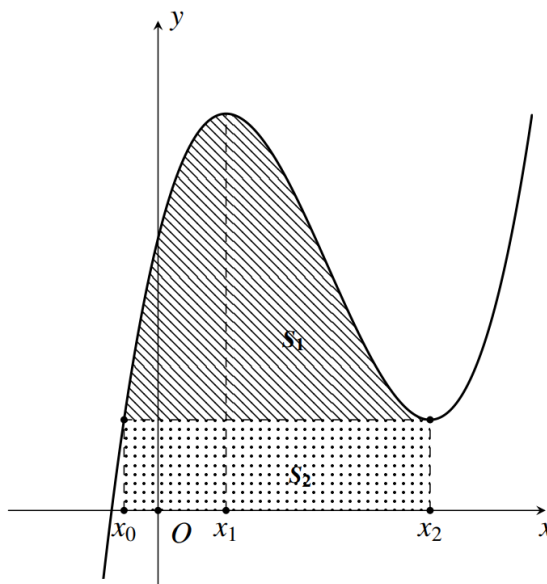
Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x^2) - 2x$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 10 B. 5 C. 9 D. 4

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) - 4f(x_2) = 0$. Đường thẳng song song với trục Ox và qua

điểm cực tiểu cắt đồ thị hàm số tại điểm thứ hai có hoành độ x_0 và $x_1 = x_0 + 1$. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch ở hình bên dưới).



A. $\frac{8}{32}$.

B. $\frac{27}{16}$.

C. $\frac{81}{8}$.

D. $\frac{81}{16}$.

- Câu 47:** Xét các số thực x, y thỏa mãn $\log_2 \left(\frac{4x+2y}{2x^2+y^2} \right) \geq 2(x^2-x+1) + (y^2-y-1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x - y + 3xy$.
- A. 3. B. 4. C. 2. D. 0.

- Câu 48:** Xét các số phức z thỏa mãn $|z-1-2i|=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z-3-2i|^2 + |z-1-4i|^2 - 2|z+1-2i|^2$.
- A. $\sqrt{10}$. B. 0. C. $-4\sqrt{10}$. D. $-8\sqrt{10}$.

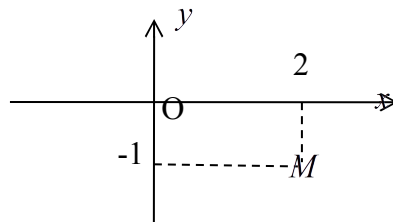
- Câu 49:** Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đồng thời
- $$\log_2 \left(\frac{x^4+1}{y^4+1} \right) + 2 \log_2 \left| \frac{x}{y} \right| = (y^2-x^2)(1+x^4+y^4) - x^2y^2(x^2-y^2)$$
- và
- $$2 \log_2 (x+y+2) = 3 \log_3 (x+2y+6) - 1?$$
- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

- Câu 50:** Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z+6=0$. Một hình nón tròn xoay có đáy nằm trên (P) , có chiều cao $h=15$, có bán kính đáy bằng 5. Hình cầu và hình nón nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) . Người ta cắt hai hình đó bởi mặt phẳng (Q) có phương trình $x+2y+2z+d=0, 0 < d < 21$ thu được hai thiết diện có tổng diện tích là S . Biết rằng S đạt giá trị lớn nhất khi $d = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}^+$ (phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). tính giá trị $T = a + b$.
- A. $T=25$. B. $T=19$. C. $T=73$. D. $T=85$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ là biểu diễn hình học của số phức z . Tính module của z .



A. $|z| = \sqrt{5}$

B. $|z| = 5$

C. $|z| = 3$

D. $|z| = 1$

Lời giải

Điểm $M(2; -1)$ nên nó biểu diễn cho số phức $z = 2 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0; 0; 2)$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

C. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$

D. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 2$

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và đi qua điểm $M(0; 0; 2)$ nên có bán kính $R = OM = \sqrt{0^2 + 0^2 + 2^2} = 2$

Vậy mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Câu 3: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng 8π và độ dài đường sinh là 4. Tính bán kính đường tròn đáy của hình nón.

A. $2\sqrt{3}$

B. 4

C. 1

D. 2

Lời giải

Chọn D

Gọi l , r lần lượt là đường sinh và bán kính đáy của hình nón.

Ta có $S_{xq} = \pi r l \Leftrightarrow 8\pi = \pi r \cdot 4 \Leftrightarrow r = 2$

Câu 4: Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^4 - 4x^3 + 3$ là

A. 2

B. 0

C. 3

D. 1

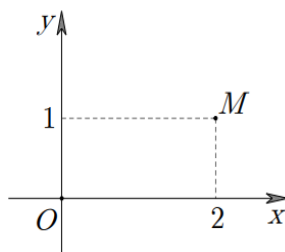
Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = -4x^3 - 12x^2 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -4x^2(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$

Vì $x = 0$ là nghiệm kép còn $x = -3$ là nghiệm đơn nên hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 5: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Khi đó số phức $w = -2\bar{z}$ là



- A. $w = 4 + 2i$. B. $w = 4 - 2i$. C. $w = -4 + 2i$. D. $w = -4 - 2i$.

Lời giải

Điểm $M(2;1)$ trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + i$ suy ra $w = -2\bar{z} = -2(2 - i) = -4 + 2i$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $2022^{x-1} = 1$ là

- A. $x = 2022$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2022^{x-1} = 1 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 2) < 1$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(2; 4)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(x - 2) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x - 2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 4$.

Tập nghiệm của bất phương trình $D = (2; 4)$.

