

MỤC LỤC

◆CHƯƠNG 4. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN.....	3
▶BÀI 1. ĐIỂM ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG.....	3
.....(A). Tóm tắt kiến thức	3
.....(B). Dạng toán rèn luyện	6
•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	6
•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	16
•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	21
▶BÀI 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG.....	29
.....(A). Tóm tắt kiến thức	29
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	30
•Dạng 1: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian...30	
•Dạng 2: Chứng minh hai đường thẳng song song.....	31
•Dạng 3: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng.....	31
.....(C). Dạng toán rèn luyện	32
•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	32
•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	37
•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	40
▶BÀI 3. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG.....	45
.....(A). Tóm tắt kiến thức	45
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	46
•Dạng 1: Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng.....	46
•Dạng 2: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng.....	47
.....(C). Dạng toán rèn luyện	47
•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	47
•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	52
•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	55
▶BÀI 4. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG.....	60
.....(A). Tóm tắt kiến thức	60
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	62
•Dạng 1: Chứng minh hai mặt phẳng song song.....	62
•Dạng 2: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng.....	63
•Dạng 3: Ứng dụng định lý Thalès.....	63
.....(C). Dạng toán rèn luyện	64
•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	64
•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	68
•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	72
▶BÀI 5. PHÉP CHIẾU SONG SONG.....	77
.....(A). Tóm tắt kiến thức	77

		Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản
78	•Dạng ❶: Xác định ảnh của một hình qua phép chiếu song song cho trước.....	78
	•Dạng ❷: Vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian.....	79
		Ⓒ. Dạng toán rèn luyện
79	•Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	79
	•Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	82
	•Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	83

▶ **BÀI 1. ĐIỂM ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG**

A. Tóm tắt kiến thức

1. Mặt phẳng trong không gian

- ✓ Mặt bảng, mặt bàn, mặt sàn nhà, mặt hồ nước yên lặng cho ta hình ảnh một phần của một mặt phẳng. Mặt phẳng không có bề dày và không có giới hạn.
- ✓ Ta thường dùng hình bình hành hay một miền góc để biểu diễn mặt phẳng và dùng chữ cái in hoa hoặc chữ cái Hy Lạp trong dấu ngoặc để kí hiệu mặt phẳng.



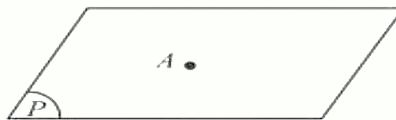
a) Mặt phẳng (P)



b) Mặt phẳng (α)

2. Điểm thuộc mặt phẳng

- ✓ Cho hai điểm A, B và mặt phẳng (P) như Hình 3.
- ✓ Nếu điểm A thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói A nằm trên (P) hay (P) chứa A , hay (P) đi qua A và kí hiệu là $A \in (P)$.
- ✓ Nếu điểm B không thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói B nằm ngoài (P) hay (P) không chứa B và kí hiệu là $B \notin (P)$.



✍ **Chú ý:** Mặt phẳng (P) còn được viết tắt là $mp(P)$ hoặc (P).

3. Biểu diễn các hình trong không gian lên một mặt phẳng

- ✓ Để biểu diễn một hình trong không gian lên một mặt phẳng (tờ giấy, mặt bảng, ...), ta thường dựa vào các quy tắc sau:
- ✓ Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- ✓ Giữ nguyên tính liên thuộc (thuộc hay không thuộc) giữa điểm với đường thẳng hoặc với đoạn thẳng.

4. Tính chất

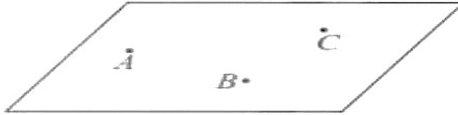
Tính chất ①:

- ✓ Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.



Tính chất ②:

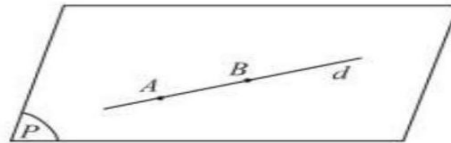
- ✓ Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.



- ✍ **Chú ý:** Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng được kí hiệu là mặt phẳng (ABC) .

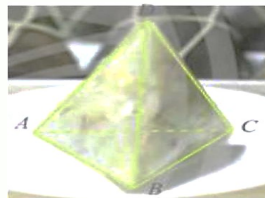
Tính chất ③:

- ✓ Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.



- ✍ **Chú ý:** Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) thường được kí hiệu là $d \subset (P)$ hoặc $(P) \supset d$.

Tính chất ④:

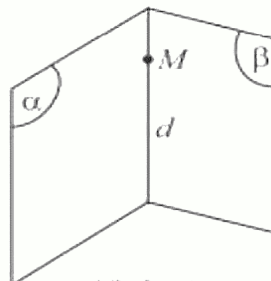


- ✓ Tồn tại bốn điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.

- ✍ **Chú ý:** Nếu có nhiều điểm cùng thuộc một mặt phẳng thì ta nói những điểm đó đồng phẳng, còn nếu không có mặt phẳng nào chứa các điểm đó thì ta nói chúng không đồng phẳng.

Tính chất ⑤:

- ✓ Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.



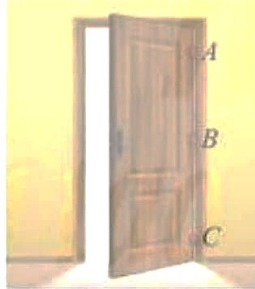
Hình 15

✍ **Chú ý:** Đường thẳng d chung của hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là giao tuyến của (P) và (Q) , kí hiệu $d = (P) \cap (Q)$.

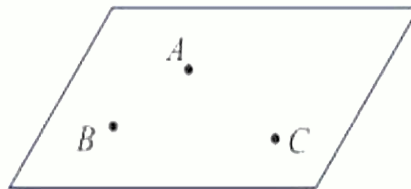
✍ **Tính chất ⑥:**

- ✓ Trong mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết của hình học phẳng đều đúng.

⑤. Cách xác định mặt phẳng



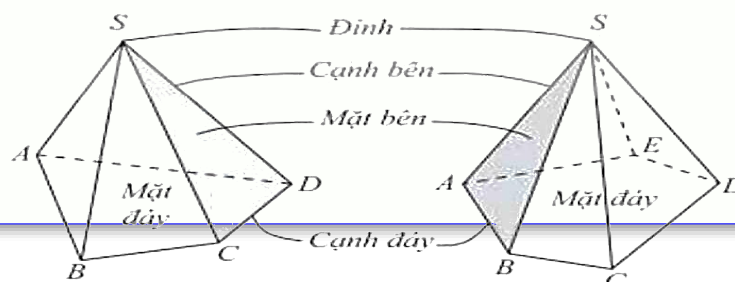
- ✓ Theo tính chất 2 đã biết:
- ✓ Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa ba điểm không thẳng hàng.
- ✓ Mặt phẳng xác định bởi ba điểm A, B, C không thẳng hàng



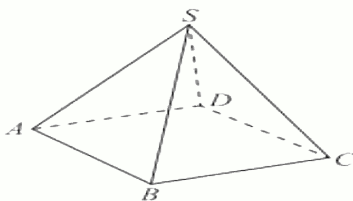
⑥. Hình chóp và hình tứ diện

①. Hình chóp

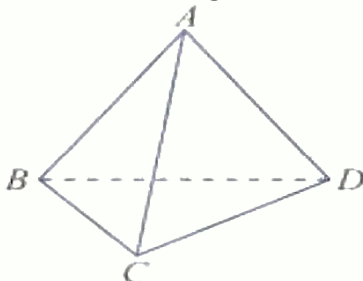
- ✓ Cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$ nằm trong mặt phẳng (α) và điểm S không thuộc (α) . Nối S với các đỉnh $A_1, A_2, ..., A_n$ ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$. Hình tạo bởi n tam giác đó và đa giác $A_1A_2...A_n$ được gọi là hình chóp, kí hiệu $S. A_1A_2...A_n$
- ✓ Trong hình chóp $S. A_1A_2...A_n$, ta gọi:
- ✓ Điểm S là đỉnh
- ✓ Các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ là các mặt bên;
- ✓ Đa giác $A_1A_2...A_n$ là mặt đáy;
- ✓ Các đoạn thẳng $SA_1, SA_2, ..., SA_n$ là các cạnh bên;
- ✓ Các cạnh của đa giác $A_1A_2...A_n$ là các cạnh đáy.
- ✓ Ta gọi hình chóp có đáy tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... lần lượt là hình chóp tam giác



②. Hình tứ diện



- ✓ Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình tạo bởi bốn tam giác ABC, ACD, ADB và BCD được gọi là hình tứ diện (hay tứ diện), kí hiệu $ABCD$.
- ✓ Trong tứ diện $ABCD$ (Hình 35), ta gọi:



- ✓ Các điểm A, B, C, D là các đỉnh.
- ✓ Các đoạn thẳng AB, AC, AD, BC, CD, BD là các cạnh của tứ diện.
- ✓ Hai cạnh không đi qua một đỉnh là hai cạnh đối diện.
- ✓ Các tam giác ABC, ACD, ADB, BCD là các mặt của tứ diện.
- ✓ Đỉnh không thuộc một mặt của tứ diện là đỉnh đối diện với mặt đó.

Ⓑ. Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là:

- A.** SF . **B.** SD . **C.** AC . **D.** SE .

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là giao điểm của AB và CD , N là giao điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD (AB // CD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.

B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).

C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành $ABCD$ tâm O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

A. SO . **B.** SD . **C.** SA . **D.** SB

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của (ACD) và (GAB) là

A. AM (với M là trung điểm AB).

B. AN (với N là trung điểm CD).

C. AK (với K là hình chiếu của C trên BD).

D. AH (với H là hình chiếu của B trên CD).

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm SA ; N và P lần lượt là điểm bất kì trên cạnh SB , SC (không trùng với trung điểm và hai đầu mút). Giao điểm của MN với (ABC) là

A. giao điểm của MN với BC . **B.** giao điểm của MP với BC .

C. giao điểm của MN với AB . **D.** giao điểm của MP với AC .

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD . Gọi O là một điểm thuộc miền trong của $\triangle BCD$. Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

A. OM . **B.** MN . **C.** A, B đều đúng. **D.** A, B đều sai.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD ; G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $BG \cap (ACD) = B'$; B' là trọng tâm tam giác ACD .
- B. G là trọng tâm tứ diện $ABCD$.
- C. $AG \cap (BCD) = A'$; A' là trọng tâm tam giác BCD .
- D. G là trọng tâm tam giác ADM .

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

- A. Tứ giác. B. Tam giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh SA, BC, CD . Thiết diện của $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IJK) là

- A. Hình tam giác. B. Hình ngũ giác.
- C. Hình lục giác. D. Hình tứ giác.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC . Trên đường thẳng CD lấy điểm M nằm ngoài đoạn CD . Thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (HKM) là

- A. Tứ giác $HKMN$ với $N \in AD$.
- B. Hình thang $HKMN$ với $N \in AD$ và $HK \parallel MN$.
- C. Tam giác HKL với $L = KM \cap AD$.
- D. Tam giác HKL với $L = HM \cap AD$.

Câu 12: Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD . Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. A, C, I thẳng hàng. B. B, C, I thẳng hàng.
- C. N, G, H thẳng hàng. D. B, G, H thẳng hàng.

Câu 13: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC . IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

- A. (IBC) và (KBD) . B. (IBC) và (KCD) .
 C. (IBC) và (KAD) . D. (ABI) và (KAD) .

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAD) và (SBC) là

- A. SI với I là giao điểm của AB và CD .
 B. SI với I là giao điểm của AC và BD .
 C. Sx với $Sx // AB$.
 D. SI với I là giao điểm của AD và BC .

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- A. AM (M là trung điểm của AB).
 B. AN (N là trung điểm của CD).
 C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).
 D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

- A. SD .
 B. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).
 C. SG (G là trung điểm AB).
 D. SF (F là trung điểm CD).

Câu 17: Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) là

- A. IK . B. BC . C. AK . D. DK .

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD . Gọi O là một điểm thuộc miền trong của ΔBCD . Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

- A. OM . B. MN .
 C. A, B đều đúng. D. A, B đều sai.

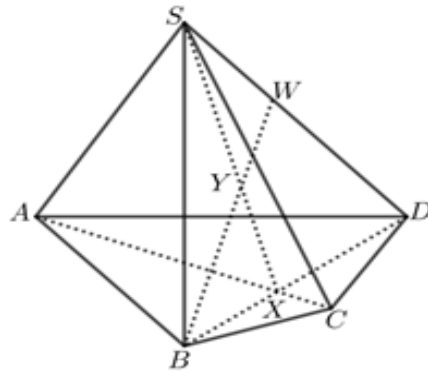
Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Các điểm M, N thuộc các cạnh AB, SC . Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với BD .
- B. Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD) .
- C. Giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với SI , trong đó I là giao điểm của CM với BD .
- D. Giao điểm của MN với (SBD) là M .

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{IA} = -2\vec{IM}$.
- B. $\vec{IA} = -3\vec{IM}$.
- C. $\vec{IA} = 2\vec{IM}$.
- D. $IA = 2,5IM$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ như hình vẽ bên. Có $ABCD$ là tứ giác lồi. Với W là điểm thuộc vào cạnh SD , X là giao điểm của hai đường thẳng AC và BD và Y là giao điểm của hai đường thẳng SX và BW . Gọi P là giao điểm của DY và (SAB) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A. P là giao điểm của hai đường thẳng DY với SB .
- B. P là giao điểm của hai đường thẳng DY với SA .
- C. P là giao điểm của hai đường thẳng DY với AB .
- D. P là giao điểm của hai đường thẳng BW với SC .

Câu 22: Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

- A. Giao điểm của SD và BK (với $K = SO \cap AM$).
- B. Giao điểm của EG và AF .
- C. Giao điểm của SD và MK (với $K = SO \cap AM$).
- D. Giao điểm của SD và AM .

