|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD & ĐT NGHỆ AN****TRƯỜNG THPT KIM LIÊN** | **KÌ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN THI HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 12** **NĂM HỌC 2022 - 2023**Môn thi: **TOÁN** Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)* |

**Câu 1 (7,0 điểm).**

a) Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực *m* để hàm số  đồng biến trên khoảng 

b) Giải hệ phương trình 

**Câu 2 (4,0 điểm).**

a) Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên  và hàm số  có bảng biến thiên như hình vẽ



Tìm số điểm cực trị của hàm số .

**b)** Một hội nghị có 10 đại biểu trong đó có  tham dự đại hội được xếp vào ngồi một dãy ghế dài 10 chỗ trống. Có bao nhiêu cách để  và  luôn ngồi cạnh nhau nhưng  và  **không** được ngồi cạnh nhau?

**Câu 3 (1,5 điểm).** Cho các số thực ,  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**Câu 4 (6,0 điểm).** Cho lăng trụ đứng  có đáy  là tam giác vuông cân tại ; . Góc giữa đường thẳng  và mặt đáy bằng . Gọi  lần lượt là trung điểm  và  là trọng tâm tam giác .

a) Tính thể tích khối lăng trụ .

b)Tính côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  và .

**Câu 5 (1,5 điểm).** Cho hình lăng trụ tứ giác *ABCD.A’B’C’D’* . Một mặt phẳng *(P)* thay đổi luôn song song với hai mặt đáy. Mặt phẳng *(P)* cắt các đoạn *AA’, BB’, CC’, DD’* lần lượt tại *I, J, H, K* và cắt các đoạn *AB’, BC’, CD’, DA’* lần lượt tại *M, N, Q, R* . Tính  và theo  ( với ) . Xác định vị trí của mặt phẳng *(P)* sao cho tổng diện tích các tam giác *IMR, RKQ, QHN, NJM* lớn nhất.

 *……………***Hết***……………*

*Họ và tên thí sinh………………………………… Số báo danh……………………*

***Chú ý:* *Thí sinh không được phép sử dụng máy tính bỏ túi.***

|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐÁP ÁN KÌ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 12****NĂM HỌC 2022 - 2023****HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC****Môn thi: TOÁN – Bảng A***( Hướng dẫn chấm này gồm có 06 trang)* |
| **Câu** | **ĐÁP ÁN THAM KHẢO** | **Điểm** |
| **1a)**(3.5) | Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực *m* để hàm số  đồng biến trên khoảng   |  |
|  | - Tập xác định | 0,5 |
|  | - Đạo hàm  | 0,5 |
|  | Hàm số đồng biến trên   | 0,5 |
|  |  | 0,5 |
|  | Ta có : | 0,5 |
|  | Bảng biến thiên

|  |  |
| --- | --- |
| *x* |  |
|  |  **+** |
|  |  1  |

 | 0,5 |
|  | Dựa vào bảng biến thiên  là giá trị cần tìm | 0,5 |
| **1b)**(3.5) | ***Giải hệ phương trình***  |  |
|  | Điều kiện +) Từ phương trình  ta suy ra hệ pt có nghiệm khi  | 0,25 |
|  |  | 0,5 |
|  | +) Đặt  điều kiện .Phương trình trở thành: | 0,5 |
|  | Xét hàm số  liên tục trên Ta có  với mọi  nên  đồng biến trên  | 0,5 |
|  | Do đó:  | 0,25 |
|  | Thay  vào phương trình  ta được   | 0,25 |
|  | Mà  nên phương trình  trở thành  | 0,25 |
|  | + Xét hàm số  liên tục trên  với mọi  nên  đồng biến trên  | 0,5 |
|  | +) Mà  nên  là nghiệm của duy nhât của phương trình . | 0,25 |
|  | +) Với  ta có: phương trình (\*) vô nghiệm.Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm  | 0,25 |
|  |
| **2a)**(2.0) |

|  |  |
| --- | --- |
| Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên  và hàm số  có bảng biến thiên như hình vẽTìm số điểm cực trị của hàm số . |  |

 |  |
|  | . | 0,25 |
|  |  | 0,25 |
|  | Xét .Đặt .Ta có . | 0,75 |
|  | Nên .Vậy hàm số  có  điểm cực trị. | 0,75 |
| **2b)**(2.0) | Một hội nghị có 10 đại biểu trong đó có  tham dự đại hội được xếp vào ngồi một dãy ghế dài 10 chỗ trống. Có bao nhiêu cách để  và  luôn ngồi cạnh nhau nhưng  và  **không** được ngồi cạnh nhau? |  |
|  | ● Trường hợp 1:  ngồi đầu ghế có 2 cách ngồi; và  luôn ngồi cạnh nhau nên  có 1 cách ngồi; và  không được ngồi cạnh nhau nên  có 8 cách ngồi;Xếp 7 đại biểu còn lại vào 7 vị trí có  cách;Khi đó trường hợp 1 có  cách. | 1 |
|  | ● Trường hợp 2:  không ngồi đầu ghế có 8 cách ngồi; và  luôn ngồi cạnh nhau nên  có 2 cách ngồi; và  không được ngồi cạnh nhau nên  có 7 cách ngồi;Xếp 7 đại biểu còn lại vào 7 vị trí có  cách.Khi đó trường hợp 2 có  cách.Vậy có  cách | 1 |
| **3**(1.5) | Cho các số thực ,  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức . |  |
|  | Ta có . | 0,5 |
|  | Mặt khác .Xét biểu thức .Đặt . | 0,5 |
|  | Lại có  .Xét hàm số  trên đoạn  suy ra . | 0,5 |
| **4a)**(3.5) | Cho lăng trụ đứng  có đáy  là tam giác vuông cân tại ; . Góc giữa đường thẳng  và mặt đáy bằng . Gọi  lần lượt là trung điểm  và  là trọng tâm tam giác . Tính thể tích khối lăng trụ . |  |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

 |  |
|  | Do  là hình chiếu vuông góc của  lên mặt đáy , nên .  | 2 |
|  |  | 1,5 |
| **4b.**(2.5) | Tính côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  và . |  |
|  | Xét hai mặt phẳng  và  có: G là điểm chung và  (). . | 0,5 |
|  | Gọi  lần lượt là trung điểm . Ta có  và  cân tại   góc tạo bởi hai mặt phẳng  và  là .Dễ thấy  thẳng hàng. | 1,0 |
|  | Ta tính được:.. | 0,5 |
|  | Vậy  | 0,5 |
| **5**(1.5) | Cho hình lăng trụ tứ giác *ABCD.A’B’C’D’* . Một mặt phẳng *(P)* thay đổi luôn song song với hai mặt đáy. Mặt phẳng *(P)* cắt các đoạn *AA’, BB’, CC’, DD’* lần lượt tại *I, J, H, K* và cắt các đoạn *AB’, BC’, CD’, DA’* lần lượt tại *M, N, Q, R* .Tính  và theo  ( với ) . Xác định vị trí của mặt phẳng *(P)* sao cho tổng diện tích các tam giác *IMR, RKQ, QHN, NJM* lớn nhất. |  |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |

 |  |
|  | Ta có ;  | 0,5 |
|  | Gọi là diện tích của mặt đáyTương tự  | 0,5 |
|  |  | 0,25 |
|  | tổng diện tích các tam giác *IMR, RKQ, QHN, NJM* lớn nhất là  khi . Khi đó *(P)* song song và cách đều hai mặt đáy ( Đi qua trung điểm các cạnh bên) | 0,25 |

*……………***Hết***……………*

***Ghi chú***: *Học sinh làm cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.*