Câu 8: Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 , công bội $q = 2$, số hạng thứ tư là

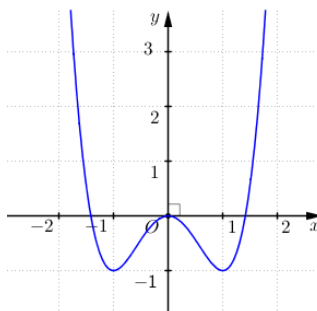
- A. $u_4 = 7$. B. $u_4 = 32$. C. $u_4 = 16$. D. $u_4 = 8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 1 \cdot 2^3 = 8$.

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng của hình bên?



- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên suy ra đáp án C,D bị loại.
Mặt khác đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên chọn đáp án A.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(2; 2; -1)$ qua mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(-2; -2; 1)$ B. $(-2; 2; -1)$ C. $(-2; 0; 0)$ D. $(2; -2; 1)$

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng $(Oyz): x=0$. Gọi H là hình chiếu của $M(2; 2; -1)$ xuống mặt phẳng (Oyz) suy ra $H(0; 2; -1)$ là trung điểm của đoạn thẳng $MM' \Rightarrow M'(-2; 2; -1)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a, x=b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b f^2(x) dx$ B. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ C. $S = \int_a^b f(x) dx$ D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Lời giải

Chọn D

Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a, x=b$ được tính theo công thức

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

Câu 12: Cho đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y=1$.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$. D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x-2} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x-2} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 - \frac{2}{x}} = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{1 - \frac{2}{x}} = 1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 0; 1)$ và có vector pháp tuyến $n(2; 1; -2)$ là

- A. $-2x + y - 2z + 4 = 0$ B. $-2x - y + 2z - 2 = 0$
C. $x - z = 0$ D. $2x + y - 2z = 0$

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có vector pháp tuyến $n(2;1;-2)$ là $2(x-1)+(y-0)-2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-2z=0$.

- Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vector $a=(1;2;-2)$ vuông góc với vector nào sau đây?
A. $\vec{m}=(2;1;1)$ **B.** $\vec{p}=(2;1;2)$ **C.** $\vec{n}=(-2;-3;2)$ **D.** $\vec{q}=(1;-1;2)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{p} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 2 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{p}$.

- Câu 15:** Số phức liên hợp của số phức $1-3i$ là
A. $1+3i$ **B.** $-1-3i$ **C.** $3-i$ **D.** $3+i$

Lời giải

Chọn A

- Câu 16:** Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+x+1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây?
A. $x=\frac{3}{4}$ **B.** $x=11$ **C.** $x=1$ **D.** $x=2$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=x^3+x+1 \Rightarrow y'=3x^2+1>0, \forall x \in \mathbb{R}$.
 $y(-1)=-1; y(2)=11$. Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ là 11.

- Câu 17:** Tìm tập xác định của hàm số $y=\ln(-x^2+4)$.
A. $D=(-\infty;-1] \cup [-2;2]$ **B.** $D=(-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$
C. $D=(2;+\infty)$ **D.** $D=(-2;2)$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $-x^2+4>0 \Leftrightarrow -2<x<2$.
 Suy ra $D=(-2;2)$.

- Câu 18:** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x-3}$ trên $(3;+\infty)$?
A. $\frac{-1}{(x-3)^2}$ **B.** $\frac{1}{(x-3)^2}$ **C.** $\ln(x-3)$ **D.** $\frac{1}{\ln(x-3)}$

Lời giải

Chọn C

Trên $(3;+\infty)$, ta có $\int \frac{1}{x-3} dx = \ln(x-3) + C$.

- Câu 19:** Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 4. Thể tích khối trụ (T) bằng
- A. 32π . B. 8π . C. 24π . D. 16π .

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối trụ (T) : $V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$.

- Câu 20:** Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều tất cả các cạnh bằng 2 là

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy là $S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = \sqrt{3}$.

Chiều cao $h = 2$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = S \cdot h = 2\sqrt{3}$.

- Câu 21:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y		$+\infty$			1	
			-4			$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-4; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

- Câu 22:** Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là
- A. 3. B. 1. C. Vô số. D. 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

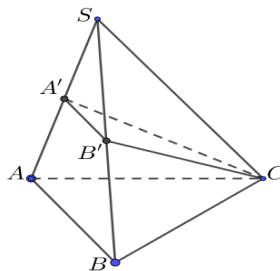
Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên cần tìm.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Mặt phẳng $(CA'B')$ chia khối chóp thành hai khối đa diện có thể tích lần lượt là V_1, V_2 ($V_1 > V_2$). Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ gần với số nào nhất?

- A. 3,9 . B. 2,9 . C. 2,5 . D. 0,33 .

Lời giải

Chọn B



$$\frac{S_{\Delta SA'B'}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{A'B'BA}}{S_{\Delta SA'B'}} = 3$$

Ta có:

$$\frac{V_{C.A'B'BA}}{V_{C.SA'B'}} = \frac{\frac{1}{3} S_{A'B'BA} \cdot d(C, (SAB))}{\frac{1}{3} S_{\Delta SA'B'} \cdot d(C, (SAB))} = \frac{S_{A'B'BA}}{S_{\Delta SA'B'}} = 3$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{C.A'B'BA}}{V_{C.SA'B'}} = 3$$

Câu 24: Với a, b là các số thực dương bất kì, $\log_2(ab^3)$ bằng:

- A. $\log_2 a + \log_2 3b$. B. $3\log_2(ab)$. C. $\log_2 a - 3\log_2 b$. D. $\log_2 a + 3\log_2 b$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_2(ab^3) = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2 a + 3\log_2 b$$

Câu 25: Một túi đựng 5 bi xanh và 5 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi, xác suất để cả hai bi đều màu đỏ là:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{8}{9}$.