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SB . Giao điểm của DM và (SAC) là

- A. Giao điểm của DM và SA .
- B. Giao điểm của DM và SC .
- C. Giao điểm của DM và SO .
- D. Giao điểm của DM và BD .

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ trong đó có tam giác BCD không cân. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của đoạn MN . Gọi A_1 là giao điểm của AG và (BCD) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. A_1 là tâm đường tròn tam giác BCD .
- B. A_1 là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD .
- C. A_1 là trực tâm tam giác BCD .
- D. A_1 là trọng tâm tam giác BCD .

Câu 25: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$.

Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

- A. CD và NP .
- B. CD và MN .
- C. CD và MP .
- D. CD và AP .

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- A. Điểm F .
- B. Giao điểm của đường thẳng EG và AF .
- C. Giao điểm của đường thẳng EG và AC .
- D. Giao điểm của đường thẳng EG và CD .

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là một điểm trên đoạn SA . Giao điểm của đường thẳng CM với mặt phẳng (SBD) là điểm.

- A. I là giao điểm của CM với BD .
- B. J là giao điểm của CM với SO ($O = AC \cap BD$).
- C. H là giao điểm của CM với SB .
- D. N là giao điểm của CM với SD .

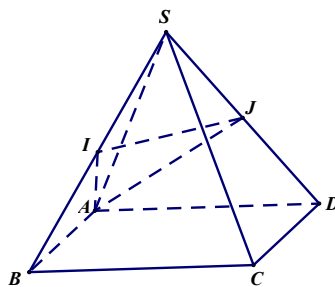
Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

- A. Tứ giá.
- B. Ngũ giá.
- C. Lục giá.
- D. Tam giá.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, CD và SA . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì?

- A. Ngũ giác.
- B. Tứ giác.
- C. Tam giác.
- D. Lục giác.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SB và SD . Thiết diện của mặt phẳng (AIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là



- A. tứ giác.
- B. tam giác.
- C. lục giác.
- D. ngũ giác.

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ và một mặt phẳng (P) thay đổi. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là một đa giác có số cạnh nhiều nhất có thể là:

- A. 5 cạnh.
- B. 4 cạnh.
- C. 3 cạnh.
- D. 6 cạnh.

Câu 32: Cắt hình chóp tứ giác bởi mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình chóp thiết diện là hình gì?

- A. Một hình bình hành.
- B. Một ngũ giác.

C. Một hình tứ giác.

D. Một hình tam giác.

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp AB$, $SA \perp AD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SA, BC, CD . Thiết diện tạo bởi (MNP) và hình chóp là hình gì?

A. Là ngũ giác.

B. Là tam giác thường.

C. Là tứ giác.

D. Là tam giác cân.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó ba đường thẳng nào đồng quy?

A. AB, MN, CD .

B. SO, BD, AM .

C. SO, AM, BN .

D. SO, AC, BN .

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I , EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

A. CD, EF, EG .

B. CD, IG, HF .

C. AB, IG, HF .

D. AC, IG, BD .

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi O là một điểm bên trong tam giác BCD và M là một điểm trên đoạn AO . Gọi I, J là hai điểm trên cạnh BC, BD . Giả sử IJ cắt CD tại K , BO cắt IJ tại E và BO cắt CD tại H , ME cắt AH tại F .

Giao tuyến của hai mặt phẳng (MIJ) và (ACD) là đường thẳng

A. KF .

B. AK .

C. MF .

D. KM .

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD . Gọi M là trung điểm của CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là đường thẳng

A. SI với I là giao điểm của AC và BM .

B. SP với P là giao điểm của AB và CD .

C. SI với J là giao điểm của AM và BD .

D. SO với O là giao điểm của AC và BD .

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc miền trong của tam giác ACD . Gọi I và J lần lượt là hai điểm trên cạnh BC và BD sao cho IJ không song

song với CD . Gọi H, K lần lượt là giao điểm của IJ với CD của MH và AC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) là

A. KI . **B.** KJ . **C.** MI . **D.** MH .

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

A. SD .
B. SO , với O là tâm hình bình hành $ABCD$.
C. SG , với G là trung điểm của AB .
D. SF , với F là trung điểm CD .

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ có E, F lần lượt là trung điểm cạnh BC, CD và G là trọng tâm tam giác ACD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABG) và (ACD) là đường thẳng nào dưới đây?

A. AE . **B.** AF . **C.** CD . **D.** BG .

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

A. SD .
B. SO , với O là tâm hình bình hành $ABCD$.
C. SG , với G là trung điểm của AB .
D. SF , với F là trung điểm CD .

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và C Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

A. Đường thẳng MN .
B. Đường thẳng AM .
C. Đường thẳng BG (G là trọng tâm ΔACD).
D. Đường thẳng AH (H là trực tâm ΔACD).

Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

- A. đường thẳng MN .
- B. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
- C. đường thẳng AM .
- D. đường thẳng AN (N là trực tâm tam giác ACD).

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC , P là điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP) .

Tính $\frac{SQ}{SC}$.

- A. $\frac{1}{2}$.
- B. $\frac{2}{3}$.
- C. $\frac{1}{6}$.
- D. $\frac{1}{3}$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

- A. $IA = 3IM$.
- B. $IM = 3IA$.
- C. $IM = 2IA$.
- D. $IA = 2IM$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Xét các mệnh đề:

(I). Đường thẳng IO song song SA .

(II). Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

(III). Giao điểm của đường thẳng AI và mặt phẳng (SBD) là trọng tâm tam giác SBD .

(IV). Giao tuyến hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là OI .

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là:

- A. 4.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 1.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây **SAI**?

- A. $\text{mp}(IBD)$ cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
- B. $IO \parallel \text{mp}(SAB)$.

C. $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

D. $IO \parallel mp(SAD)$.

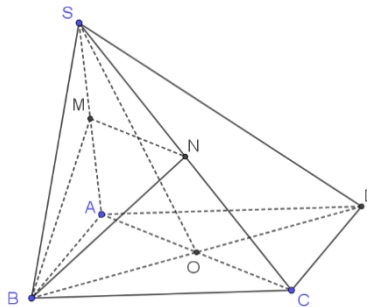
Câu 48: Cho tứ diện đều ABCD cạnh a, gọi G là trọng tâm tam giác ABCắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) được thiết diện có diện tích là:

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mặt phẳng (BMN) cắt AD, CD lần lượt tại E, F . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. A, E, F thẳng hàng. B. B, E, F thẳng hàng.
C. C, E, F thẳng hàng. D. D, E, F thẳng hàng.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Mp $(P) = (MNB)$. Gọi $I = SO \cap (P), K = SD \cap (P), E = DA \cap (P), F = DC \cap (P)$. Khi đó:



A. Ba điểm E, B, K thẳng hàng. B. Ba điểm F, K, I thẳng hàng.
C. Ba điểm E, B, I thẳng hàng. D. Ba điểm E, B, F thẳng hàng.

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F trong mặt phẳng đáy. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.		

b)	AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.		
c)	SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .		
d)	Gọi $G = EF \cap AD$ khi đó, SG giao tuyến của mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD) .		

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC , M là một điểm trên cạnh AB , N là một điểm trên cạnh AC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.		
b)	ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.		
c)	BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.		
d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .		

Câu 3. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$, $E = CD \cap NP$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	NM là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABC)$		
b)	DC là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCD), (ADC)$		
c)	Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E		
d)	Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của đường thẳng AD với đường thẳng MP		

Câu 4. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C , $K = AM \cap SO$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (ABC)		
b)	SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) , (SBD)		
c)	Giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (ABM) là điểm K		
d)	Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N thuộc đường thẳng AK		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ với M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC . Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = AN \cap CD$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .		
b)	Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên cạnh SO .		
c)	KM là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .		
d)	Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là điểm nằm trên cạnh KM		

Câu 6. Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, SC . Gọi $O = AC \cap BD$;

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
---------	--	------	-----

a)	SO giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .		
b)	Giao điểm của I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO		
c)	Giao điểm của J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD		
d)	Ba điểm I, J, B thẳng hàng.		

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB , N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC . Gọi P là điểm nằm trong $\triangle BCD$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MN = (MNP) \cap (ABC)$		
b)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (BCD)$ là đường thẳng cắt BC		
c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABD)$ là đường thẳng cắt AB và DC		
d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ACD)$ là đường thẳng cắt AB và DC		

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AM \cap SO = I$		
b)	$IA = 3IM$		
c)	Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI		
d)	Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Khi đó giao điểm của đường thẳng		

	MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$		
--	---	--	--

Câu 9. Cho tứ diện $SABC$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh AB và BC sao cho MN không song song với AC . Khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Đường thẳng MN cắt đường thẳng AC		
b)	Giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của MN và AC .		
c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .		
d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .		

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD ; P thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC . Khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giao điểm E của đường thẳng SO và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của MN và SO .		
b)	Giao điểm Q đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của PE và SO .		
c)	Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD . Vậy I, J, K thẳng hàng.		

d)	Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD . Vậy I, J, K không thẳng hàng		
----	---	--	--

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

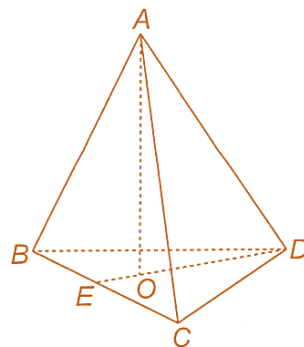
Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Chứng minh rằng bốn điểm M, N, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng.

Câu 2: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến d và hai đường thẳng a, b lần lượt nằm trong $(P), (Q)$. Chứng minh rằng nếu hai đường thẳng a, b cắt nhau thì giao điểm của chúng thuộc đường thẳng d .

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi D, E, F lần lượt là ba điểm trên ba cạnh SA, SB, SC sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

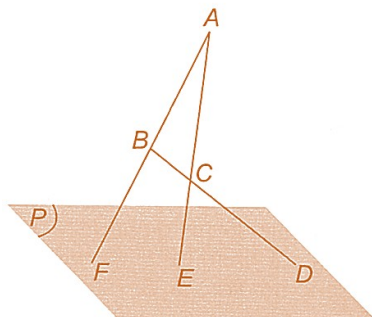
Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AC, BD lần lượt lấy các điểm E, F, G sao cho $EB > AE, AF > FC, BG > GD$. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (EFG) và $(ACD), (EFG)$ và $(BCD), (EFG)$ và (ABD) .

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$ và O là một điểm nằm trong tam giác BCD (H.4.3). Xác định giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (AOD) .



Hình 4.3

Câu 6: Cho mặt phẳng (P) và ba điểm A, B, C phân biệt nằm ngoài mặt phẳng (P) . Giả sử các đường thẳng BC, CA, AB lần lượt cắt mặt phẳng (P) tại D, E, F (H.4.4). Chứng minh rằng ba điểm D, E, F thẳng hàng.



Hình 4.4

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD và gọi M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC .

- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (AMO) và (SCD) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (BMO) và (SCD) .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD .

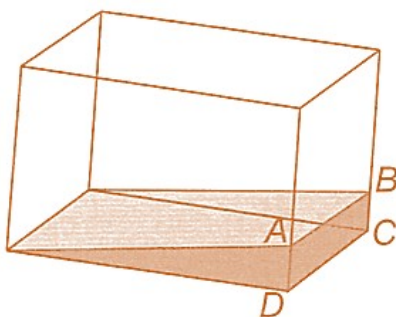
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SCD) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SBN) và (SAD) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBN) .

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC . Gọi P là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AP = 2DP$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (BCD) .

Câu 10: Cho hình tứ diện $SABC$ và các điểm A', B', C' lần lượt thuộc các cạnh SA, SB, SC . Giả sử hai đường thẳng $B'C'$ và BC cắt nhau tại D , hai đường thẳng $C'A'$ và CA cắt nhau tại E và hai đường thẳng $A'B'$ và AB cắt nhau tại F . Chứng minh rằng ba điểm D, E, F thẳng hàng.

Câu 11: Đánh dấu một điểm trên mép của tờ giấy A_4 và dùng kéo cắt một đường bất kì đi qua điểm đó (trong khi cắt không xoay kéo). Hãy **giải** thích vì sao đường cắt nhận được trên tờ giấy luôn là đường thẳng.

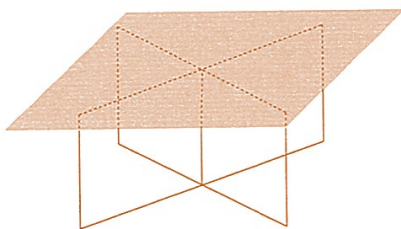
Câu 12: Bạn Huy đổ nước màu vào một chiếc bể cá có các mặt đều làm bằng kính phẳng. Sau một vài hôm nước bay hơi một phần và để lại trên thành bể các vết màu như trong Hình 4.5.



Hình 4.5

Huy quan sát thấy rằng, dù bể cá có hình dạng như thế nào, miễn là các mặt đều phẳng, thì vết màu trên mỗi thành bể đều là các đường thẳng. Hãy **giải** thích vì sao.

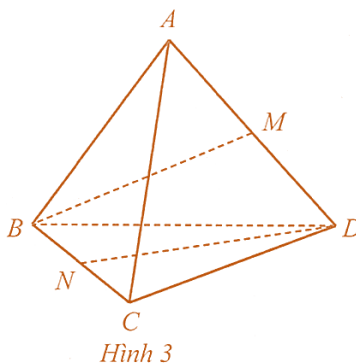
Câu 13: Một số chiếc bàn có thiết kế khung sắt là hai hình chữ nhật có thể xoay quanh một trục, mặt bàn là một tấm gỗ phẳng được đặt lên phần khung như trong Hình 4.6.



