

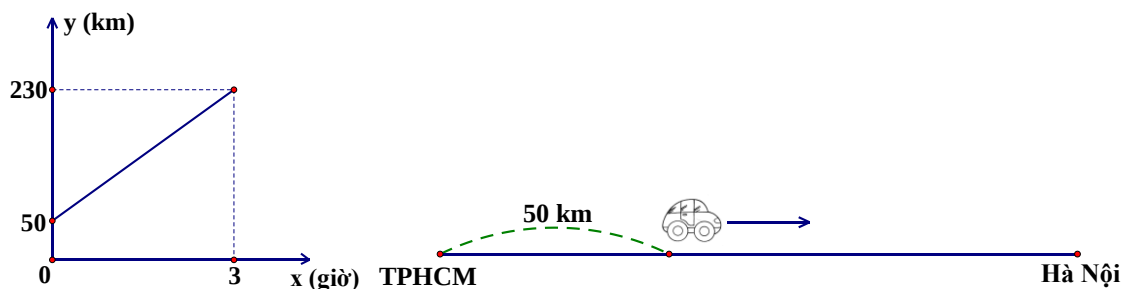
Câu 1. (1,5 điểm). Cho hàm số $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 2$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$.

Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức $A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 5x_2}{x_2}$.

Câu 3. (1 điểm). Lúc 6 giờ sáng, một xe ô tô ở vị trí cách thành phố Hồ Chí Minh 50km và khởi hành đi Hà Nội (ở ngược chiều với TPHCM). Gọi $y = ax + b$ là hàm số biểu diễn độ dài quãng đường từ TPHCM đến vị trí của xe ô tô sau x giờ theo đồ thị ở hình sau.



- Tìm a và b .
- Vào lúc mấy giờ thì xe ô tô cách TPHCM 410km?

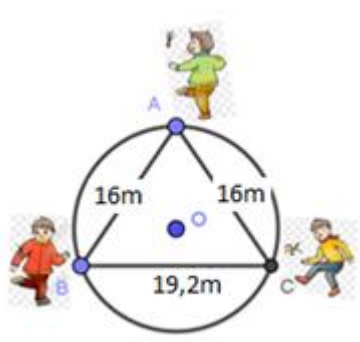
Câu 4. (1 điểm). Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Trên thực tế, xí nghiệp A vượt mức 12%, xí nghiệp B vượt mức 10% do đó cả hai xí nghiệp làm tổng cộng 400 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm.

Câu 5. (0,75 điểm). Một giải bóng đá gồm 6 đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn 1 lượt. Đội thắng được 3 điểm, hoà được 1 điểm, thua 0 điểm. Kết thúc giải đấu, tổng số điểm của cả 6 đội là 41 điểm.

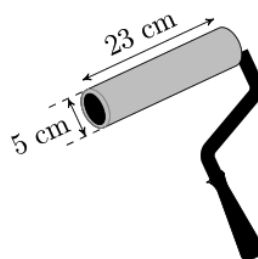
- Hỏi giải đấu có bao nhiêu trận?
- Tính số trận hòa của giải đấu?

Câu 6. (1 điểm). Ba bạn Dũng, Tài và Trí đứng ở ba vị trí A , B , C trên một đường tròn tâm O để chơi trò truyền cầu. Biết khoảng cách từ Dũng đến Tài bằng khoảng cách từ Dũng đến Trí là

16m ($AB = AC = 16m$), khoảng cách từ Tài đến Trí là 19,2m ($BC = 19,2m$) (Hình bên). Em hãy tính bán kính của đường tròn (O).



Câu 7. (0,75 điểm). Bạn An đi mua giúp bố cây lăn sơn ở cửa hàng nhà bác Toàn. Một cây lăn sơn tường có dạng một khối trụ với bán kính đáy là 5cm và chiều cao là 23cm (hình vẽ bên). Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1000 vòng thì cây sơn tường có thể bị hỏng. Hỏi bạn An cần mua ít nhất mấy cây lăn sơn tường biết diện tích tường mà bố bạn An cần sơn là $100m^2$?



Câu 8. (3 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD , BE , CF cắt nhau tại H . Tia EF cắt tia CB tại K .

- Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $KE.KF = KB.KC$.
- Đường thẳng KA cắt (O) tại M . Chứng minh tứ giác $AEFM$ nội tiếp.
- Gọi N là trung điểm của BC . Chứng minh M, H, N thẳng hàng.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x - 4$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

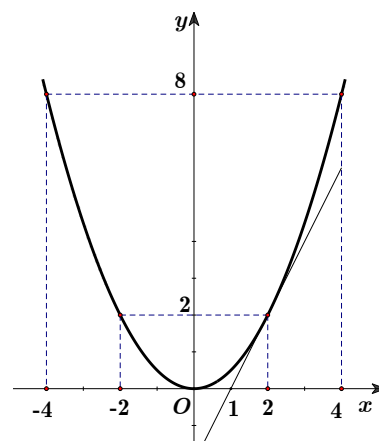
Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{2}$	8	2	0	2	8

x	1	2
$y = 2x - 2$	0	2



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$\frac{x^2}{2} = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Thay $x = 2$ vào $y = \frac{x^2}{2}$, ta được: $y = \frac{2^2}{2} = 2$.

Vậy $(2; 2)$ là giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$.

Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức $A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 5x_2}{x_2}$.

Lời giải

$$x^2 - 5x + 4 = 0.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.1.4 = 9 > 0.$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

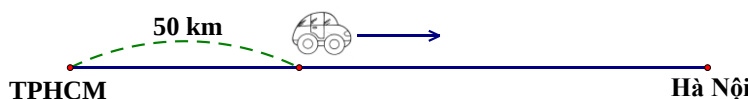
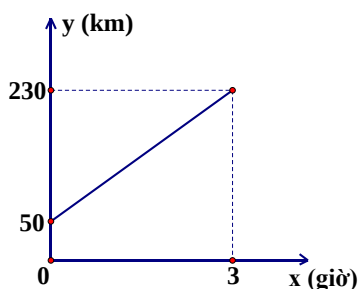
Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 5 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 4 \end{cases}.$$

$$A = \frac{5x_1 - x_2}{x_1} - \frac{x_1 - 5x_2}{x_2} = \frac{(5x_1 - x_2) \cdot x_2 - (x_1 - 5x_2) \cdot x_1}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{5x_1 \cdot x_2 - x_2^2 - x_1^2 + 5x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{10x_1 \cdot x_2 - (x_1^2 + x_2^2)}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{10 \cdot P - (S^2 - 2 \cdot P)}{P} = \frac{10 \cdot 4 - (5^2 - 2 \cdot 4)}{4} = \frac{23}{4}.$$

Câu 3. (1 điểm) Lúc 6 giờ sáng, một xe ô tô ở vị trí cách thành phố Hồ Chí Minh 50km và khởi hành đi Hà Nội (ở ngược chiều với TPHCM). Gọi $y = ax + b$ là hàm số biểu diễn độ dài quãng đường từ TPHCM đến vị trí của xe ô tô sau x giờ theo đồ thị ở hình sau.



- Tìm a và b .
- Vào lúc mấy giờ thì xe ô tô cách TPHCM 410km?

Lời giải

- Tìm a và b .
 $50 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 50.$
 $230 = a \cdot 3 + 50 \Rightarrow x = 60.$
- Vào lúc mấy giờ thì xe ô tô cách TPHCM 410km?

Xe ô tô cách TPHCM 410 km $\Rightarrow y = 410.$

Thay vào ta có $x = 6$ (giờ).

Vậy lúc 12 giờ thì xe ô tô cách TPHCM 410km.

Câu 4. (1 điểm). Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Trên thực tế, xí nghiệp A vượt mức 12%, xí nghiệp B vượt mức 10% do đó cả hai xí nghiệp làm tổng cộng 400 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm.

Lời giải

Gọi x (dụng cụ) là số dụng cụ xí nghiệp A làm; y (dụng cụ) là số dụng cụ xí nghiệp B làm. (ĐK: $x, y \in \mathbb{N}^*$). (sai kí hiệu tập hợp số tự nhiên $x, y \in \mathbb{N}^*$).

Vì theo kế hoạch phải làm tổng cộng là 360 dụng cụ nên ta có phương trình:

$$x + y = 360 \quad (1)$$

Vì trên thực tế, xí nghiệp A vượt mức 12%, xí nghiệp B vượt mức 10% do đó cả hai xí nghiệp làm tổng cộng 400 dụng cụ nên ta có phương trình:

$$112\%.x + 110\%.y = 400 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 360 \\ 112\%.x + 110\%.y = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \text{ (N)} \\ y = 160 \text{ (N)} \end{cases}$$

Vậy xí nghiệp A làm được 200 dụng cụ; xí nghiệp B làm được 160 dụng cụ.