Lời giải

Chọn B

$$P(A) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{9}$$

Câu 26: Tổng hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+x+1} = 8^{2x}$

- A. 5 . B. 6 . C. 1 . D. 8 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x^2+x+1} = 8^{2x} = 2^{6x} \Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = 0$

$\Rightarrow x_1 + x_2 = 5$

$\log_1(x-1) + \log_4(14-2x) \geq 0$

Câu 27: Số nghiệm nguyên của bất phương trình

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

ĐK XD $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 14-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 7$

$\log_1(x-1) + \log_4(14-2x) \geq 0$

$\Rightarrow 14-2x \geq x-1$

$\Leftrightarrow x \leq 5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình trên là $S = (1; 5]$. Suy ra số nghiệm nguyên là 4.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; -1)$, đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Do $d \perp (P)$ nên $u_d = n_p = (1; 1; -1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng d .

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; -1)$ và có vector chỉ phương $u_d = (1; 1; -1)$ có phương trình

là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 29: Cho số phức $z = 1 + i$. Môđun của số phức $w = (1 + 3i)z$ là *Tailieuchuan.vn*

A. 20.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{20}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w = (1 + 3i)z = (1 + 3i)(1 + i) = -2 + 4i$

Vậy $|w| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20}$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[2;4]$ và thỏa mãn $f(2)=2$, $f(4)=2022$.

$$I = \int_1^2 f'(2x) dx$$

Tính tích phân

A. $I=1011$

B. $I=2022$

C. $I=2020$

D. $I=1010$

Lời giải

Chọn D

Ta có
$$I = \int_1^2 f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int_1^2 f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) \Big|_1^2 = \frac{1}{2} (f(4) - f(2)) = \frac{1}{2} (2022 - 2) = 1010$$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2022 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha = -\frac{4}{9}$

B. $\sin \alpha = \frac{4}{9}$

C. $\cos \alpha = -\frac{4}{9}$

D. $\cos \alpha = \frac{4}{9}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $u = (1; 2; -2)$; mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $n = (2; -1; 2)$

Ta có
$$\sin \alpha = |\cos(\vec{n}, \vec{u})| = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{4}{9}$$

Câu 32: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{19\pi}{15}$

B. $V = \frac{13\pi}{15}$

C. $V = \frac{17\pi}{15}$

D. $V = \frac{16\pi}{15}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P) và trục Ox là:
$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là
$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{5}$$

Câu 33: Thể tích khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh $2a$ là

A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$

B. $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$

C. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$

D. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C

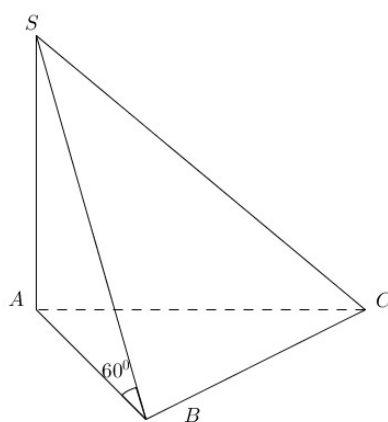
Khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh $2a$ có bán kính là $r = \frac{2a}{2} = a$.

Thể tích khối cầu là: $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

- Câu 34:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. **D. $\frac{a^3}{4}$.**

Lời giải

Chọn D



Ta có: $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \angle SBA = 60^\circ$

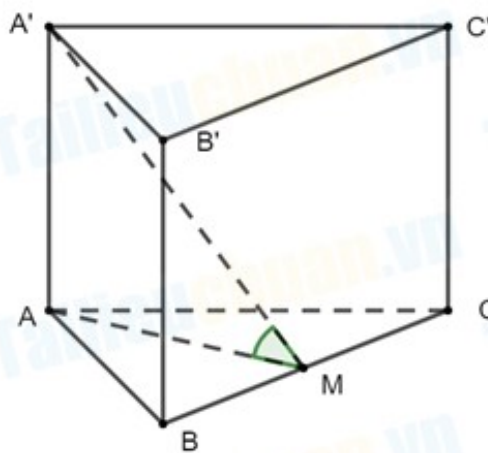
Xét $\triangle SAB$ có: $\tan B = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \cdot \tan B = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$.

- Câu 35:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng
- A. 45° . B. 90° . **C. 60° .** D. 30° .

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC. Xác định góc $((A'BC), (ABC)) = \angle A'MA$

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \tan \angle A'MA = \frac{AA'}{AM} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle A'MA = 60^\circ$$

Câu 36: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$, $AD = 1$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh cạnh AB , ta được một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. 2π . B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. 4π .

Lời giải

Chọn D

Quay hình chữ nhật quanh cạnh AB ta được một khối trụ có chiều cao $h = AB$ và bán kính đáy là $r = AD$.

Khi đó diện tích xung quanh của khối trụ là $S = 2\pi rh = 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 2 = 4\pi$.

