# **BÀI 3. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC TÍCH PHÂN**

## **A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

**I. DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG**

**1. Định lý 1:** Cho hàm số liên tục, không âm trên. Khi đó diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và 2 đường thẳng là:

**2.** **Bài toán liên quan**

**Bài toán 1:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục trên đoạn , trục hoành và hai đường thẳng , được xác định:

**Bài toán 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , liên tục trên đoạn và hai đường thẳng , được xác định:

**Chú ý:**

- Nếu trên đoạn , hàm số không đổi dấu thì:

- Nắm vững cách tính tích phân của hàm số có chứa giá trị tuyệt đối

**Bài toán 3:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường , và hai đường thẳng , được xác định:

**Bài toán 4:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị ,là: . Trong đó:tương ứng là nghiệm nhỏ nhất của phương trình

**II. THỂ TÍCH CỦA KHỐI TRÒN XOAY**

**1. Thể tích vật thể**

Gọi là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục *Ox* tại các điểm *a* và *b*; là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục *Ox* tại điểm , . Giả sử là hàm số liên tục trên đoạn .

**2. Thể tích khối tròn xoay**

**Bài toán 1:** Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường , trục hoành và hai đường thẳng , quanh trục *Ox*:

**Bài toán 2:** Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường , trục hoành và hai đường thẳng , quanh trục *Oy*:

**Bài toán 3:** Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường , và hai đường thẳng , quanh trục *Ox*: .


## **B.** **CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

### **Dạng 1: Tính Diện Tích Giới Hạn Bởi 1 Đồ Thị**

**Câu 1:** Gọi là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường , , , . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 2:** Cho hàm số liên tục trên , diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và hai đường thẳng được tính theo công thức

**A. . B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 3:** Cho hàm số liên tục và không âm trên đoạn , diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , các đường thẳng và trục là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 4:** Ký hiệu là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành, đường . Khẳng định nào sau đây là đúng?



**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 5:** Cho hàm số liên tục trên đoạn và thỏa mãn , . Diện tích hình phẳng trong hình vẽ bên bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 6:** Cho hàm số có đồ thị như hình dưới đây.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 7:** Gọi là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số , trục hoành, trục tung và đường thẳng . Biết . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 8:** Cho hàm số liên tục trên và có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị , trục hoành và hai đường thẳng , là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 9:** Cho hàm số liên tục trên và có đồ thị là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị, trục hoành và hai đường thẳng là



**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 10:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục hoành được xác định theo công thức nào dưới đây

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 11:** Cho đồ thị hàm số như hình vẽ.



Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục được tính bởi công thức

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 12:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .


### **Dạng 2: Tính Diện Tích Giới Hạn Bởi 2 Hai Đồ Thị**

**Câu 1:** Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào sau đây?



**A.** . **B.** .

**C.** .  **D.** .

**Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số và

**A. B. C.** 4. **D. 2**.

**Câu 3:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường ; ; .

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng xung quanh trục là

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 4:** Diện tích hình mặt phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 5:** Cho hàm số bậc hai và hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo được tính bằng công thức nào sau đây?



**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 6:**Cho hàm sốvà có đồ thị giao nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ và . Gọi là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số này.

****

Diện tích của được tính theo công thức

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 7:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số và ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 8:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và đường thẳng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 9:** Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong và đường thẳng . Tính diện tích của hình .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 10:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số ; và trục hoành.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 11:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số; và các đường ; được xác định bởi công thức:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 12:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 13:** Cho là hình phẳng giới hạn bởi parabol , cung tròn có phương trình và trục hoành. Tính diện tích tính bởi công thức nào



**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 14:** Cho đồ thị hai hàm số và như hình sau

****

Diện tích phần hình phẳng được gạch sọc tính theo công thức nào dưới đây?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 15:** Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 16:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol đường cong và trục hoành bằng



**A. B. C. D.**

**Câu 17:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol và bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 18:** Diện tích phần tô đậm trong hình bên được tính theo công thức nào trong các công thức sau?



**A.** . **B.** . **B.** . **D.** .

**Câu 19:** Gọi là phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số , và trục hoành. Diện tích của là bằng bao nhiêu?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 20:** Diện tích miền phẳng giới hạn bởi parabol và đường tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính thuộc khoảng nào sau đây.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 21:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số và đường thẳng bằng

**A.** . **B.** . **C.** .**D.** .

**Câu 22:** Cho hình thang cong giới hạn bởi các đường , , , . Đường thẳng chia thành hai phần có diện tích là và như hình vẽ bên. Tìm để .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 23:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số , và trục được tính theo công thức nào dưới đây?