Câu 5. (0,75 điểm) Một giải bóng đá gồm 6 đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn 1 lượt. Đội thắng được 3 điểm, hoà được 1 điểm, thua 0 điểm. Kết thúc giải đấu, tổng số điểm của cả 6 đội là 41 điểm.

- Hỏi giải đấu có bao nhiêu trận?
- Tính số trận hòa của giải đấu?

Lời giải

- Hỏi giải đấu có bao nhiêu trận?

Số trận đấu của giải là:

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 \text{ (trận)}.$$

- Tính số trận hòa của giải đấu?

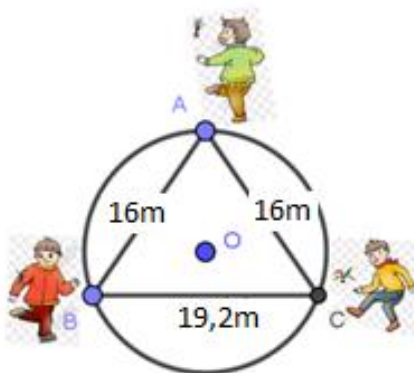
Gọi x (trận) là số trận hòa của giải đấu (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$)

Vì một trận thắng được 3 hòa được 1 điểm và có tổng cộng là 41 điểm nên ta có phương trình:

$$2.x + 3.(15 - x) = 41 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (nhận)}.$$

Vậy số trận hòa của giải đấu là 4.

Câu 6. (1 điểm) Ba bạn Dũng, Tài và Trí đứng ở ba vị trí A, B, C trên một đường tròn tâm O để chơi trò truyền cầu. Biết khoảng cách từ Dũng đến Tài bằng khoảng cách từ Dũng đến Trí là 16 m ($AB = AC = 16 \text{ m}$), khoảng cách từ Tài đến Trí là 19,2 m ($BC = 19,2 \text{ m}$) (Hình bên). Em hãy tính bán kính của đường tròn (O).



Lời giải

+ Đường thẳng AO cắt BC và (O) lần lượt tại H và D .

$\Rightarrow \triangle ABD$ vuông tại B và H là trung điểm của BC .

+ Ta có: H là trung điểm của BC .

$$HB = HC = \frac{BC}{2} = \frac{19,2}{2} = 9,6m.$$

+ $\triangle ABH$ vuông tại H có:

$$AH = \sqrt{16^2 - 9,6^2} = 12,8m$$

+ $\triangle ABD$ vuông tại B có BH là đường cao.

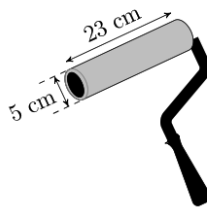
$\Rightarrow AB^2 = AH \cdot AD$ (hệ thức lượng).

$$\Rightarrow AD = \frac{AB^2}{AH} = \frac{16^2}{12,8} = 20m.$$

Vậy bán kính của (O) là: $R = AD : 2 = 20 : 2 = 10m$.

Câu 7. (0,75 điểm)

Bạn An đi mua giúp bố cây lăn sơn ở cửa hàng nhà bác Toàn. Một cây lăn sơn tường có dạng một khối trụ với bán kính đáy là $5cm$ và chiều cao là $23cm$ (hình vẽ bên). Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1000 vòng thì cây sơn tường có thể bị hỏng. Hỏi bạn An cần mua ít nhất mấy cây lăn sơn tường biết diện tích tường mà bố bạn An cần sơn là $100m^2$?



Lời giải

+ Diện tích xung quanh của cây lăn sơn:

$$S = 2\pi R.h = 2.\pi.5.23 = 115\pi cm^2 = 115\pi.10^{-4}m^2.$$

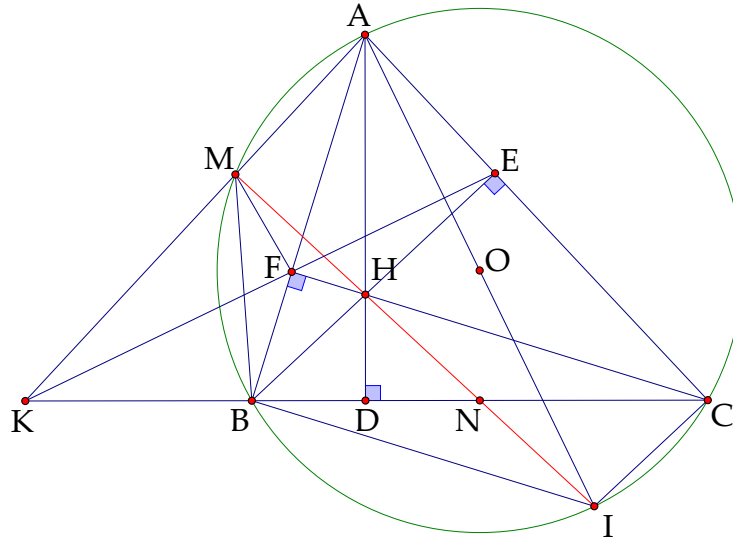
+ Số cây lăn sơn cần mua để sơn được $100m^2$:

$$\frac{100}{115.\pi.10^{-4}.1000} \approx 2,77 = 3 \text{ cây.}$$

Câu 8. (3 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD , BE , CF cắt nhau tại H . Tia EF cắt tia CB tại K .

- a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $KE.KF = KB.KC$.
- b) Đường thẳng KA cắt (O) tại M . Chứng minh tứ giác $AEFM$ nội tiếp.
- c) Gọi N là trung điểm của BC . Chứng minh M, H, N thẳng hàng.

Lời giải



- a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $KE.KF = KB.KC$.

+ Xét tứ giác $BFEC$, có:

$$\begin{cases} \angle BFC = 90^\circ (CF \perp AB) \\ \angle BEC = 90^\circ (BE \perp AC) \end{cases}$$

$\Rightarrow BFEC$ là tứ giác nội tiếp.

$$\Rightarrow \angle KFB = \angle KCE.$$

Mà $\angle EKC$ là góc chung.

$$\Rightarrow \triangle KBF \sim \triangle KEC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{KB}{KE} = \frac{KF}{KC} \text{ (2 cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow KB.KC = KE.KF \text{ (1)}$$

- b) Đường thẳng KA cắt (O) tại M . Chứng minh tứ giác $AEFM$ nội tiếp.

+ Ta có $AMBC$ nội tiếp (O) .

$$\Rightarrow \angle KMB = \angle KCA.$$

Mà $\angle AKC$ là góc chung.

$$\Rightarrow \triangle KMB \sim \triangle KCA \text{ (g.g)}.$$

$$\Rightarrow \frac{KB}{KA} = \frac{KM}{KC} \quad (2 \text{ cạnh tương ứng tỉ lệ}).$$

$$\Rightarrow KB.KC = KM.KA \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow KM.KA = KE.KF.$$

$$\Rightarrow \frac{KM}{KE} = \frac{KF}{KA}.$$

Mà $\angle AKE$ là góc chung.

$$\Rightarrow \triangle KMF \sim \triangle KEA \quad (c.g.c)$$

$$\Rightarrow \angle KMF = \angle KEA \quad (2 \text{ góc tương ứng bằng nhau}).$$

$$\Rightarrow AEFM \text{ là tứ giác nội tiếp.}$$

c) Gọi N là trung điểm của BC . Chứng minh M, H, N thẳng hàng.

+ Xét tứ giác $AFHE$, ta có:

$$\begin{cases} \angle HFA = 90^\circ \quad (HF \perp AB) \\ \angle HEA = 90^\circ \quad (HE \perp AC) \end{cases}.$$

Suy ra: $AFHE$ nội tiếp đường tròn đường kính AH .

+ Mà $AEFM$ nội tiếp (chứng minh trên)

$$\Rightarrow A, M, F, H, E \text{ cùng thuộc đường tròn đường kính } AH.$$

$$\Rightarrow AHFM \text{ là tứ giác nội tiếp.}$$

$$\Rightarrow \angle HMA = \angle HFA = 90^\circ \Rightarrow HM \perp AM \quad (3)$$

+ Kẻ AI là đường kính của (O) .

$$\Rightarrow \angle AMI = 90^\circ; \angle ACI = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AM \perp MI \\ CI \perp AC \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow M, H, I \text{ thẳng hàng.} \quad (5)$$

Ta có :

$$+ IC \parallel BH \quad (\text{vì cùng } \perp AC).$$

$$+ IB \parallel CH \quad (\text{vì cùng } \perp AB)$$

$$\Rightarrow BHCI \text{ là hình bình hành.}$$

Mà N là trung điểm của BC (gt).

$$\Rightarrow N \text{ là trung điểm của } HI.$$

$\Rightarrow H, N, I$ thẳng hàng (6)

Từ (5) và (6) $\Rightarrow M, H, N$ thẳng hàng (đpcm).

---**HẾT**---