Câu 37: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}}{x^2+10x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq -9 \\ x \neq 0 \\ x \neq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -9 \\ x \neq 0 \end{cases}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+9}}{x^2+10x} = 0$ nên hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9}}{x^2+10x} = +\infty$ nên hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x) = (x-2)(x+2)^3(x-1)^2$. Điểm cực đại của hàm số $f(x)$ đã cho là

- A. $x = 1$. B. $y = -2$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ (x + 2)^3 = 0 \\ (x - 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là $x = -2$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2 - 1 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Giá trị của tích phân $\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{2xf'(\sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx$ bằng

A. $\frac{47}{3}$ **B.** $\frac{79}{3}$ **C.** $\frac{79}{6}$ **D.** $\frac{47}{6}$

Lời giải

Chọn A

Xét $I = \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{2xf'(\sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx$

Đặt $t = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow xdx = tdt$; $x=0 \Rightarrow t=1$; $x=2\sqrt{2} \Rightarrow t=3$

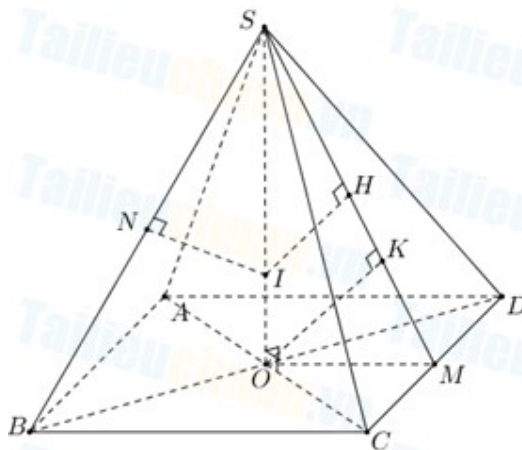
$\Rightarrow I = \int_1^3 2t \frac{f(t)}{t} dt = 2 \left[\int_1^2 f(t) dt + \int_2^3 f(t) dt \right] = 2 \left[\int_1^2 (t+1) dt + \int_2^3 (t^2 - 1) dt \right] = \frac{47}{3}$

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{42}}{14}$ **B.** $\frac{3a\sqrt{42}}{56}$ **C.** $\frac{a\sqrt{42}}{21}$ **D.** $\frac{a\sqrt{42}}{28}$

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$

Trong (SOB) , kẻ đường trung trực của SB , cắt SO tại I , suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có: $SB = SD = BD = a\sqrt{2} \Rightarrow \triangle SBD$ đều nên I là trọng tâm $\triangle SBD$.

$$\frac{d(I, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$$

Suy ra

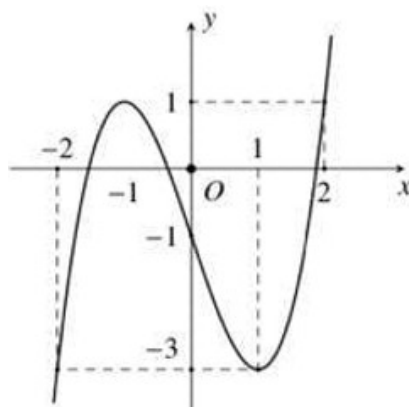
Trong $\triangle SOB$: $SO^2 = SB^2 - OB^2 = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Gọi M là trung điểm của CD .

Trong $\triangle SOM$: $\frac{1}{d^2(O, (SCD))} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{2}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{14}{3a^2} \Rightarrow d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{42}}{14}$

Do đó, $d(I, (SCD)) = \frac{2}{3}d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{42}}{21}$

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2 \cos x) = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Đặt $2 \cos x = t$. Vì $x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow t \in [-2; 2]$.

Ta được phương trình $f(2 \cos x) = m$

Ta có BBT

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$2 \cos x$	-2	0	2	0	-2
$f(2 \cos x)$	-3	1	-1	1	-3

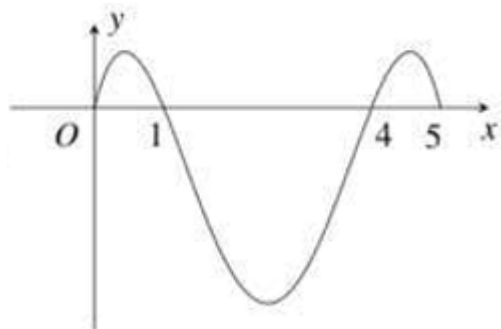
Phương trình $f(2 \cos x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $m = 1$.

$$f(2 \cos x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cos x = 2 \\ 2 \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Với $m = 1$, ta có:

Vì $x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow x \in \left\{0; \frac{2\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}\right\}$. Vậy $m = 1$ thỏa mãn.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng

A. $f(4)$

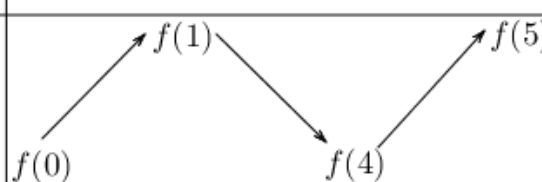
B. $f(5)$

C. $f(0)$

D. $f(1)$

Lời giải

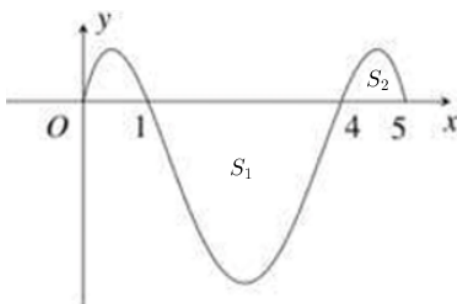
Chọn D

x	0	1	4	5			
y'	0	+	0	-	0	+	0
y							

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $\max_{[0;5]} f(x) = \max \{ f(1); f(5) \}$

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, Ox , $x = 1$, $x = 4$.

S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, Ox , $x = 4$, $x = 5$.