Hình 4.6

Tính chất hình học nào **giải** thích việc mặt bàn có thể được giữ cố định bởi khung sắt? (Giả sử khung sắt chắc chắn và được đặt cân đối).

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC (Hình 3). Hỏi bốn điểm B, M, D, N có cùng thuộc một mặt phẳng hay không?



Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC .

a) Xác định giao điểm I của đường thẳng MP với mặt phẳng (SBD) .

b) Xác định giao điểm Q của đường thẳng SD với mặt phẳng (MNP) .

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy không là hình thang. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Trên SO lấy điểm I sao cho $SI = 2IO$.

a) Xác định các giao điểm M, N lần lượt của SA, SD với mặt phẳng (IBC) .

b) Chứng minh rằng các đường thẳng AD, BC và MN đồng quy.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh SA, SC sao cho MN không song song với AC . Gọi O là điểm nằm trong tam giác ABC . Tìm giao điểm của các đường thẳng AC, BC và AB với mặt phẳng (OMN) .

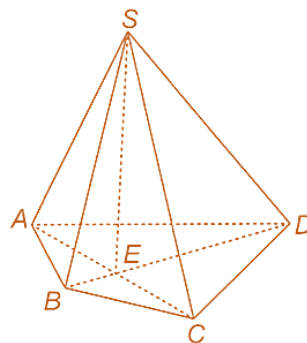
Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy lớn AD . Gọi E, F lần lượt là hai điểm trên hai cạnh SB, SD .

a) Tìm giao điểm của EF với (SAC) .

b) Tìm giao điểm của BC với (AEF) .

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là các điểm thuộc ba cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, AD cắt EG tại H . Chứng minh ba đường thẳng CD, IG, HF cùng đi qua một điểm.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ (H.4.2). Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .



Hình 4.2

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Gọi P là một điểm thuộc cạnh BC sao cho $PC = 2PB$.

a) Xác định giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (MNP) .

b) Xác định giao điểm của đường thẳng AC và mặt phẳng (MNP) .

c) Xác định giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) .

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là một điểm nằm trong tam giác SCD .

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SBO) và (SAC) .

b) Xác định giao điểm của đường thẳng BO và mặt phẳng (SAC) .

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho

$$AE = \frac{1}{2}BE \quad \text{và} \quad AF = 2CF. \quad \text{Gọi } O \text{ là một điểm nằm trong tam giác } BCD.$$

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (OEF) và (ABD) .
- b) Xác định giao điểm (nếu có) của đường thẳng AD và mặt phẳng (OEF) .

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD . Gọi O là một điểm nằm trong tam giác BCD .

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (ABO) và (ACD) .
- b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (ABO) và (MNP) .
- c) Xác định giao điểm của đường thẳng AO và mặt phẳng (MNP) .

Câu 25: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d và một điểm O nằm ngoài cả hai mặt phẳng đó. Gọi A, B là hai điểm phân biệt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AB cắt d tại C . Gọi D, E lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng OA, OB và mặt phẳng (Q) . Chứng minh rằng ba điểm C, D, E thẳng hàng.

Câu 26: Cho ba đường thẳng a, b, c không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau. Chứng minh rằng ba đường thẳng a, b, c cùng đi qua một điểm, hay còn gọi là ba đường thẳng a, b, c đồng quy.

Câu 27: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy không là hình thang. Gọi M là trung điểm của SA .

- a) Xác định giao điểm K của đường thẳng CD với mặt phẳng (SAB) .

b) Xác định giao điểm E của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .

c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

d) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SBC) .

e) Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của MC và DE . Chứng minh rằng ba điểm S, I, O thẳng hàng.

Câu 28: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của cạnh CD và M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, ACD .

a) Chứng minh rằng các điểm M, N thuộc mặt phẳng (ABI) .

b) Gọi G là giao điểm của AM và BN . Chứng minh rằng: $\frac{GM}{GA} = \frac{GN}{GB} = \frac{1}{3}$.

c) Gọi P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác DAB, ABC . Chứng minh rằng các đường thẳng

CP, DQ cùng đi qua điểm G và $\frac{GP}{GC} = \frac{GQ}{GD} = \frac{1}{3}$.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AC, CD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $CE = 3EA, DF = 2FC$.

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (BEF) với các mặt phẳng $(ABC), (ACD), (BCD)$.

b) Xác định giao điểm K của đường thẳng AD với mặt phẳng (BEF) .

c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (BEF) và (ABD) .

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD .

- a) Xác định giao điểm của đường thẳng NP với mặt phẳng (SAB) .
- b) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt phẳng $(SAB), (SAD), (SBC), (SCD)$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

- a) (SAC) và (SBD) ; b) (SAC) và (MBD) ;
- c) (MBC) và (SAD) ; d) (SAB) và (SCD) .

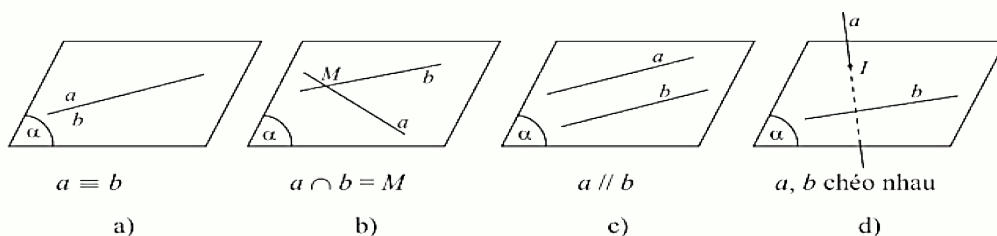
Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC . K là điểm thuộc BD sao cho $KD < KB$. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

- a) (IJK) và (ACD) ; b) (IJK) và (ABD) .

A. Tóm tắt kiến thức

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

- ✍ TH1: a và b đồng phẳng
- ✓ a cắt $b \Leftrightarrow a \cap b = M$.
- ✓ $a // b \Leftrightarrow a \cap b = \emptyset$.
- ✓ $a \equiv b \Leftrightarrow a \cap b = a$.
- ✍ TH2: không có mp nào chứa a và b , ta nói **a và b chéo nhau**.



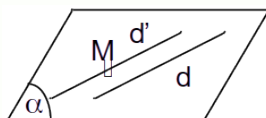
- ✓ Hai đường thẳng được gọi là song song nếu chúng cùng nằm trên một mặt phẳng và không có điểm chung

✍ Chú ý:

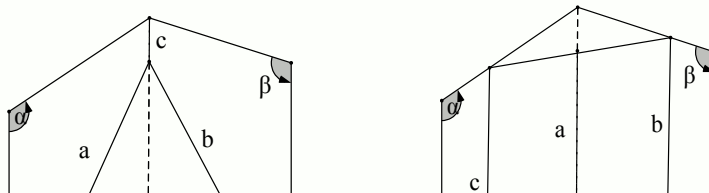
Hai đường thẳng gọi là *chéo nhau* nếu chúng không đồng phẳng. Cho hai đường thẳng song song a và b . Có duy nhất một mặt phẳng chứa hai đường thẳng đó, kí hiệu $mp(a, b)$.

2. Các tính chất cơ bản về hai đường thẳng song song.

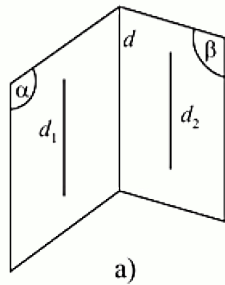
- ✍ **Định lí 1:** Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.
- ✍ **Ký hiệu:** $M \notin d \Rightarrow \exists ! d': M \in d', d' // d$
- ✍ **Nhận xét:** Hai đt song song a và b xác định một mp, kh (a, b)



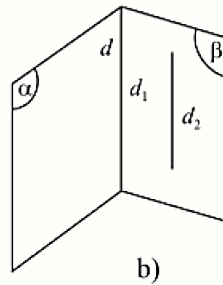
- ✍ **Định lí 2:** Nếu ba mp phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.



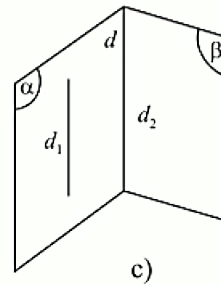
Hệ quả: Nếu hai mp phân biệt lần lượt chứa hai đt song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đt đó hoặc trùng với một trong hai đt đó.



a)



b)

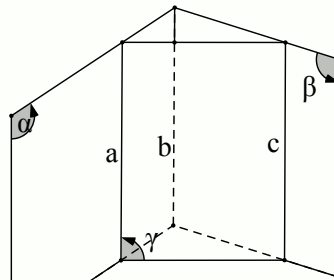


c)

Định lí 3: Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng

$$\begin{cases} a \neq b \\ a // c \Rightarrow a // b \\ b // c \end{cases}$$

thứ ba thì song song với nhau.

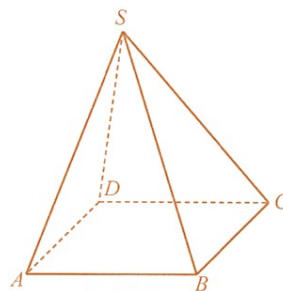


B. Phân dạng toán cơ bản

Dạng ①: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

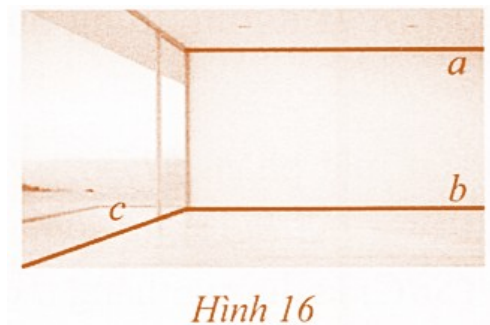
Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành (Hình 10). Hãy xét vị trí tương đối của mỗi cặp đường thẳng sau: AD và BC ; SB và CD .



Hình 10

Câu 2: Quan sát hình căn phòng (Hình 16), hãy cho biết vị trí tương đối của các cặp đường thẳng a và b ; a và c ; b và c .



Hình 16

•Dạng ②: Chứng minh hai đường thẳng song song

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và ABD . Chứng minh rằng hai đường thẳng G_1G_2 và CD song song với nhau.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn và $AB = 2CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SB . Chứng minh rằng đường thẳng NC song song với đường thẳng MD .

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD . Trên cạnh AC lấy điểm K . Gọi M là giao điểm của BK và AI , N là giao điểm của DK và AJ . Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với đường thẳng BD .

•Dạng ③: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AB, SD . Xác định giao tuyến của mỗi cặp mặt phẳng sau: (SAD) và (SBC) ; (MNP) và $(ABCD)$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA ; I, J, K, L lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SM, SN, SP, SQ .

- a) Chứng minh rằng bốn điểm I, J, K, L đồng phẳng và tứ giác $IJKL$ là hình bình hành.
- b) Chứng minh rằng $IK \parallel BC$.
- c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng $(IJKL)$ và (SBC) .

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào **không** song song với IJ ?

- A.** AD . **B.** DC . **C.** EF . **D.** AB .

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh SA và SC . Khi đó MN song song với đường thẳng

- A.** AC . **B.** BC . **C.** CD . **D.** AD .

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ ?

- A.** EF . **B.** DC . **C.** AD . **D.** AB .

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.** IJ song song với CD . **B.** IJ song song với AB .
C. IJ chéo CD . **D.** IJ cắt AB .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

- A. MP và RT . B. MQ và RT . C. MN và RT . D. PQ và RT .

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M là trung điểm cạnh SC . Khi đó thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MAB) là

- A. một tam giác. B. một hình thang.
C. một hình bình hành. D. một hình ngũ giác.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. M là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn AC (khác A, C).

Mặt phẳng (P) qua M và song song với các đường thẳng AB, CD . Thiết diện của (P) với tứ diện đã cho là hình gì?

- A. Hình chữ nhật. B. Hình thang.
C. Hình vuông. D. Hình bình hành.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . E là

điểm trên cạnh CD và $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

- A. Hai đường thẳng IJ và CD cắt nhau.
B. Hai đường thẳng IJ và CD chéo nhau.
C. Hai đường thẳng IJ và CD song song nhau và $IJ = \frac{1}{3}CD$.
D. Hai đường thẳng IJ và CD song song nhau và $IJ = \frac{2}{3}CD$.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$, gọi các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, AC và BD . Khi đó mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. MN, PQ, BC đôi một song song.

B. $MP \parallel BD$.

C. $MN \parallel PQ$.

D. $MP \parallel NQ$.

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAC và ACD . Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng

A. AC .

B. AD .

C. SD .

D. BC .

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. GE và CD chéo nhau.

B. $GE \parallel CD$.

C. GE cắt AD .

D. GE cắt CD .

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tứ diện. Gọi G_1 là giao điểm của AG và mp (BCD) , G_2 là giao điểm của BG và mp (ACD) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $G_1G_2 \parallel AB$.

B. $G_1G_2 \parallel AC$.

C. $G_1G_2 \parallel CD$.

D. $G_1G_2 \parallel AD$.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ABD . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng

A. AC .

B. CD .

C. CM với M là trung điểm cạnh BD .

D. DB .

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Chọn khẳng định đúng.

A. IJ song song với CD .

B. IJ song song với AB .

C. IJ chéo nhau với CD .

D. IJ cắt AB .

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC ; E là điểm trên cạnh CD sao cho $2EC = ED$. Khi đó, thiết diện tạo bởi (MNE) và tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình thang có đáy lớn là MN .

B. Hình chữ nhật.

C. Hình bình hành.

D. Hình thang có đáy bé là MN .

- Câu 17:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, I là trung điểm của SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là
- A.** $\triangle IBC$.
- B.** Hình thang $IJBC$ (J là trung điểm của SD).
- C.** Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm của SB).
- D.** Tứ giác $IBCD$.

- Câu 18:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AD \parallel BC$). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, CD và AC . Hãy cho biết thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?
- A.** Hình bình hành. **B.** Hình thang.
- C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình tam giác.