**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 24:** Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong , các trục tọa độ và phần đường thẳng với . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  quanh trục hoành.

. **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

### **Dạng 4: Tính Thể Tích Vật Thể Tròn Xoay Dựa Vào Định Nghĩa**

**Câu 1:** Trong không gian , cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng , vuông góc với trục  lần lượt tại , . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với  tại điểm có hoành độ ,  cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là  với  là hàm số liên tục trên . Thể tích của thể tích đó được tính theo công thức



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 2:** Cho phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình và . Cắt phần vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục tại điểm có hoành độ , ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng . Tính thể tích của phần vật thể .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 3:** Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng và , biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục tại điểm có hoành độ thì được thiết diện là hình chữ nhật có hai cạnh là và .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 4:** Cho vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng , , biết rằng thiết diện của vật thể với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là một đường tròn có bán kính . Thể tích của vật thể đó là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 1.

**Câu 5:** Cho phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình và . Cắt phần vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ , ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng . Tính thể tích V của phần vật thể .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 6:** Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng x = 1 và x = 3, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là 3x và

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 7:** Một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng và thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ là một hình tròn có diện tích bằng 3*π*. Thể tích của vật thể là

**A.**  **B.**  **C.** 6. **D.**


### **Dạng 5: Tính Thể Tích Vật Thể Tròn Xoay Khi Quay Hình Phẳng Giới Hạn Bởi 1 Đồ Thị**

**Câu 1:** Cho hình giới hạn bởi các đường , trục hoành. Quay hình phẳng quanh trục ta được khối tròn xoay có thể tích là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 2:** Cho hình phẳng được giới hạn bởi elip có phương trình . Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng quanh trục .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 3:** Gọi là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và hai đường thẳng . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 4:** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và hai đường thẳng . Quay xung quanh trục hoành ta được khối nói tròn xoay có thể tích là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 5:** Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường , , và . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay xung quanh trục được tính theo công thức?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 6:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường , , và trục hoành. Tính thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình quay quanh trục .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 7:** Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và các đường thẳng , quanh trục hoành là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 8:** Cho hàm số liên tục và có đồ thị như hình bên. Gọi là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục . Quay hình phẳng quanh trục ta được khối tròn xoay có thể tích được xác định theo công thức

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 9:** Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường , , , xung quanh trục là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 10:** Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường , , và . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay xung quanh trục được tính theo công thức

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 11:** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và hai đường thẳng ; . Thể tích vật thể tròn xoay sinh bới khi nó quay quanh trục hoành có thể tích được xác định bởi

**A.** . **B.** .

**B.** . **D.** .

**Câu 12:** Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục hoành, quanh trục hoành.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 13:** Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong , trục hoành và các đường thẳng , . Khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 14:** Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay xung quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường , , , , . Tìm a để V = 2.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 15:** Kí hiệu là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số Thể tích *V* của khối tròn xoay thu được khi quay hình xung quanh trục Ox là.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 16:** Gọi *V* là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình . *V* có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

**A.** 550. **B.** 400. **C.** 670. **D.** 335.

**Câu 17:** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi , quanh trục là với , là số nguyên. Khi đó bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .


### **Dạng 6: Ứng Dụng Tích Phân Trong Vật Lý**

**Câu 1:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc , trong đó là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

**A.** 0,2m **B.** 2m **C.** 10m **D.** 20m

**Câu 2:** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc phụ thuộc thời gian có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong giờ đó.

****

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 3:** Một vật chuyển động trong giờ với vận tốc phụ thuộc thời gian có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong giờ đó.



**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 4:** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc phụ thuộc vào thời gian có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó.



**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 5:** Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc phụ thuộc vào thời gian có đồ thị là một phần parabol với đỉnh và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quảng đường người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi chạy?

****

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 6:** Một chất điểm xuất phát từ , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật , trong đó là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm cũng xuất phát từ , chuyển động thẳng cùng hướng với nhưng chậm hơn giây so với và có gia tốc bằng . Sau khi xuất phát được giây thì đuổi kịp . Vận tốc của tại thời điểm đuổi kịp bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 7:** Một chất điểm xuất phát từ , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật , trong đó là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm cũng xuất phát từ , chuyển động thẳng cùng hướng với nhưng chậm hơn giây so với và có gia tốc bằng . Sau khi xuất phát được giây thì đuổi kịp . Vận tốc của tại thời điểm đuổi kịp bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