Ta có: $S_1 > S_2 \Rightarrow - \int_1^4 f(x) dx > \int_4^5 f(x) dx \Leftrightarrow f(1) - f(4) > f(5) - f(4) \Leftrightarrow f(1) > f(5)$

Vậy $\max_{[0;5]} f(x) = f(1)$

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình

$$2022^{\ln(2x^2+4x+m)} - 2022^{2\ln(2x-1)} > 0 \text{ chứa đúng bốn số nguyên?}$$

A. 16.

B. 10.

C. 11.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x^2+4x+m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 2x^2+4x+m > 0 \end{cases}$$

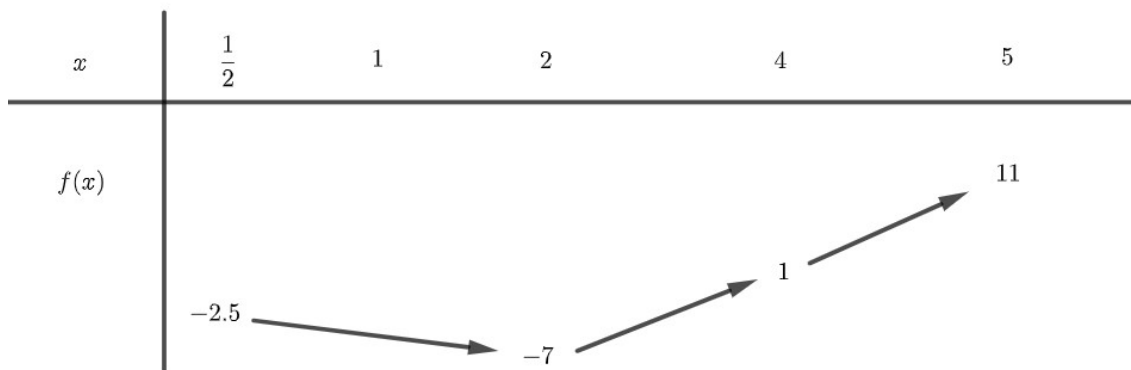
$$\text{Ta có: } 2022^{\ln(2x^2+4x+m)} - 2022^{2\ln(2x-1)} > 0 \Leftrightarrow \ln(2x^2+4x+m) > 2\ln(2x-1)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+4x+m > (2x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2-8x+1-m < 0$$

$$\Leftrightarrow m > 2x^2-8x+1$$

Xét $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$ với $x > \frac{1}{2}$. Ta có đồ thị hàm số như sau:



Để bất phương trình có đúng 4 nghiệm thì: $1 < m \leq 11$

Vậy có 10 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 44: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(2; 2; -1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất là $8x + ay + bz + d = 0$. Tính $T = a + b + d$.

A. 5.

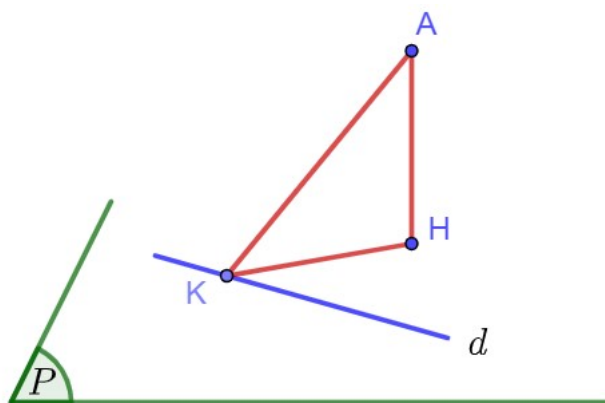
B. 13.

C. -9.

D. 3.

Lời giải

Chọn D



Hạ $AH \perp (P), HK \perp d$. Khi đó: $\begin{cases} AH \perp d \\ HK \perp d \end{cases} \Rightarrow d \perp (AHK)$

Do khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) luôn nhỏ hơn bằng khoảng cách từ A đến một điểm bất kì trên mặt phẳng nên: $AH \leq AK \Rightarrow d(A, (P))_{\max} = AK$

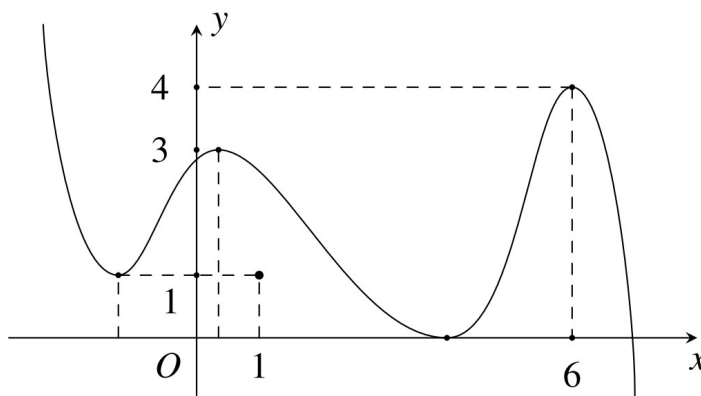
Do $K \in d$ nên: $K(-1+t; 1+t; 2t)$ và $AK \perp d$ thì:

$$\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow (3-t) + (1-t) + 2(-1-2t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow K\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AK} = \left(\frac{8}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{5}{3}\right). \text{ Chọn } \vec{v} = (8; 2; -5) \text{ cùng phương với } \overrightarrow{AK}.$$

Vậy $(P): 8x + 2y - 5z + 6 = 0$. Nên: $a = 2, b = -5, d = 6 \Rightarrow a + b + d = 3$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x^2) - 2x$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 10.