- Câu 19:** Cho hình chóp $S.ABC$ có E, F lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC và điểm G thỏa mãn $\frac{SG}{SC} = \frac{1}{2}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABC$ khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là hình nào dưới đây?
- A.** Tam giá.
- B.** Hình bình hành.
- C.** Hình thang chỉ có một cặp cạnh song song.
- D.** Hình thoi.

- Câu 20:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SB . P là một điểm trên cạnh BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) với hình chóp có dạng là:
- A.** Hình chữ nhật. **B.** Hình thang.
- C.** Hình tam giác. **D.** Hình bình hành.

- Câu 21:** Cho t diện $ABCD$. Gọi N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh BD và AD ; M là điểm thuộc đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Kết luận nào sau đây đúng nhất về thiết diện của mặt phẳng (MNP) với hình chóp $ABCD$?
- A.** Thiết diện là ngũ giác. **B.** Thiết diện là hình bình hành.
- C.** Thiết diện là hình thang. **D.** Thiết diện là t giác.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB . Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

- A.** hình thang.
- B.** hình chữ nhật.
- C.** hình bình hành.
- D.** tam giác.

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$ có M và N theo thứ tự là trung điểm của AB và AC . Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T) . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** (T) là hình bình hành.
- B.** (T) là tam giá.
- C.** (T) là tam giác hoặc hình thang.
- D.** (T) là hình thoi.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I là điểm trên cạnh SO . Mặt phẳng (ICD) cắt hình chóp theo thiết diện là hình gì?

- A.** Tam giác.
- B.** Hình thang.
- C.** Hình bình hành.
- D.** Hình chữ nhật.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

- A.** Tam giác MNE .
- B.** Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C.** Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC .
- D.** Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC .

Câu 26: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

- A.** Tam giác IBC .

- B.** Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).
- C.** Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).
- D.** Tứ giác $IBCD$.

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng song song với nhau.		
b)	Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng chéo nhau.		
c)	Hai đường thẳng có điểm chung thì chúng cắt nhau.		
d)	Hai đường thẳng không thể cùng nằm trên một mặt phẳng thì chúng chéo nhau.		

Câu 2. Trong không gian cho ba đường thẳng a, b và c phân biệt. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.		
b)	Nếu hai đường thẳng cùng chéo nhau với đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.		
c)	Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b và đường thẳng c chéo nhau thì đường thẳng a và đường thẳng c chéo nhau hoặc cắt nhau.		
d)	Nếu đường thẳng a cắt b , hai đường thẳng b và c chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc song song với nhau.		

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	AB song song CD		
b)	SA cắt SC		
c)	SA song song BC		
d)	SC chéo nhau AB		

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$ có I, J theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, BD . Gọi (P) là mặt phẳng qua I, J và cắt các cạnh AC, AD lần lượt tại hai điểm M, N . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$IJ = \frac{1}{2}CD$		

b)	MN cắt DC		
c)	$IJNM$ là một hình thang		
d)	Đề $IJNM$ là hình bình hành thì M là trung điểm của đoạn AC		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$EF // AC$		
b)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AC .		
c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với BC .		
d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) là đường thẳng qua M và song song với AC .		

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm của tam giác BCD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$IJ // CD$		
b)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng qua G và song song với BC		
c)	Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Khi đó $2IJ + 3MN = 17$.		
d)	Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Khi đó $3IJ + 2MN = 18$.		

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O . Gọi I là trung điểm SO . Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M, N . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điểm M là giao điểm của đường thẳng SA với mặt phẳng (ICD)		
b)	Ta có $SN = \frac{2}{3}SB$		

c)	Cho $AB = a$ thì $MN = \frac{a}{2}$		
d)	Trong mặt phẳng $(CDMN)$, gọi K là giao điểm của CN và DM . Khi đó SK và BC chéo nhau		

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD là đáy lớn, BC là đáy nhỏ). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA và SD . K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao điểm M của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) là điểm thuộc đường thẳng KE		
b)	Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N . Tứ giác $EFNM$ là hình bình hành		
c)	Các đường thẳng AM, DN, SK cùng đi qua một điểm		
d)	Cho biết $AD = 2BC$. Tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF bằng $\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{2}{3}$		

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB		
b)	Giao tuyến (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AB		
c)	Gọi $M \in SC$, giao tuyến của (ABM) và (SCD) là đường thẳng đi qua M và song song với AB		
d)	Gọi $N \in SB$, giao tuyến của (SAB) và (NCD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB		

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	SO là giao tuyến của (SAC) và (SBD)		
b)	Giao điểm J của SA với (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với		

	DC		
c)	Giao tuyến của (OIA) và (SCD) là đường thẳng đi qua C và song song với SD		
d)	$CD // IJ$		

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi G, H lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của hai hình bình hành đó. Chứng minh rằng ba đường thẳng GH, CE, DF đôi một song song.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Một mặt phẳng cắt bốn cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt tại các điểm M, N, P, Q .

a) Chứng minh rằng các đường thẳng MN, PQ, AC đôi một song song hoặc đồng quy.

b) Chứng minh rằng các đường thẳng MQ, NP, BD đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD và P là một điểm nằm trên CD . Đường thẳng BC cắt mặt phẳng (MNP) tại Q . Chứng minh rằng $PQ // BD$.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB và $SAD; M, N$ lần lượt là trung điểm của BC và CD . Chứng minh rằng $GK // MN$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SB . Chứng minh rằng $IJ // AB$, từ đó suy ra $IJ // CD$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AD . Gọi I và J lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAD và SBC . Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q .

a) Chứng minh MN song song với PQ .

b) Gọi E là giao điểm của AM và BP, F là giao điểm của CQ và DN . Chứng minh EF song song với MN và PQ .

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB, AC sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$; I, J lần lượt là trung điểm của BD, CD .

a) Chứng minh rằng $MN \parallel BC$.

b) Tứ giác $MNJI$ là hình gì. Tìm điều kiện để tứ giác $MNJI$ là hình bình hành.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của các mặt phẳng:

a) (SAD) và (SBC) ;

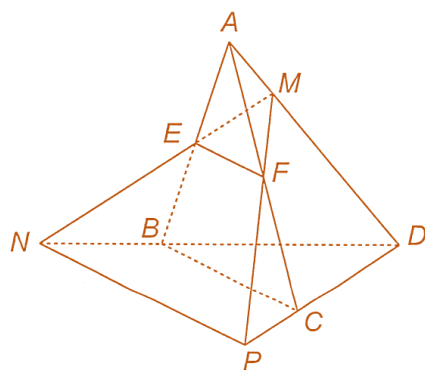
b) (SAB) và (MDC) , với M là một điểm bất kì thuộc cạnh SA .

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB . Gọi M là điểm bất kì thuộc đoạn thẳng SD .

a) Tìm các giao tuyến: $d_1 = (SAB) \cap (SCD); d_2 = (SCD) \cap (MAB)$.

b) Chứng minh $d_1 \parallel d_2$.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC và M là một điểm bất kì thuộc cạnh AD . Giả sử ME cắt BD tại N và MF cắt CD tại P (H.4.11). Chứng minh rằng $NP \parallel EF$.



Hình 4.11

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA, SD .

a) Xác định giao tuyến d của hai mặt phẳng (MCD) và (NAB) .

b) Chứng minh rằng $d \parallel AB$.

Câu 12: Một chiếc thang được đặt sao cho hai đầu của chân thang dựa vào tường, hai đầu còn lại nằm trên sàn nhà.



Hình 4.12

Biết rằng chiếc thang có dạng hình chữ nhật, hãy giải thích vì sao hai đầu của chân thang nằm trên sàn nhà lại cách đều đường chân tường.

Câu 13: Bạn Hà lấy một tờ giấy hình chữ nhật và gấp tờ giấy sao cho hai mép của tờ giấy song song với nhau.



Hình 4.13

Hà thấy rằng dù gấp thế nào thì đường nếp gấp vẫn luôn song song với hai mép của tờ giấy. Hãy giải thích vì sao.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC .

a) Xác định các giao tuyến của mặt phẳng (MAB) với các mặt của hình chóp.

b) Xác định các giao tuyến của mặt phẳng (MAD) với các mặt của hình chóp.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, K, L lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SAD .

a) Chứng minh rằng bốn điểm I, J, K, L đồng phẳng và tứ giác $IJKL$ là hình bình hành.

b) Chứng minh rằng $JL \parallel CD$.

c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng $(IJKL)$ và (SCD) .

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB .

a) Chứng minh MN song song với CD .

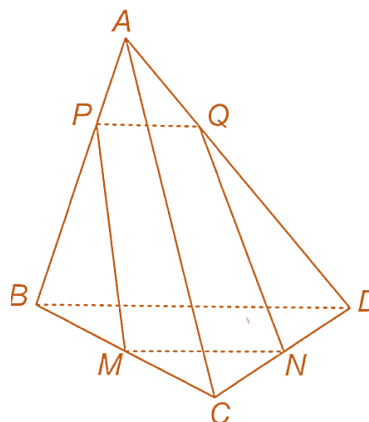
b) Gọi P là giao điểm của đường thẳng SC và mặt phẳng $(ADN), I$ là giao điểm của AN và DP . Chứng minh SI song song với CD .

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) .

b) Tìm điều kiện của AB và CD để các giao tuyến của mặt phẳng (IJG) với các mặt của hình chóp tạo thành một hình bình hành.

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD và P là một điểm bất kì thuộc cạnh AB (H.4.10). Xác định các giao tuyến của mặt phẳng (MNP) và các mặt của tứ diện.



Hình 4.10

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB, BC, CD .
Xác định giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) trong các trường hợp sau:

- Đường thẳng NP song song với đường thẳng BD ;
- Đường thẳng NP cắt đường thẳng BD .

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA .

- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (ANP) và (CMQ) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (ANP) và (ABD) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (CMQ) và (BCD) .
- Chứng minh rằng các giao tuyến tìm được ở trên đôi một song song với nhau.

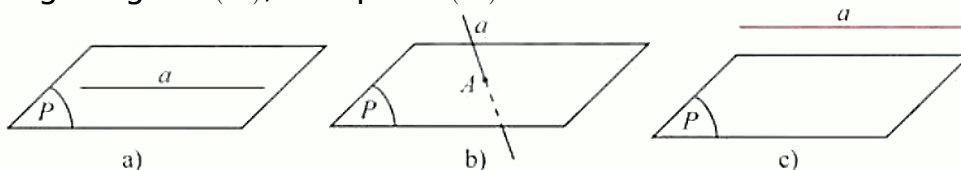
Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB // CD)$. Gọi E, F lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAD, SBC .

- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC . Chứng minh rằng $EF // MN$, từ đó suy ra $EF // AB$.
- Xác định các giao tuyến của mặt phẳng (AEF) với các mặt của hình chóp.
- Trong các giao tuyến tìm được ở câu b, giao tuyến nào song song với đường thẳng EF ?

A. Tóm tắt kiến thức

1. Đường thẳng song song mặt phẳng

- ✓ Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Khi đó có thể xảy ra một trong ba trường hợp sau:
- ✓ Trường hợp 1: a và (P) có từ hai điểm chung phân biệt trở lên (Hình 2a), suy ra mọi điểm thuộc a đều thuộc (P) , ta nói a nằm trong (P) , kí hiệu $a \subset (P)$.
- ✓ Trường hợp 2: a và (P) có một điểm chung duy nhất A (Hình 2b), ta nói a cắt (P) tại A , kí hiệu $a \cap (P) = A$.
- ✓ Trường hợp 3: a và (P) không có điểm chung nào (Hình 2c), ta nói a song song với (P) , kí hiệu $a // (P)$.



- Đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) nếu chúng không có điểm chung.

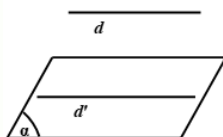
2. Điều kiện để một đường thẳng song song với 1 mặt phẳng

Định lý 1:

- ✓ Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với (α) .

$$\begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ d \parallel d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d \parallel (\alpha)$$

✓ Vậy



3. Tính chất cơ bản của đường thẳng và mặt phẳng song song

Định lý 2:

- ✓ Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) đi qua d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì $d' \parallel d$.

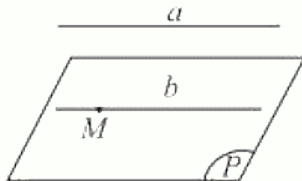
$$\begin{cases} d \parallel (\alpha) \\ d \subset (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d' \parallel d$$

✓ Vậy



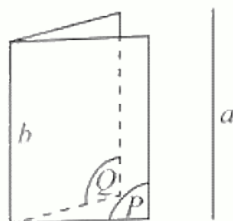
Hệ quả 1:

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Nếu qua điểm M thuộc (P) ta vẽ đường thẳng b song song với a thì b phải nằm trong (P) .



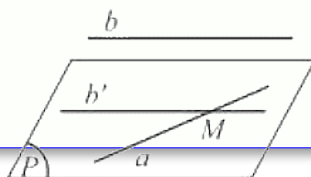
Hệ quả 2:

Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.



Định lý ③:

- ✓ Nếu a và b là hai đường thẳng chéo nhau thì qua a có duy nhất một mặt phẳng song song với đường thẳng b



B. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng ①: Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , điểm I nằm trên cạnh BC sao cho $BI = 2IC$. Chứng minh rằng đường thẳng IG song song với mặt phẳng (ACD) .

Câu 2: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.

a) Gọi O và O' lần lượt là giao điểm hai đường chéo của mỗi hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$. Chứng minh rằng đường thẳng OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE) .

b) Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABF và ABC . Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với mặt phẳng (ACF) .

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, ABC .

Chứng minh rằng hai đường thẳng MN, NG lần lượt song song với các mặt phẳng $(SCD), (SAC)$.

•Dạng ②: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SA lấy điểm M . Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với hai đường thẳng AD và SC . Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) với các mặt phẳng $(SAD), (SCD)$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, SB . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (CDN) .

