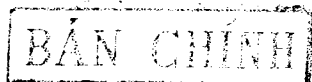


ĐỀ THI CHÍNH THỨC



Môn: TOÁN

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 08/02/2007

Câu 1 (2 điểm). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \left(1 - \frac{12}{y+3x}\right)\sqrt{x} = 2 \\ \left(1 + \frac{12}{y+3x}\right)\sqrt{y} = 6 \end{cases}$$

Câu 2 (3 điểm). Cho x, y là các số nguyên, $x \neq -1$ và $y \neq -1$ sao cho $\frac{x^4-1}{y+1} + \frac{y^4-1}{x+1}$ là số nguyên. Chứng minh rằng $x^4y^{44} - 1$ chia hết cho $x+1$.

Câu 3 (3 điểm). Cho tam giác ABC có hai đỉnh B, C cố định và đỉnh A thay đổi. Gọi H, G lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác ABC . Tìm quỹ tích điểm A , biết rằng trung điểm K của HG thuộc đường thẳng BC .

Câu 4 (3 điểm). Cho một đa giác đều 2007 đỉnh. Tìm số nguyên dương k nhỏ nhất thỏa mãn tính chất: Trong mỗi cách chọn k đỉnh của đa giác luôn tồn tại 4 đỉnh tạo thành một tứ giác lồi mà 3 trong số 4 cạnh của nó là 3 cạnh của đa giác đã cho.

Câu 5 (3 điểm). Cho b là một số thực dương. Hãy xác định tất cả các hàm số f xác định trên tập các số thực $\mathbb{R}$, lấy giá trị trong $\mathbb{R}$ và thỏa mãn phương trình

$$f(x+y) = f(x) \cdot 3^{b^y+f(y)-1} + b^x(3^{b^y+f(y)-1} - b^y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Câu 6 (3 điểm). Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn BC và nội tiếp đường tròn (O) tâm O . Gọi P là một điểm thay đổi trên đường thẳng BC và nằm ngoài đoạn BC sao cho PA không là tiếp tuyến của đường tròn (O) . Đường tròn đường kính PD cắt (O) tại E ($E \neq D$). Gọi M là giao điểm của BC với DE , N là giao điểm khác A của PA với (O) . Chứng minh rằng đường thẳng MN đi qua một điểm cố định.

Câu 7 (3 điểm). Cho số thực $a > 2$. Đặt $f_n(x) = a^{10}x^{n+10} + x^n + \dots + x + 1$ ($n = 1, 2, \dots$). Chứng minh rằng với mỗi n phương trình $f_n(x) = a$ có đúng một nghiệm $x_n \in (0; +\infty)$. Chứng minh dãy số (x_n) có giới hạn hữu hạn khi $n \rightarrow +\infty$.

HẾT

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.