B. 5.

C. 9.

D. 4.

Lời giải

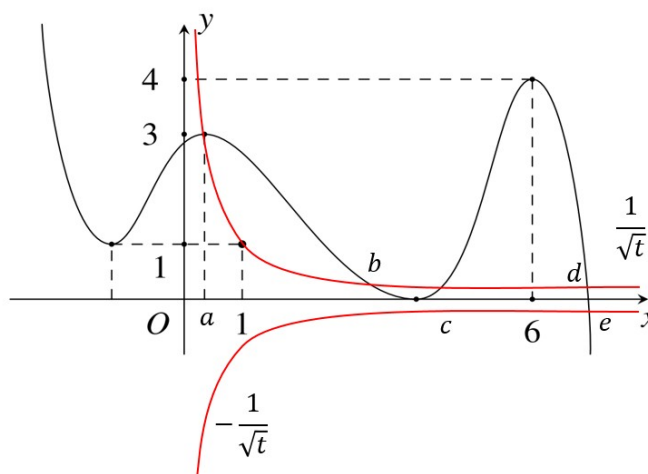
Chọn B

Tính đạo hàm: $g'(x) = 2xf'(x^2) - 2$ (*)

Nhận xét: $g'(0) = -2 \neq 0$ nên $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình (*)

Với $x \neq 0$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2xf'(x^2) - 2 = 0 \Leftrightarrow f'(x^2) = \frac{1}{x}$ (**)

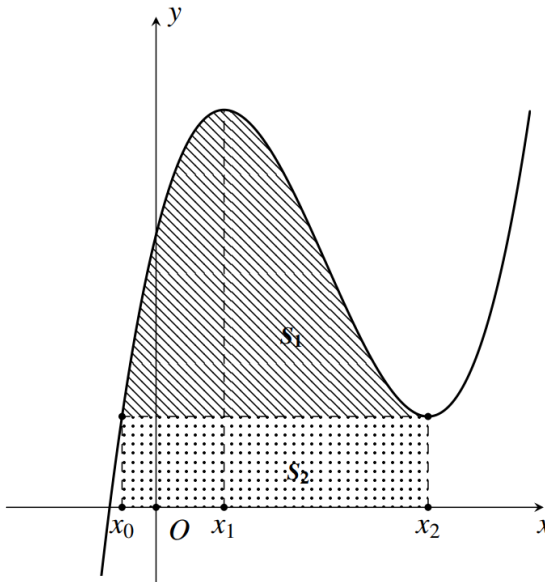
Đặt $t = x^2 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{t} & (x > 0) \\ x = -\sqrt{t} & (x < 0) \end{cases}$. Phương trình (**) trở thành $\begin{cases} f'(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} & (1) \\ f'(t) = -\frac{1}{\sqrt{t}} & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = a > 0 \\ t = b > 0 \\ t = c > 0 \\ t = d > 0 \\ t = e > 0 \end{cases}$



Với $t = x^2 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{a}; \sqrt{b}; \sqrt{c}; \sqrt{d} & (x \geq 0) \\ x = -\sqrt{e} & (x < 0) \end{cases}$

Tất cả 5 nghiệm trên đều là nghiệm bội lẻ nên $g'(x)$ đổi dấu khi qua các nghiệm này. Vậy hàm số $g(x)$ có tổng cộng 5 điểm cực trị.

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) - 4f(x_2) = 0$. Đường thẳng song song với trục Ox và qua điểm cực tiểu cắt đồ thị hàm số tại điểm thứ hai có hoành độ x_0 và $x_1 = x_0 + 1$. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch ở hình bên dưới).



A. $\frac{8}{32}$.

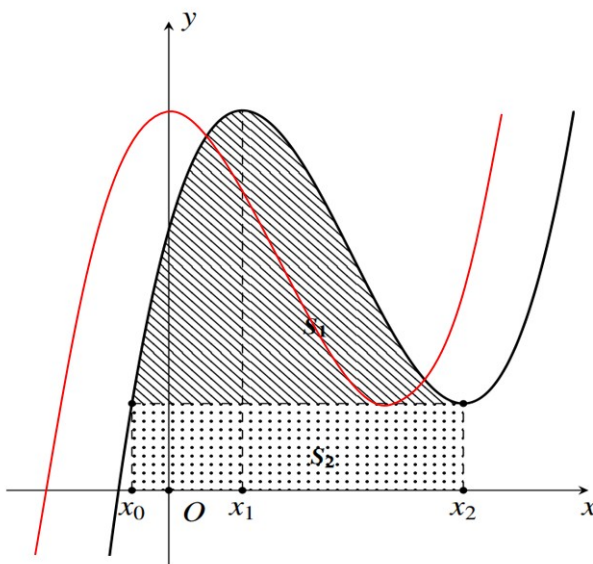
B. $\frac{27}{16}$.

C. $\frac{81}{8}$.

D. $\frac{81}{16}$.

Lời giải

Chọn B



Không làm thay đổi tỉ lệ diện tích $\frac{S_1}{S_2}$, tịnh tiến đồ thị sang trái sao cho điểm cực đại x_1 nằm trên trục Oy .

$$x_1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Khi đó, ta chọn

Hàm số $y = f(x)$ có dạng đại số là $ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \begin{cases} f'(x_1) = 0 \\ f'(x_2) = 0 \\ f(x_1) - 4f(x_2) = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b = 0 \\ d - 4(8a + 4b + 2c + d) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -3a \\ -3d - 32a - 16b = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -3a \\ -3d + 16a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -3a \\ d = \frac{16}{3}a \end{cases} \text{ Suy ra } y = f(x) = ax^3 - 3ax^2 + \frac{16}{3}a \end{aligned}$$

Khi đó, Tailieuchuan.vn

$$S = S_1 + S_2 = \int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^2 \left[ax^3 - 3ax^2 + \frac{16}{3}a \right] dx = a \left[\frac{x^4}{4} - ax^3 + \frac{16}{3}ax \right]_{-1}^2 = \frac{43}{4}a$$

Diện tích

$$S_2 = 3 \cdot f(x_2) = 3 \cdot \frac{4}{3}a = 4a$$

Diện tích

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{S - S_2}{S_2} = \frac{\frac{43}{4}a - 4a}{4a} = \frac{27}{16}$$