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $MN \parallel (ABCD)$ B. $MN \parallel (SAB)$
C. $MN \parallel (SCD)$ D. $MN \parallel (SBC)$

Câu 2: Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- A. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng đó.
B. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
C. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy.

D. Trong không gian, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (ABCD)$

B. $MN \parallel (SAB)$

C. $MN \parallel (SCD)$

D. $MN \parallel (SBC)$

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của CB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $PQ \parallel (BCD)$

B. $GQ \parallel (BCD)$

C. $PQ \parallel (ACD)$

D. $Q \in (GDP)$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. MG song song (ACD)

B. MG song song (ABD)

C. MG song song (ACB)

D. MG song song (BCD)

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Gọi M là trung điểm của OC . Mặt phẳng (α) qua M và (α) song song với SA và BD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và $mp(\alpha)$ là hình gì?

A. hình tam giác.

B. hình bình hành.

C. hình chữ nhật.

D. hình ngũ giác

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . M, N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD . (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

A. Hình bình hành.

B. Hình thang.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình vuông.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$, điểm I nằm trong tam giác ABC , mặt phẳng (α) đi qua I và song song với AB, CD . Thiết diện của tứ diện $ABCD$ và mặt phẳng (α) là

A. hình chữ nhật.

B. hình vuông.

C. hình bình hành.

D. tam giác.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm nằm trong tam giác ABC , $mp(a)$ qua M và song song với AB và CD . Thiết diện của $ABCD$ cắt bởi $mp(a)$ là:

A. Tam giá.

B. Hình chữ nhật.

C. Hình vuông.

D. Hình bình hành.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trọng tâm của $\triangle ABC$ và N là điểm nằm trên cạnh AD sao cho $AN = 2ND$. Khi đó ta có

A. MN cắt BD .

B. $MN \parallel (BCD)$

C. $MN \parallel CD$

D. AC cắt BD .

Câu 11: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB và BD . Khẳng định nào sau đây **đúng**? Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $MN // (SAC)$. B. $MN // (SAB)$.
C. $MN // (SBC)$. D. $MN // (SAD)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SD và SA . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây.

- A. $PN // (SBC)$. B. $MQ // (SBC)$.
C. $PQ // (SAD)$. D. $MN // (SAD)$.

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD .

Chọn khẳng định **sai**?

- A. $G_1G_2 // (ABD)$. B. $G_1G_2 // (ABC)$.
C. BG_1, AG_2 và CD đồng qui. D. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB . Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

- A. Hình thang. B. Hình chữ nhật.
C. Hình bình hành. D. Tam giác.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có E, F lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC và

điểm G thỏa mãn $\frac{SG}{SC} = \frac{1}{2}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABC$ khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là hình nào dưới đây?

- A. Tam giác.
B. Hình bình hành.
C. Hình thang chỉ có một cặp cạnh song song.
D. Hình thoi.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD // BC, AD = 3BC$. M, N lần lượt là trung điểm AB, CD . G là trọng tâm $\triangle SAD$. Mặt phẳng (GMN) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

- A. Hình bình hành. B. $\triangle GMN$.
C. $\triangle SMN$. D. Ngũ giác.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thay đổi trên cạnh AB (M không trùng với các đỉnh). Thiết diện của tứ diện tạo bởi mặt phẳng qua M , song song với hai đường thẳng AC và BD luôn là

- A. một tam giá.
B. một ngũ giá.
C. một tứ giác có hai đường chéo vuông góc nhau.
D. một tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

- Câu 18:** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thang ($AD \parallel BC$), gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với SA, BC cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì?
A. Ngũ giác. **B.** Hình bình hành.
C. Tam giác. **D.** Hình thang.
- Câu 19:** Cho tứ diện $ABCD, AB = CD$. Mặt phẳng (α) qua trung điểm của AC và song song với AB, CD cắt tứ diện đã cho theo thiết diện là
A. Hình thoi. **B.** Hình chữ nhật.
C. Hình vuông. **D.** Hình tam giác.
- Câu 20:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?
A. $AB = \frac{1}{3}CD$ **B.** $AB = \frac{3}{2}CD$ **C.** $AB = 3CD$ **D.** $AB = \frac{2}{3}CD$
- Câu 21:** Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ACD . Xét các khẳng định sau:
(I): $MN \parallel (ABC)$ **(II):** $MN \parallel (BCD)$
(III): $MN \parallel (ACD)$ **(IV):** $MN \parallel (ABD)$
 Các mệnh đề đúng là:
A. **(I), (IV)** **B.** **(II), (III)** **C.** **(III), (IV)** **D.** **(I), (II)**
- Câu 22:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi I là trung điểm cạnh SC . Mệnh đề nào sau đây sai?
A. $IO \parallel (SAB)$
B. $IO \parallel (SAD)$
C. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là tứ giác.
D. $mp(IBD) \cap mp(SAC) = IO$
- Câu 23:** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm bất kỳ trên cạnh SC . Khi đó mặt phẳng (ABM) song song với
A. BD . **B.** AC . **C.** SC . **D.** CD .
- Câu 24:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD . Những khẳng định nào sau là đúng?
(1): $MN \parallel (BCD)$; **(2):** $MN \parallel (ACD)$; **(3):** $MN \parallel (ABD)$
A. **(1) và (3)** **B.** **(2) và (3)** **C.** **(1) và (2)** **D.** Chỉ có **(1)** đúng.
- Câu 25:** Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$

B. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.

C. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

D. Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A , M khác C).

Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình vuông.

D. Hình chữ nhật.

Câu 27: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là

trung điểm của SO . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mp (P) qua I và song song BD , và SC là

A. Lục giác.

B. Ngũ giác.

C. Hình bình hành.

D. Tứ giác.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A , M khác C). Mặt

phẳng (α) đi qua M song song với AB và CD , cắt tứ diện đã cho theo giao tuyến là

A. Hình vuông.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Tam giác.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Điểm M

trên cạnh AC thỏa mãn $AM = x$ ($0 < x < a\sqrt{2}$). Mặt phẳng (P) qua M , $(P) \parallel SA$, $(P) \parallel BD$ hoặc $(P) \supset BD$. Giá trị x thỏa mãn điều kiện nào để thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là ngũ giác.

A. $0 < x < a\sqrt{2}$.

B. $0 < x < \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2} \leq x < a\sqrt{2}$.

D. $\frac{a}{2} \leq x < a\sqrt{2}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn

$\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC , BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

(P)

A. cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

(P)

B. cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

(P)

C. cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

(P)

D. không cắt hình chóp.

- Câu 31:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC , (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD . Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) và tứ diện?
- A.** Thiết diện là hình vuông. **B.** Thiết diện là hình thang cân.
C. Thiết diện là hình bình hành. **D.** Thiết diện là hình chữ nhật.

• **Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai**

Câu 1. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b		
b)	Nếu mặt phẳng (P) song song với đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng song song với đường thẳng b .		
c)	Nếu mặt phẳng (P) cắt đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng cắt đường thẳng b .		
d)	Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng chứa đường thẳng b .		

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD , P là trung điểm cạnh SA . Khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MN // (SBC)$		
b)	$MN // (SAD)$		
c)	SB cắt với mặt phẳng (MNP)		
d)	SC cắt với mặt phẳng (MNP)		

Câu 3. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O' . Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE$, $BN = \frac{1}{3}BD$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	OO' song song với mặt phẳng (ADF)		
b)	OO' cắt mặt phẳng (BCE)		

c)	$\frac{BN}{BD} = \frac{2}{3}$		
d)	MN song song với mặt phẳng $(CDEF)$		

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD		
c)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB		
d)	Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình thang		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, điểm M di động trên cạnh AD . Một mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng CD, SA , cắt BC, SC và SD lần lượt tại N, P, Q . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua M và song song với AD		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SA		
c)	Tứ giác $MNPQ$ là hình thang có hai đáy là MN và PQ .		
d)	Gọi $I = MQ \cap NP$. Khi đó I thuộc đường thẳng đi qua S và song song với AB		

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD ; E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$		

b)	$IJ // (ABCD)$		
c)	BC song song với mặt phẳng $(SAD), (SEF)$		
d)	BC cắt mặt phẳng (AIJ)		

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2, M$ là một điểm thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD , cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAB) là đường thẳng đi qua M và song song với AB		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SD		
c)	$\frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$		
d)	Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD , cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác có diện tích bằng $\frac{16}{9}$		

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AC, BD		
b)	$\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$		
c)	MN song song với mặt phẳng (SCD)		
d)	NG cắt với mặt phẳng (SAC)		

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC . Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB$ và $\triangle SBC$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
---------	------	-----

a)	$AC \parallel (SIJ)$		
b)	HK cắt IJ		
c)	$HK \parallel (SAC)$		
d)	Giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng đi qua B và song song với AC		

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD và E là điểm trên cạnh DC sao cho $DC = 3DE, I$ là trung điểm AD . Khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	OI song song với mặt phẳng (SAB)		
b)	OI song song với mặt phẳng (SCD)		
c)	IE song song với AC		
d)	$GE \parallel (SBC)$		

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD .

Chúng minh rằng $MN \parallel (BCD)$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABD và ACD .

Chúng minh G_1G_2 song song với các mặt phẳng (ABC) và (BCD) .

Câu 3: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng có tâm lần lượt là O và O' .

a) Chúng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE) .

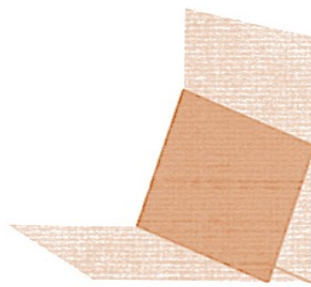
b) Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh AF, AD sao cho $AM = \frac{1}{3}AF$, $AN = \frac{1}{3}AD$.

Chúng minh $MN \parallel (DCEF)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua trung điểm M của cạnh AB , song song với BD và SA . Tìm giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và H lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC và ACD . Chứng minh rằng $GH \parallel (BCD)$.

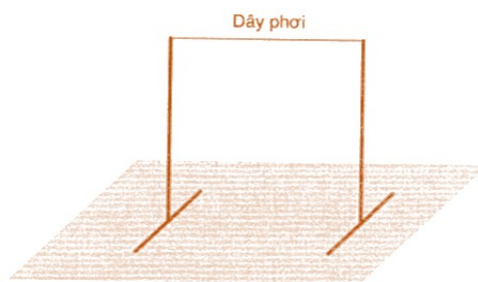
Câu 6: Một tấm bảng hình chữ nhật được đặt dựa vào tường như trong Hình 4.18.



Hình 4.18

Hãy giải thích vì sao mép trên của tấm bảng song song với mặt đất, mép dưới của tấm bảng song song với mặt tường.

Câu 7: Để dựng dây phơi quần áo, bác Việt lắp hai thanh sắt thẳng đứng có chiều dài bằng nhau trên mặt đất và căng dây nối hai đầu còn lại của hai thanh sắt (H.4.19).



Hình 4.19

Khi đó, dây phơi có song song với mặt đất không? Giải thích vì sao.

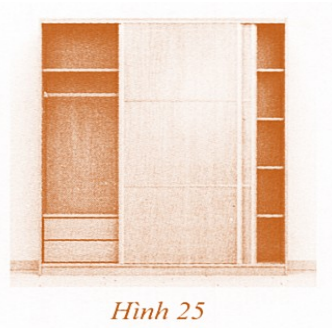
Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, BC, CD . Chứng minh rằng giao tuyến của hai mặt phẳng (APQ) và (CMN) song song với đường thẳng BD .

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, SA .

a) Chứng minh rằng SC song song với mặt phẳng (MNP) .

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SCD) .

Câu 10: Trong các không gian hẹp, người ta thường thiết kế tủ đựng quần áo có cánh cửa trượt. Tủ này bao gồm khoang tủ, cánh cửa trượt và hai đường ray trượt cho mép trên và mép dưới cánh cửa (Hình 25). Biết rằng cánh cửa trượt có dạng hình chữ nhật và có thể kéo trượt bình thường, khi đó bạn Minh nói: "Đường ray trượt ở mép trên cửa song song với mặt đáy của tủ quần áo". Em hãy cho biết phát biểu của bạn Minh đúng hay sai? Vì sao?



Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC , ACD . Chứng minh rằng $IJ \parallel (BCD)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm chuyển động trên cạnh SC khác C , (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng AM và song song với BD . Chứng minh rằng mặt phẳng (P) luôn đi qua một đường thẳng cố định khi điểm M chuyển động trên cạnh SC .

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ và E là một điểm bất kì thuộc cạnh SA . Gọi (P) là mặt phẳng qua E và song song với hai đường thẳng SB, SD . Gọi M, N lần lượt là giao điểm của (P) và các cạnh AB, AD .

a) Chứng minh rằng $EM \parallel SB$ và $EN \parallel SD$.

b) Giả sử đường thẳng MN cắt các đường thẳng BC, CD . Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và các mặt phẳng $(SBC), (SCD)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD, M là điểm trên đoạn DC sao cho $DC = 3DM$.

Chứng minh rằng $MG \parallel (SBC)$.

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh AB và CD . Đặt (α) là mặt phẳng qua MN và song song với BC . Tìm giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện $ABCD$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của

tam giác SAB, I là trung điểm của AB và M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AM = \frac{1}{3}AD$.

Đường thẳng đi qua M và song song với AB cắt CI tại N . Chứng minh:

a) $NG \parallel (SCD)$; b) $MG \parallel (SCD)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD, P là trung điểm của SA . Chứng minh:

a) MN song song với các mặt phẳng (SBC) và (SAD) ;

b) SB song song với (MNP) ;

c) SC song song với (MNP) .

d) Gọi G_1 và G_2 theo thứ tự là trọng tâm của hai tam giác ABC và SBC .

Chúng minh G_1G_2 song song với (SAD) .

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB // CD)$. Gọi E là một điểm bất kì thuộc cạnh SA . Gọi (P) là mặt phẳng qua E và song song với hai đường thẳng AB và SC .

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SAC) , từ đó tìm một điểm chung của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$.

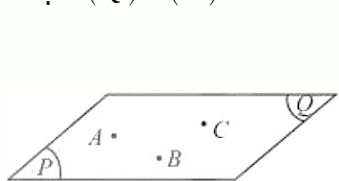
c) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và các mặt còn lại của hình chóp.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy nhỏ $AB = a$, đáy lớn $CD = 2a$. Gọi E là trung điểm của SC . Chứng minh rằng $BE // (SAD)$.

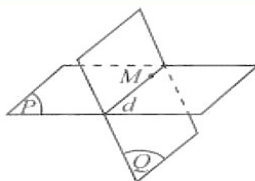
A. Tóm tắt kiến thức

1. Vị trí tương đối giữa 2 mặt phẳng (α) và (β) có 3 vị trí tương đối

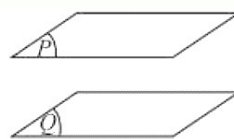
- ✓ Trường hợp 1: (P) và (Q) có ba điểm chung không thẳng hàng, ta nói hai mặt phẳng (P) và (Q) trùng nhau, kí hiệu $(P) \equiv (Q)$.
- ✓ Trường hợp 2: (P) và (Q) phân biệt và có một điểm chung, ta nói (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d đi qua điểm chung, kí hiệu $(P) \cap (Q) = d$.
- ✓ Trường hợp 3: (P) và (Q) không có bất kì điểm chung nào, nghĩa là $(P) \cap (Q) = \emptyset$, ta nói (P) và (Q) song song với nhau, kí hiệu $(P) // (Q)$ hoặc $(Q) // (P)$.



$(P) \equiv (Q)$



(P) cắt (Q)



$(P) // (Q)$

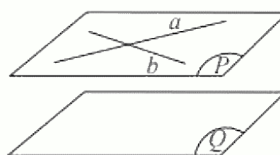
✍ **Định nghĩa:** Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung; $(\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow (\alpha) \cap (\beta) = \emptyset$

✍ **Chú ý:** $(\alpha) // (\beta)$, $d \subset (\alpha) \Rightarrow d // (\beta)$

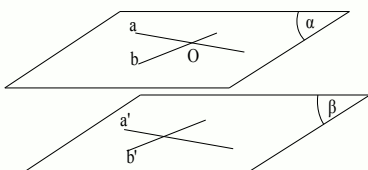
2. Điều kiện để hai mặt phẳng song song

✍ **Định lý 1:**

Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với (Q) .

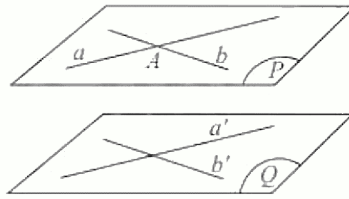


✍ **Hệ quả:** Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b lần lượt song song với hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (β) thì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) .

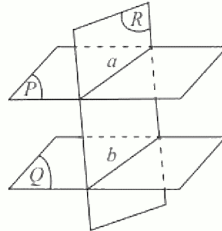


$$\begin{cases} a, b \subset (\alpha) \\ a \cap b = O \\ a // a', b // b' \\ a', b' \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$$

Lưu ý: Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường



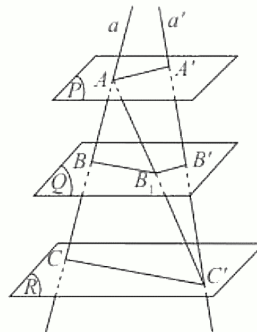
- ✍ **Định lý 9:** Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Nếu (R) cắt (P) thì cắt (Q) và hai giao tuyến của chúng song song với nhau.



4. Định lý talet trong không gian

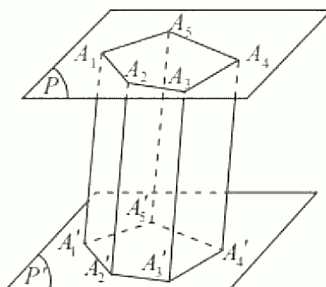
- ✓ Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những

đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$



5. Hình lăng trụ và hình hộp

- ✍ **Hình lăng trụ:** Cho hai mặt phẳng (P) và (P') song song với nhau. Trên (P) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$. Qua các đỉnh của đa giác này, ta vẽ các đường thẳng song song với nhau và cắt (P') lần lượt tại $A'_1, A'_2, ..., A'_n$. Hình tạo bởi các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, ..., A_nA_1A'_1A'_n$ và hai đa giác $A_1A_2...A_n, A'_1A'_2...A'_n$ gọi là hình lăng trụ, kí hiệu $A_1A_2...A_n \cdot A'_1A'_2...A'_n$.



- ✓ Trong hình lăng trụ $A_1A_2...A_n \cdot A'_1A'_2...A'_n$ ta có:

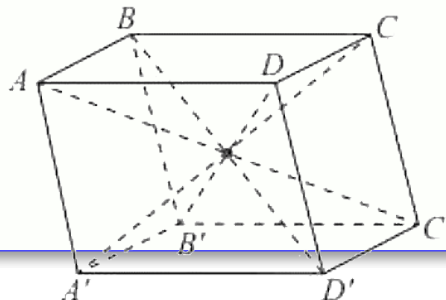
- ✓ Các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n, A'_1, A'_2, \dots, A'_n$ là các đỉnh;
- ✓ Các hình bình hành $A_1 A_2 A'_2 A'_1, A_2 A_3 A'_3 A'_2, \dots, A_n A_1 A'_1 A'_n$ là các mặt bên;
- ✓ Các đoạn thẳng $A_1 A'_1, A_2 A'_2, \dots, A_n A'_n$ là các cạnh bên.
Các cạnh bên song song và bằng nhau.
- ✓ Các cạnh của hai đa giác đáy là các cạnh đáy. Các cạnh đáy tương ứng song song và bằng nhau.

✍ **Chú ý:** Hình lăng trụ có đáy là tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... tương ứng được gọi là hình lăng trụ tam giác, hình lăng trụ tứ giác, hình lăng trụ ngũ giác, ...

✍ **Hình hộp:** là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

Trong một hình hộp ta có:

- ✓ Sáu mặt là sáu hình bình hành. Mỗi mặt đều có một mặt song song với nó. Hai mặt như thế gọi là hai mặt đối diện; - Hai đỉnh không cùng nằm trên một mặt gọi là hai đỉnh đối diện;
- ✓ Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện gọi là đường chéo;
- ✓ Bốn đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.



Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Chứng minh hai mặt phẳng song song

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB . Chứng minh rằng $(G_1 G_2 G_3) \parallel (BCD)$.

Chứng minh tương tự ta cũng có $G_2 G_3 \parallel (BCD)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng (P) cho tam giác ABC . Qua A, B, C lần lượt vẽ các tia Ax, By, Cz đôi một song song với nhau và không nằm trong mặt phẳng (P) . Trên các tia Ax, By, Cz lần lượt lấy các điểm A', B', C' sao cho $AA' = BB' = CC'$. Chứng minh rằng $(ABC) \parallel (A'B'C')$.

Câu 3: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M và N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N' . Chứng minh:

a) $(ADF) \parallel (BCE)$; b) $(DEF) \parallel (MM'N'N)$.

•Dạng ②: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và O là giao điểm của hai đường chéo. Mặt phẳng (P) đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (SBC) . Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) với các mặt phẳng $(ABCD)$ và (SCD) .

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . (P) là mặt phẳng đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) . Tìm giao tuyến của các mặt của hình chóp với mặt phẳng (P) .

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E là một điểm bất kì thuộc cạnh AB ; (P) là mặt phẳng đi qua E và song song với mặt phẳng (BCD) . Xác định các giao tuyến của mặt phẳng (P) và các mặt của hình tứ diện.

•Dạng ③: Ứng dụng định lí Thalès

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.

a) Chứng minh rằng $(AFD) \parallel (BEC)$.

Câu 2: Cho ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ đôi một song song. Hai đường thẳng d, d' cắt ba mặt phẳng lần lượt tại A, B, C và A', B', C' . Biết rằng $AB = 2\text{cm}, BC = 6\text{cm}$ và $A'B' = 3\text{cm}$, tính $B'C'$.

C. Dạng toán rèn luyện

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- Câu 2:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- Câu 3:** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O và O' , không cùng nằm

$$(IV):(ACE) \parallel (BDF)$$

A. (I) ☐ $(I), (II)$ ☐ **B.** (I) ☐ (II) ☐

C. $(I), (II), (III)$

D. $(I), (II), (III), (IV)$

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$

B. $(AA'D') \parallel (BCC')$

C. $(BDD') \parallel (ACC')$

D. $(ABB') \parallel (CDC')$

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) .

A. (ABB')

B. (ACC')

C. $(BB'C')$

D. (ABC')

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(BA'D') \parallel (ADC')$

B. $(ABB') \parallel (CDD')$

C. $(B'AC) \parallel (DA'C')$

D. $(ABO') \parallel (OC'D')$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SBC là tam giác đều. Gọi M là điểm di động trên đoạn thẳng $AB, M \neq A; M \neq B$. Qua M dựng mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (SBC) . Thiết diện tạo với mặt phẳng (α) và chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình thang cân.

B. Hình thang vuông.

C. Hình tam giác.

D. Hình bình hành.

Câu 8: Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn CD, M là điểm nằm trên đoạn BC (M khác B và C), (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (ABI) . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi (α) là

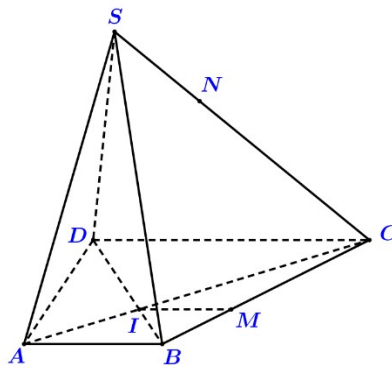
A. Một tam giác vuông cân.

B. Một tam giác đều.

C. Một hình bình hành.

D. Một tam giác cân.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang, $AB \parallel CD, AB = a; CD = 2a$, gọi I là giao điểm của AC và BD . Qua I kẻ đường thẳng song song CD cắt BC tại M . Trên cạnh SC lấy điểm N sao cho $CN = 2NS$ (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(IMN) \parallel (SAB)$. B. $(IMN) \parallel (SAD)$.
C. $(IMN) \parallel (SAC)$. D. $(IMN) \parallel (SBD)$.

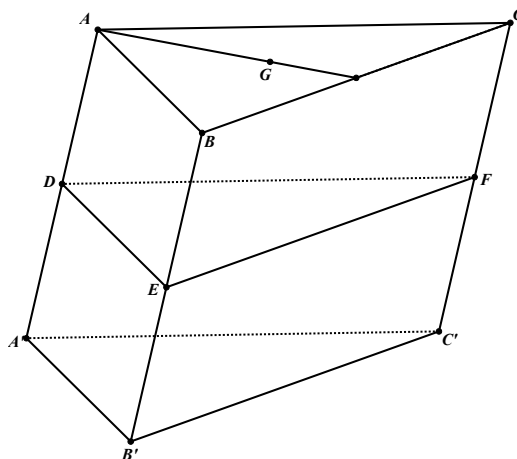
Câu 10: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác $ABC, ACC', A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK) ?

- A. $(AA'C)$. B. $(A'BC')$. C. (ABC) . D. $(BB'C')$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $A'C' \parallel BD$. B. $A'B' \parallel (SAD)$.
C. $A'C' \parallel (SBD)$. D. $(A'C'D') \parallel (ABC)$.

Câu 12: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (như hình vẽ).



Lấy các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC' và điểm G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(DEB) \parallel (A'B'F)$. B. $(EFG) \parallel (BCD)$.

C. $(DB'C') \parallel (AEF)$.

D. $(DEG) \parallel (A'B'C)$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, SB . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây.

A. $(MNK) \parallel (SAC)$.

B. $(MNK) \parallel (SAD)$.

C. $(MNK) \parallel (SCD)$.

D. $(MNK) \parallel (SAB)$.

Câu 14: Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây?

A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.

B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q) .

D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

Câu 15: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Cắt hình lăng trụ bởi một mặt phẳng ta được một thiết diện. Số cạnh lớn nhất của thiết diện thu được là?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Câu 16: Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. M là điểm nằm trên đoạn AB , qua M dựng mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình thang. B. Hình vuông.

C. Hình bình hành. D. Tam giác.

Câu 17: Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của AB . M là điểm di động trên AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và tứ diện $SABC$ là hình gì?

- A. Tam giác cân tại M . B. Hình thoi.
C. Tam giác đều. D. Hình bình hành.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(MON) \parallel (SBC)$. B. $(MON) \parallel (SDC)$.
C. $(NMP) \parallel (SBD)$. D. $(MNP) \parallel (BCD)$.

Câu 19: Cho tứ diện đều $S.ABC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và SC . Xét M là một điểm di động trên đoạn thẳng AI . Qua M kẻ mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (CIJ) . Khi đó, thiết diện của mặt phẳng (α) và tứ diện $S.ABC$ là hình gì?

- A. Hình bình hành. B. Tam giác đều.
C. Tam giác cân tại M . D. Hình thang cân.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I là trung điểm của OA . Thiết diện của hình chóp với (α) đi qua I và song song với $mp(SAB)$ là

- A. Tam giác. B. Hình thang.
C. Ngũ giác. D. Hình bình hành.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 2\sqrt{3}$, $\angle BAC = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SA = 3AM$. Thiết diện của mặt phẳng (P) và hình chóp $S.ABC$ có diện tích bằng

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{13}{3}$. D. 1.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Hai mặt phẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.		

b)	Nếu mặt phẳng này chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.		
c)	Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.		
d)	Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.		