- Câu 47:** Xét các số thực x, y thỏa mãn $\log_2 \left(\frac{4x+2y}{2x^2+y^2} \right) \geq 2(x^2 - x + 1) + (y^2 - y - 1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x - y + 3xy$.
- A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐKXĐ: } 4x + 2y > 0.$$

Ta có:

$$\log_2 \left(\frac{4x+2y}{2x^2+y^2} \right) \geq 2(x^2 - x + 1) + (y^2 - y - 1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (4x+2y) - 1 + 2x + y \geq \log_2 (2x^2 + y^2) + 2x^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (2x+y) + 2x + y \geq \log_2 (2x^2 + y^2) + 2x^2 + y^2$$

Xét hàm số $f(x) = \log_2 x + x$ ($x > 0$) $\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln 2} + 1 > 0 \quad \forall x > 0$. Vậy hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$. Ta có:

$$f(2x+y) \geq f(2x^2+y^2) \Leftrightarrow 2x+y \geq 2x^2+y^2$$

$$\Leftrightarrow -y \leq 2x - x^2 - (x^2 + y^2) \leq 2x - x^2 - 2xy \quad (2xy \leq x^2 + y^2)$$

Lại có:

$$2x+y \geq 2x^2+y^2 \Rightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ y \leq 1 \end{cases}$$

$$3 \geq 2x^2 + y^2 \geq x^2 + 2xy \Rightarrow xy \leq \frac{3 - x^2}{2}$$

Ta có:

$$P = x - y + 3xy \leq x + 2x - x^2 - 2xy + 3xy = 3x - x^2 + xy \leq 3x - x^2 + \frac{3 - x^2}{2} \leq 3$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 1 \Leftrightarrow y = 1$.

Câu 48: Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3 - 2i|^2 + |z - 1 - 4i|^2 - 2|z + 1 - 2i|^2$.

A. $\sqrt{10}$.

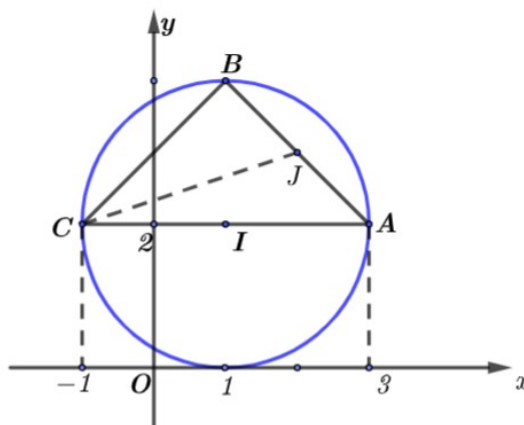
B. 0.

C. $-4\sqrt{10}$.

D. $-8\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D



Trong hệ trục Oxy gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Theo đề $|z - 1 - 2i| = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn (C) có tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 2$.

Gọi $A(3; 2), B(1; 4), C(-1; 2)$. Các điểm A, B, C nằm trên đường tròn (C) và AC là đường kính, $AC = 4, BA = BC = 2\sqrt{2}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } P &= |z - 3 - 2i|^2 + |z - 1 - 4i|^2 - 2|z + 1 - 2i|^2 \\ &= MA^2 + MB^2 - 2MC^2 \\ &= (\overline{MI} + \overline{IA})^2 + (\overline{MI} + \overline{IB})^2 - 2(\overline{MI} + \overline{IC})^2 \\ &= MI^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IA} + IA^2 + MI^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IB} + IB^2 - 2(MI^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IC} + IC^2) \\ &= R^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IA} + R^2 + R^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IB} + R^2 - 2(R^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IC} + R^2) \\ &= 2\overline{MI}(\overline{IA} + \overline{IB} - 2\overline{IC}) \\ &= 2\overline{MI}(\overline{IA} - \overline{IC} + \overline{IB} - \overline{IC}) \end{aligned}$$

$$= 2MI(CA + CB)$$

$$= 2MI(2CJ), \text{ (Với } J \text{ là trung điểm của } AB \text{)}$$

$$= 4MI.CJ = 4MI.CJ \cos(\angle MI, CJ) = 4.2.CJ \cos(\angle MI, CJ) \geq -8CJ.$$

Với $CJ = \sqrt{CB^2 + BJ^2} = \sqrt{CB^2 + \frac{CA^2}{4}} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + \frac{(2\sqrt{2})^2}{4}} = \sqrt{10}.$ Suy ra $P \geq -8\sqrt{10}.$

Vậy $P_{\min} = -8\sqrt{10}.$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ hai vectơ $\vec{MI}$ và $\vec{CJ}$ ngược hướng.

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đồng thời

$$\log_2 \left(\frac{x^4 + 1}{y^4 + 1} \right) + 2 \log_2 \left| \frac{x}{y} \right| = (y^2 - x^2)(1 + x^4 + y^4) - x^2 y^2 (x^2 - y^2)$$

và

$$2 \log_2 (x + y + 2) = 3 \log_3 (x + 2y + 6) - 1?$$

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2 \left(\frac{x^4 + 1}{y^4 + 1} \right) + 2 \log_2 \left| \frac{x}{y} \right| = (y^2 - x^2)(1 + x^4 + y^4) - x^2 y^2 (x^2 - y^2) \quad (1)$$

Xét phương trình:

Điều kiện xác định: $y \neq 0$

$$(1) \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{x^4 + 1}{y^4 + 1} \right) + 2 \log_2 \left| \frac{x}{y} \right| = (y^2 - x^2)(1 + x^4 + x^2 y^2 + y^4) \quad (2)$$