Câu 2. Trong mặt phẳng (P) , cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các nửa đường thẳng song song nhau, nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) và đi qua các điểm A, B, C, D . Một mặt phẳng (Q) cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D' . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$mp(AA', BB')$ song song với $mp(CC', DD')$.		
b)	$A'B' // C'D'$		
c)	Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình thang		
d)	Gọi O và O' lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi đó $OO' // AA'$.		

Câu 3. Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$AMM'A'$ là hình bình hành		
b)	$\frac{AI}{AM} = \frac{AG}{AN} = \frac{1}{3}$		
c)	(IKG) cắt $(BCC'B')$		
d)	$(AKG) // (AIB')$		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Gọi M là giao điểm của AI và KD , N là giao điểm của DH và CI . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$HI // (ABCD)$		

b)	$(HIK) // (ABCD)$		
c)	SM và HI chéo nhau		
d)	(SMN) cắt (HIK)		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$MN // (SBC)$		
b)	$(OMN) // (SBC)$		
c)	Gọi E là trung điểm đoạn AB và F là một điểm thuộc đoạn ON . Khi đó EF cắt với mặt phẳng (SBC) .		
d)	Gọi G là một điểm trên mặt phẳng $(ABCD)$ cách đều AB và CD . Khi đó GN cắt (SAB)		

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD, B'D'C'$.

Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$A'D'CB$ là hình bình hành		
b)	$(A'BD) // (B'D'C')$		
c)	G_1, G_2 cùng thuộc AC'		
d)	$G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$		

Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là trọng tâm $\triangle ABE$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt (ADF) . Lấy N là giao điểm của (P) và AC . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$EFDC$ là hình thang		
b)	$FD // EC$		
c)	$(ADF) // (BCE)$		

d)	$\frac{AN}{NC} = 3$		
----	---------------------	--	--

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có các cạnh AA', BB', CC', DD' song song với nhau. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$(BDA') // (B'D'C')$		
b)	Đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' và $B'D'C'$.		
c)	$AG_1 = 2G_1G_2$		
d)	Mặt phẳng $(A'B'G_2)$ cắt hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ tạo thành một tứ giác là hình bình hành		

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	ON chéo nhau với SB		
b)	$(OMN) // (SBC)$		
c)	Gọi P và Q là trung điểm của AB và ON . Khi đó PQ cắt (SBC)		
d)	Gọi R là trung điểm AD . Khi đó $(MOR) // (SCD)$.		

Câu 10. Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$II' // BB'$		
b)	$AA'I'I$ là hình bình hành		
c)	IA' song song $(AB'C')$.		
d)	Giao tuyến của $(AB'C')$ và $(A'BC')$ là đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng $AI', A'I$		

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Khi cắt một chiếc bánh ga-tô hình hộp, Thuý nhận thấy vết cắt ở mặt trên và mặt dưới của bánh gợi nên hình ảnh về hai đường thẳng song song với nhau. Hỏi nhận xét của Thuý có đúng không? Vì sao?

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Chứng minh $(OMN) // (SBC)$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ và một điểm O nằm trong tam giác BCD . Gọi (P) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (ABD) .

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (BCD) .

b) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và các mặt còn lại của tứ diện.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E là một điểm bất kì thuộc cạnh SA và (P) là mặt phẳng qua E song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và các mặt bên của hình chóp.

b) Hình tạo bởi các giao tuyến là hình gì? Giải thích vì sao.

Câu 5: Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang. Chứng minh rằng đáy $A'B'C'D'$ là hình thang.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một mặt phẳng (P) cắt các cạnh $AD, BC, B'C', A'D'$ lần lượt tại E, F, G, H . Chứng minh rằng tứ giác $EFGH$ là hình bình hành.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng:

a) $AB' // C'D$;

b) Hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(C'BD)$ song song với nhau.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD . Gọi M là trọng tâm của tam giác SAD, N là điểm thuộc đoạn thẳng AC sao cho $AN = \frac{1}{3}AC, P$ là điểm thuộc đoạn thẳng CD sao cho $DP = \frac{1}{3}DC$. Chứng minh rằng $(MNP) // (SBC)$.

Câu 9: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên các đường chéo AC, BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BF}$. Qua M vẽ đường thẳng song song với AB cắt AD tại M' , qua N vẽ đường thẳng song song với AB cắt AF tại N' . Chứng minh rằng $(MNN') // (CDE)$.

a) Chứng minh rằng (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (AFD) . Mặt phẳng

(P) cắt đường thẳng EF tại I . Tính $\frac{FI}{FE}$, biết $\frac{AM}{AC} = \frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có $AD // BC, AD = 2BC$. Gọi E là trung điểm của AD, O là giao điểm của AC và BE, I là điểm nằm trên đoạn OC . Mặt phẳng (P) qua I và song song với (SBE) . Tìm các giao tuyến của các mặt của hình chóp với mặt phẳng (P) .

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $BB', A'B', B'C'$. H là điểm bất kì thuộc cạnh AA' và (P) là mặt phẳng đi qua H và song song với mặt phẳng (MNP) . Chứng minh các đoạn giao tuyến của hình lăng trụ với mặt phẳng (P) tạo thành một hình thang.

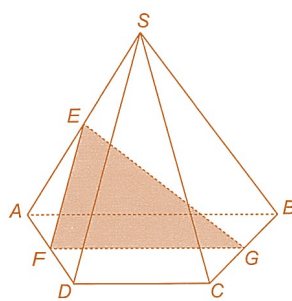
Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD .

$$(OMN) // (SBC)$$

a) Chứng minh

b) Giả sử hai tam giác SAD và SAB là các tam giác cân tại A . Gọi AE và AF lần lượt là đường phân giác trong của hai tam giác SAD và SAB . Chứng minh $EF // (SBD)$.

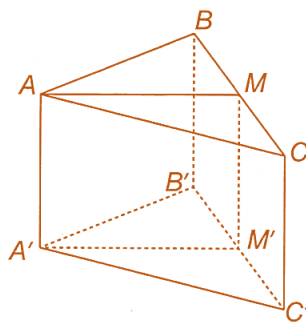
Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB // CD$). Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AD, BC (H.4.24).



Hình 4.24

Chứng minh rằng hai mặt phẳng (EFG) và (SCD) song song với nhau.

Câu 14: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Gọi M' là giao điểm của đường thẳng $B'C'$ và mặt phẳng (AMA') (H.4.26).



Hình 4.26

a) Chứng minh rằng $AM // A'M'$.

b) Chứng minh rằng M' là trung điểm của cạnh $B'C'$.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ bốn đường thẳng a, b, c, d đôi một song song và không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.

a) Chứng minh rằng hai mặt phẳng $mp(a, b)$ và $mp(c, d)$ song song với nhau.

b) Chứng minh rằng hai mặt phẳng $mp(a, d)$ và $mp(b, c)$ song song với nhau.

c) Một mặt phẳng cắt bốn đường thẳng a, b, c, d lần lượt tại A', B', C', D' . Chứng minh rằng tứ giác $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

a) Xác định giao tuyến d của hai mặt phẳng $(ADC'B')$ và $(A'D'CB)$.

b) Chứng minh rằng $d \parallel AD$.

c) Chứng minh rằng d đi qua trung điểm của các đường chéo của hình hộp.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi O là giao điểm của các đường chéo của hình hộp. Mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh AA', BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P, Q .

a) Chứng minh rằng M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB', CC', DD' .

b) Chứng minh rằng $ABCD.MNPQ$ là hình hộp.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD, AD \parallel BC, AD = 2BC$. Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AD, SD .

- a) Chứng minh: $(BEF) // (SCD)$ và $CI // (BEF)$.
- b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .
- c) Tìm giao điểm K của FI với giao tuyến vừa tìm được ở câu b, từ đó chứng minh $(SBF) // (KCD)$.

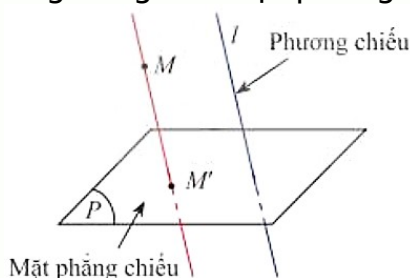
Câu 19: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Chứng minh:

- a) $(BDA') // (B'D'C)$.
- b) Đường chéo AC' đi qua trọng tâm G và G' của hai tam giác BDA' và $B'D'C$.
- c) G và G' chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.

A. Tóm tắt kiến thức

1. Khái niệm phép chiếu song song

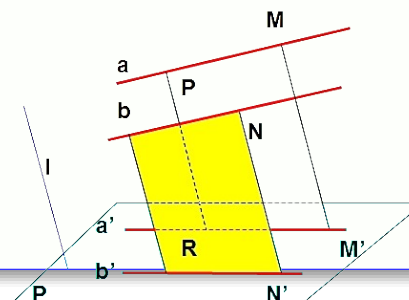
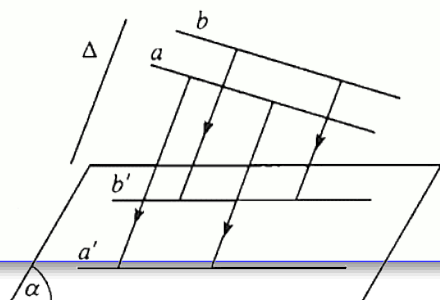
- ✓ Trong không gian, cho mặt phẳng (P) và đường thẳng l cắt (P) . Với mỗi điểm M trong không gian, vẽ một đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với l . Đường thẳng này cắt (P) tại M' .
- ✓ Phép cho tương ứng mỗi điểm M trong không gian với điểm M' trong (P) được gọi là phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l .



- ✓ Mặt phẳng (P) được gọi là mặt phẳng chiếu và đường thẳng l được gọi là phương chiếu của phép chiếu song song nói trên.
- ✓ Phép chiếu song song theo phương l còn được gọi tắt là phép chiếu theo phương l .
- ✓ Điểm M' gọi là ảnh của điểm M qua phép chiếu theo phương l .
- ✓ Cho hình H trong không gian. Ta gọi tập hợp P' các ảnh M' của tất cả những điểm M thuộc H qua phép chiếu song song theo phương l là hình chiếu song song của H lên mặt phẳng (P) .

2. Tính chất của phép chiếu song song

- ✓ Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- ✓ Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- ✓ Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- ✓ Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- ✓ Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.



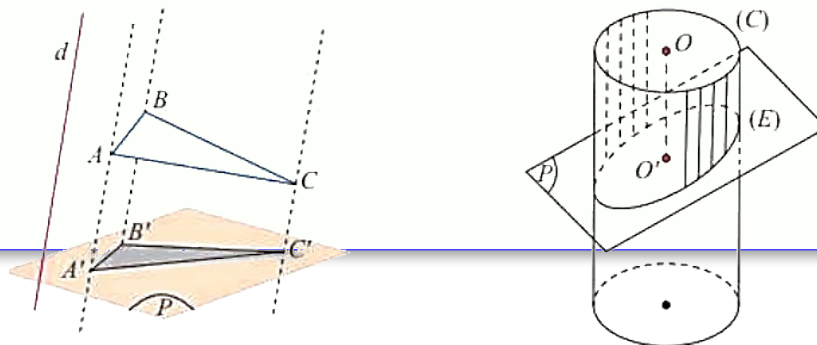
3. Hình biểu diễn của một số hình không gian trên mặt phẳng

- ✓ Hình biểu diễn của một hình H trong không gian là hình chiếu song song của H trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

✍ **Chú ý:**

Dựa theo tính chất của phép chiếu song song, ta phải tuân theo một số quy tắc khi vẽ hình biểu diễn, chẳng hạn như:

- a) Nếu trên hình H có hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau) thì chúng được biểu diễn bằng hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau) và tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng này phải bằng tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng tương ứng trên hình H .
 - b) Nếu hình phẳng nằm trong mặt phẳng không song song với phương chiếu thì
- ✓ Hình biểu diễn của một đường tròn thường là một elip.
 - ✓ Hình biểu diễn của một tam giác (vuông, cân, đều) là một tam giác.
 - ✓ Hình biểu diễn của hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành là hình bình hành.



Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng 1: Xác định ảnh của một hình qua phép chiếu song song cho trước

📖 **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Xác định ảnh của tam giác $A'C'D'$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương $A'B$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Xác định ảnh của tứ diện $ABCD$ qua phép chiếu song song có phương chiếu là đường thẳng MN , mặt phẳng chiếu là mặt phẳng (Q) bất kì cắt đường thẳng MN .

•Dạng ②: Vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian

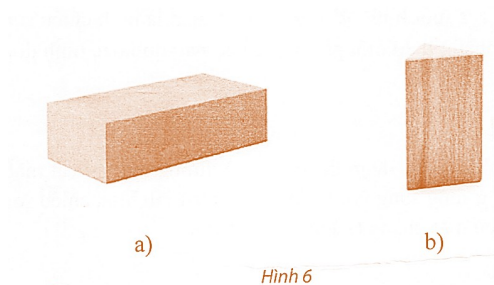
📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Vẽ hình biểu diễn của:

- Một tam giác vuông nội tiếp trong một đường tròn;
- Một lục giác đều.

Câu 2: Vẽ hình biểu diễn của hình lăng trụ có đáy là tam giác đều.

Câu 3: Vẽ hình biểu diễn của các vật sau.



©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A. Chéo nhau. B. đồng qui. C. Song song. D. thẳng hàng.

Câu 2: Phép chiếu song song theo phương l không song song với a hoặc b , mặt phẳng chiếu là (P) , hai đường thẳng a và b biến thành a' và b' . Quan hệ nào giữa a và b không được bảo toàn đối với phép chiếu song song?

- A. Cắt nhau B. Chéo nhau C. Song song D. Trùng nhau

Câu 3: Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l . Trong các sau mệnh đề nào đúng?

- Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể song song với nhau
- Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau
- Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau thì song song với nhau
- Các mệnh đề trên đều sai

Câu 4: Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau không thể có vị trí nào trong các vị trí tương đối sau?

- A. Cắt nhau. B. Song song. C. Trùng nhau. D. Chéo nhau.

Câu 5: Cho tam giác ABC ở trong mp (α) và phương l . Biết hình chiếu của tam giác ABC lên mp (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $(\alpha) // (P)$ B. $(\alpha) \equiv (P)$
C. $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$ D. $A; B; C$ đều sai.

Câu 6: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình thang B. Hình bình hành
C. Hình chữ nhật D. Hình thoi

Câu 7: Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường tròn.
B. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đoạn thẳng.
C. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường elip.
D. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành một điểm.

Câu 8: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

- A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.
D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Câu 9: Hãy chọn câu trả lời **đúng**. Trong không gian

- A. Hình biểu diễn của một đoạn thẳng là một đoạn thẳng hoặc một điểm.
B. Hình biểu diễn của một hình tròn là một hình tròn.
C. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật hoặc một đoạn thẳng.
D. Hình biểu diễn của một góc là một góc bằng nó.

Câu 10: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau
B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng trùng nhau.
C. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau.
D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song nhau.

Câu 11: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật.
C. Hình thoi. D. Hình thang.

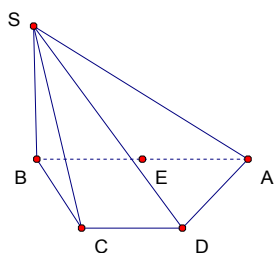
Câu 12: Phép chiếu song song theo phương không song song với hoặc, mặt phẳng chiếu là, hai đường thẳng và biến thành và. Quan hệ nào giữa và không được bảo toàn đối với phép chiếu song song?

- A. Cắt nhau. B. Chéo nhau.
C. Song song. D. Trùng nhau

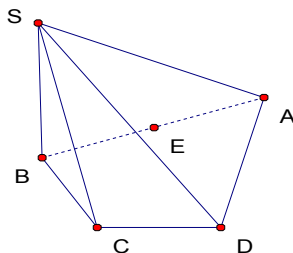
Câu 13: Cho tam giác ABC ở trong mp (α) và phương l . Biết hình chiếu (theo phương l) của tam giác ABC lên mp (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(\alpha) // (P)$.
 B. $(\alpha) \equiv (P)$.
 C. $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$
 D. $A; B; C$ đều sai.

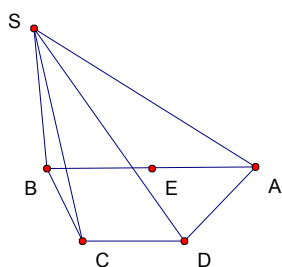
Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB gấp đôi đáy nhỏ CD , E là trung điểm của đoạn AB . Hình vẽ nào sau đây đúng quy tắc?



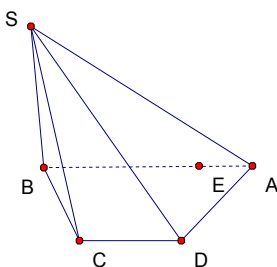
A.



B.



C.

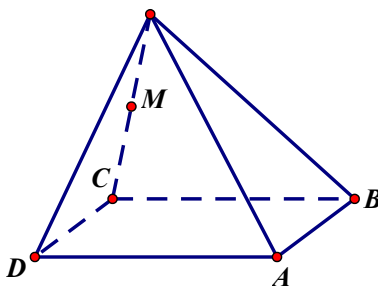


D.

Câu 15: Cho hình thoi $ABCD$. Qua các đỉnh A, B, C, D dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) không song song với $(ABCD)$ cắt bốn đường thẳng nói trên tại E, F, G, H . Hỏi tứ giác $EFGH$ là hình gì?

- A. Hình thang cân.
 B. Hình bình hành.
 C. Hình thang vuông.
 D. Hình thoi.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi M là trung điểm của SC (như hình vẽ).



Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

- A. Trung điểm của SB .
 B. Trung điểm của SD .
 C. Điểm D .
 D. Trung điểm của SA .

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành hoặc là một đoạn thẳng.		
b)	Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật hoặc là một đoạn thẳng.		
c)	Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông hoặc là một đoạn thẳng.		
d)	Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi hoặc là một đoạn thẳng.		

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AA' // CC'$		
b)	A' hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương CC' .		
c)	Gọi M là một điểm trên đoạn thẳng AB . Hình chiếu của M trên mặt phẳng $(A'B'C')$ qua phép chiếu song song theo phương BB' là điểm $M' \in A'B'$		
d)	Gọi O là tâm của hình bình hành $BCC'B'$. Ảnh của O qua phép chiếu song song theo phương AA' trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$.		

Câu 3. Cho các đoạn thẳng và đường thẳng không song song hoặc không trùng với phương chiếu.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Phép chiếu song song bảo toàn thứ tự ba điểm thẳng hàng.		
b)	Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.		
c)	Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.		
d)	Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Một phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N .
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

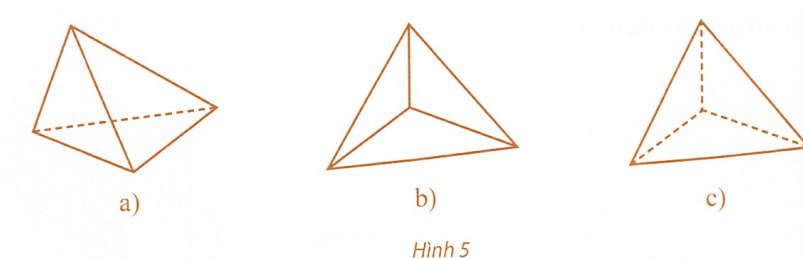
Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	N là hình chiếu song song của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương OM .		
b)	$\frac{AO}{AN} = \frac{1}{3}$		
c)	$\frac{AN}{AC} = 4$		
d)	$\frac{CN}{CA} = \frac{1}{4}$		

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'; I$ và I' lần lượt là trung điểm của đoạn AB và $A'B'$.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

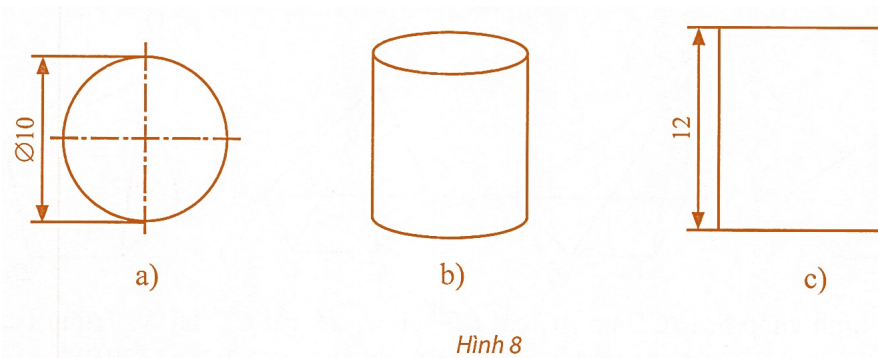
Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$AI' // IB'$		
b)	Hình chiếu song song của I trên mặt phẳng $(A'B'C')$ phương AI là điểm C' .		
c)	Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, vẽ hình bình hành $A'C'MI'$. Suy ra $ACMI'$ là hình bình hành.		
d)	M là hình chiếu song song của C theo phương AI' trên mặt phẳng $(A'B'C')$.		

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

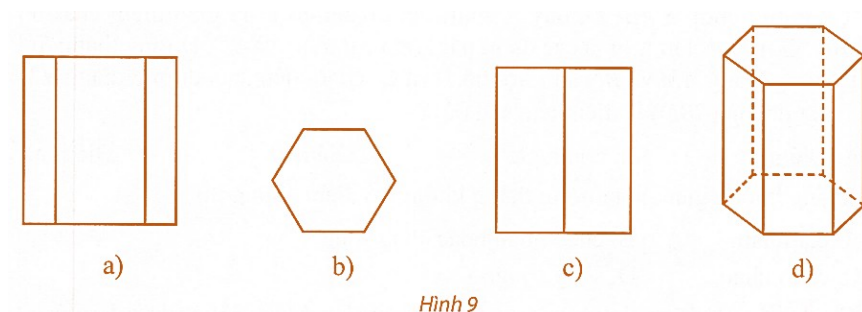
Câu 1: Trong Hình 5, hãy cho biết hình nào là hình biểu diễn của tứ diện?



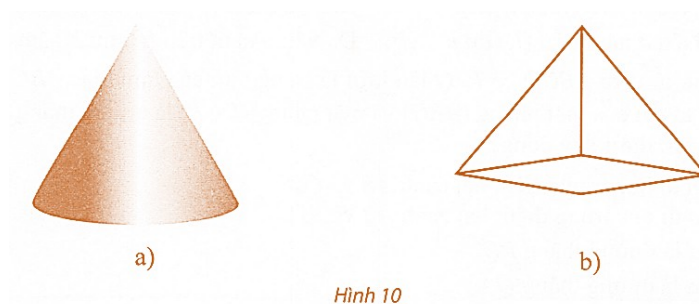
Câu 2: Trong Hình 8, hãy cho biết hình nào là hình biểu diễn của hình trụ?



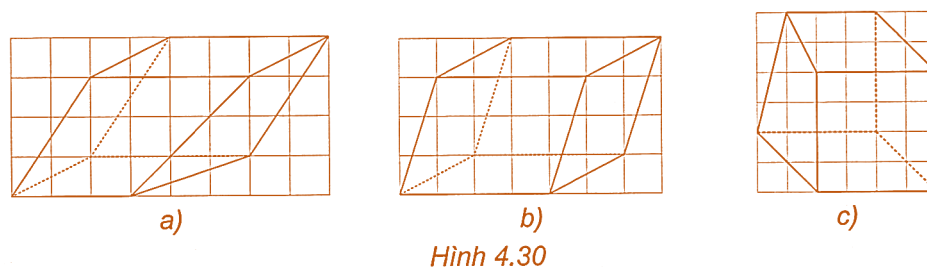
Câu 3: Trong các hình sau, hình nào là hình biểu diễn của hình lăng trụ đứng có đáy là lục giác đều?



Câu 4: Vẽ hình biểu diễn của các vật sau.

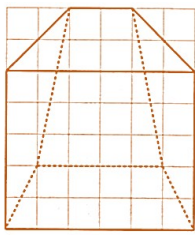


Câu 5: Trong các hình sau, hình nào là hình biểu diễn của một hình hộp? Giải thích vì sao.

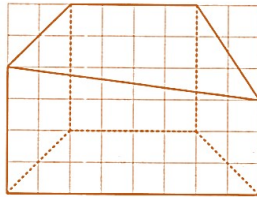


Câu 6: Vẽ hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông.

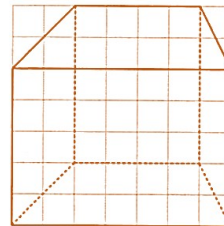
Câu 7: Trong các hình sau, hình nào là hình biểu diễn của hình lăng trụ tứ giác có hai đáy là hình thang?



a)



b)



c)

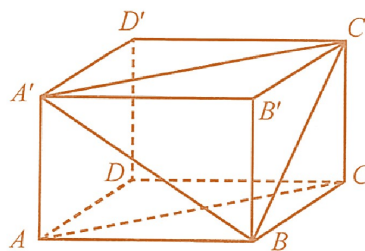
Hình 4.31

Câu 8: Hình biểu diễn của hai đường thẳng cắt nhau có thể là hai đường thẳng song song được không? Vì sao?

Câu 9: Hình biểu diễn của hai đường thẳng chéo nhau có thể là hai đường thẳng song song được không? Vì sao?

Câu 10: Cho mặt phẳng (P) , đoạn thẳng AB và đường thẳng l cắt mặt phẳng (P) . Cho biết AB không song song với l . Nêu cách xác định hình chiếu song song của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) theo phương l .

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định ảnh của tam giác $A'C'B$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương DD' .



Hình 4

Câu 12: Cho mặt phẳng (P) , tam giác ABC và đường thẳng l cắt mặt phẳng (P) sao cho các đường thẳng AB, BC, CA đều không song song hoặc trùng với đường thẳng l . Xác định hình chiếu song song của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) theo phương l trong mỗi trường hợp sau:

a) Mặt phẳng (ABC) không song song với l ;

b) Mặt phẳng (ABC) song song hoặc chứa l .

Câu 13: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$.

a) Xác định hình chiếu M' của M qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương AA' .

b) Chứng minh rằng $M'B' = 2M'C'$.

Câu 14: Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Gọi O' là hình chiếu của O qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' .

Chứng minh rằng O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không là hình thang.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

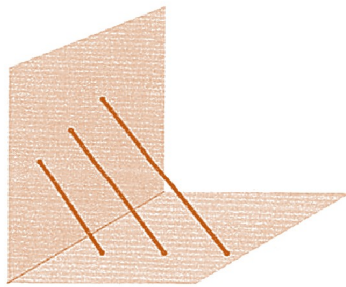
b) Xác định hình chiếu của điểm A qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (SCD) theo phương SB .

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD và (P) là mặt phẳng cố định không song song với MN . Gọi A', B', C', D', M', N' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, D, M, N qua phép chiếu lên mặt phẳng (P) theo phương MN .

a) Chứng minh rằng hai điểm M' và N' trùng nhau.

b) Chứng minh rằng bốn điểm A', B', C', D' là bốn đỉnh của một hình bình hành.

Câu 17: Ba chiếc gậy thẳng được đặt dựa vào tường và đôi một song song với nhau $(H.4.32)$. Giải thích vì sao nếu ba đầu gậy trên tường thẳng hàng thì ba đầu gậy trên mặt sàn cũng thẳng hàng.



Hình 4.32

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>