• Xét $|x| > |y|$: Khi đó $VT(2) > 0 > VP(2)$: không thỏa mãn (2)

• Xét $|x| < |y|$: Khi đó $VT(2) < 0 < VP(2)$: không thỏa mãn (2)

• Xét $|x| = |y|$: Khi đó $VT(2) = 0 = VP(2)$: thỏa mãn (2)

Vậy $(1) \Leftrightarrow |x| = |y| \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = -y \end{cases}$

✓ Với $x = y$: thay vào phương trình $2 \log_2 (x + y + 2) = 3 \log_3 (x + 2y + 6) - 1$ ta được $2 \log_2 (2y + 2) = 3 \log_3 (3y + 6) - 1 \Leftrightarrow 2 \log_2 (y + 1) = 3 \log_3 (y + 2) \quad (3)$

Đặt $2 \log_2 (y + 1) = 3 \log_3 (y + 2) = 6t$, ta được: $\begin{cases} y + 1 = 8^t \\ y + 2 = 9^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 1 = 8^t \\ 8^t + 1 = 9^t \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y + 1 = 8^t \\ \left(\frac{8}{9} \right)^t + \left(\frac{1}{9} \right)^t = 1 \end{cases} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{8}{9} \right)^t + \left(\frac{1}{9} \right)^t = 1 \quad (4)$$

(4) $\Leftrightarrow f(t) = f(1)$, với $f(t) = \left(\frac{8}{9}\right)^t + \left(\frac{1}{9}\right)^t$ là hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$.

Suy ra (4) $\Leftrightarrow t = 1$. Thay vào (5) ta được $y = 7$. Vậy $(x, y) = (7, 7)$.

✓ Với $x = -y$: thay vào phương trình $2\log_2(x+y+2) = 3\log_3(x+2y+6) - 1$ ta được $3\log_3(y+6) - 1 = 2 \Leftrightarrow \log_3(y+6) = 1 \Leftrightarrow y = -3$. Vậy $(x, y) = (3, -3)$.

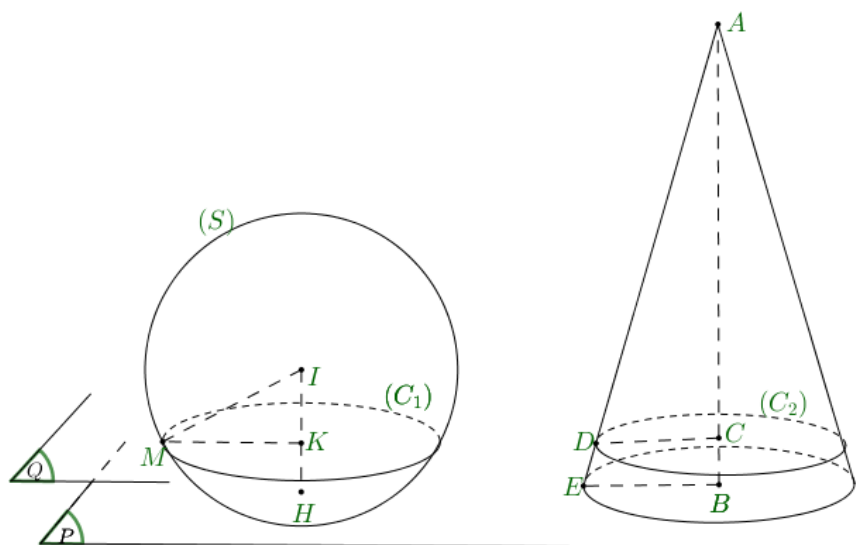
Vậy có 2 cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn.

Câu 50: Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z+6=0$. Một hình nón tròn xoay có đáy nằm trên (P) , có chiều cao $h=15$, có bán kính đáy bằng 5. Hình cầu và hình nón nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) . Người ta cắt hai hình đó bởi mặt phẳng (Q) có phương trình $x+2y+2z+d=0, 0 < d < 21$ thu được hai thiết diện có tổng diện tích là S . Biết rằng S đạt giá trị lớn nhất khi $d = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}^+$ (phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). tính giá trị $T = a + b$.

A. $T = 25$. B. $T = 19$. C. $T = 73$. D. $T = 85$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;2)$, bán kính $R=5$; $d(I, (P)) = 5 \Rightarrow$ mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

Gọi hình nón đã cho có đỉnh A , tâm đáy là B , đường sinh AE .

Giả sử mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C_1) tâm K , bán kính $R_1 = KM$; mặt phẳng (Q) cắt hình nón theo đường tròn (C_2) tâm C , bán kính $R_2 = CD$ ($CD \parallel BE$).

Để thấy tổng diện tích là S lớn nhất thì K nằm trên đoạn IH .

Đặt $IK = x (x \in [0; 5])$. Khi đó: $R_1 = \sqrt{25 - x^2}$, $\frac{CD}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{15 - (5 - x)}{15} \Rightarrow R_2 = CD = \frac{10 + x}{3}$.

$$S = \pi R_1^2 + \pi R_2^2 = \pi \left(25 - x^2 + \left(\frac{10 + x}{3} \right)^2 \right) = \frac{\pi}{9} (-8x^2 + 20x + 325)$$

Suy ra:

Vậy S lớn nhất khi $x = \frac{5}{4}$ hay $d((P), (Q)) = HK = 5 - x = \frac{15}{4} \Leftrightarrow \frac{|d - 6|}{3} = \frac{15}{4}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d = -\frac{21}{4} \text{ (ktm)} \\ d = \frac{69}{4} \text{ (tm)} \end{cases} \text{ . Suy ra } (a; b) = (69; 4) \text{ .}$$

Vậy $T = 73$.

----- **HẾT** -----Share by VnTeach.Com