|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH NINH BÌNH**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TỈNH**  **NĂM HỌC 2023-2024**  **MÔN THI: TOÁN**  **Ngày thi: 14/02/2023**  **Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)**  Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang |

*Họ và tên thí sinh: Số báo danh:*

*Họ và tên, chữ ký: Giám thị thứ nhất:*

*Giám thị thứ hai:*

Câu 1 (5,0 điểm)

1. Với và , rút gọn biểu thức .

2. Cho phương trình (với *m* là tham số), Tìm *m* để phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

3. Cho đa thức . Tính giá trị của biểu thức .

Câu 2 (4,0 điểm)

1. Giải phương trình .

2. Giải hệ phương trình

Câu 3. (3,0 điểm)

1. Tìm tất cả các số tự nhiên x,y thỏa mãn .

2. Cho các số thực dương a,b,e thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho 3 điểm phân biệt cố định A,B,C cùng nằm trên đường thẳng *d* (điểm B nằm giữa A và C), gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường tròn tâm O luôn đi qua hai điểm B và C (điểm 0 không thuộc *d* ). Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn tâm O (M,N là các tiếp điểm). Đường thẳng A cắt O*d* tại điểm E và cắt BC tại điểm K.

1. Chứng minh tứ gile OMNI nội tiếp và *AH.OA= AN*2.

2. Khi đường tròn tâm O thay đổi, chứng minh MN luôn đã qua điểm K cố định.

3. Tia AO cắt đường tròn tâm O tại hai điểm P,Q (điểm P nằm giữa A và O). Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng H. Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với AD và cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh P là trung điểm của AE.

Câu 5

Cho một bảng ô vuông kích thước 10x10 gồm 100 ô vuông đơn vị (cạnh bằng 1).

1. Điền vào mỗi ô vuông đơn vị một trong cho số −1; 0; 1. Xét của tổng của tất cả các số đã điền trên mỗi hàng, mỗi cột và hai đường chéo của hàng đã cho. Hỏi các tổng đó có thể nhận bao nhiêu giá trị và chứng minh trong đó có hai tầng bằng nhau.

2. Điền vào mỗi ô vuông đơn vị một số nguyên dương không vượt quá 10 sao cho hai số ở hai ô chung cạnh hoặc chung đỉnh là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh trong bảng đã cho tồn tại một số được điền ít nhất 17 lần.

HẾT

Hướng dẫn giải

Câu 1: (5,0 điểm)

1. Với và , rút gọn biểu thức

2. Cho phương trình

(với *m* là tham số). Tìm *m* để phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt

3. Cho đa thức

. Tính giá trị của biểu thức

Lời giải:

1. Với và , ta có:

Vậy

2)

Để pt (1) có 3 nghiệm phân biệt thì pt (2) là pt bậc 2 có 2 nghiệm phân biệt khác 1

Điều kiện để pt (2) là pt bậc 2 có 2 nghiệm phân Sm+1/0 biệt:

Thay x = 1 vào (2), ta có:

Pt (2) là pt bậc 2 có 2 nghiệm phân biệt khác 1 khi và chỉ khi

3.

Vậy

Câu 2. (4 điểm)

1. Giải phương trình

2. Giải hệ phương trình

Lời giải:

1.ĐK:

TH1: (loại)

TH2:

Vậy phương trình có tập nghiệm

2. Đ K*x + y > 0*

Đặt , (S2 4P, S > 0)

(1)

Vì nên

→→, thay vào (2), ta có:

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm

Câu 3. (3 điểm)

1. Tìm tất cả các số tự nhiên x, y thoả mãn

2. Cho các số thực dương a, b, c thoả mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

Lời giải:

1.Đặt

, (S ≥ 0, P ≥ 0, S2 ≥ 4P).

phương trình đã cho trở thành

Vì S + 2 ≥ 2 nên

→ *x, y* là nghiệm của pt

Vậy (x; y) ∈ {(1; 2); (2; 1)}

2.

(Dấu “=” xảy ra khi a = b = c = 1)

Câu 4 (6 điểm)

Cho 3 điểm phân biệt cố định A, B, C cùng nằm trên đường thẳng d (điểm B nằm giữa A và C), gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường tròn tâm O luôn đi qua hai điểm B và C (điểm O không thuộc *d*). Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn tâm O(M, N là các tiếp điểm). Đường thẳng MN cắt OA tại điểm I và cắt BC tại điểm K

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp và

2. Khi đường tròn tâm O thay đổi. Chứng minh MN luôn đi qua điểm K cố định

3. Tia AO cắt đường tròn tâm O tại hai điểm P, Q (điểm P nằm giữa A và C). Gọi D

là trung điểm của đoạn thẳng HQ. Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD và cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh P là trung điểm ME

Lời giải:



1). Vì nên 5 điểm

A, M, I, O, N cùng thuộc đường tròn đường kinh AO

-> OMNI nội tiếp

Vì AM = AN (tc hai tiếp tuyến cắt nhau); OM = ON (= R) -> AO là đường trung trực của MN -> AOMN

Trong ANO (ANO = 90; NH AO), ta có:

2)

AHK ~ AIO(g . g) -> AK AI AH AO = AM

2 → AK = AM (không đổi) -> K cố định

Vậy MN luôn đi qua điểm K cố định

3) MHE ~ QDM(g . g) ->

MHP ~ QHM(g . g) >

→ E là trung điểm MP

Câu 5 (2 điểm)

Cho một bảng ô vuông kích thước 10 × 10 gồm 100 ô vuông đơn vị (cạnh bằng 1 )

1. Điền vào mỗi ô vuông đơn vị một trong các số - 1; 0; 1. Xét các tổng của tất cả các số đã điền trên mỗi hàng, mỗi cột và hai đường chéo của bảng đã cho. Hỏi các tổng đó có thể nhận bao nhiêu giá trị và chứng minh trong đó có hai tổng bằng nhau

2. Điền vào mỗi ô vuông đơn vị một số nguyên dương không vượt quá 10 sao cho hai số ở hai ô chung cạnh hoặc chung đỉnh là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh trong bảng đã cho tồn tại một số được điền ít nhất 17 lần

Lời giải:

1)

Vì bảng ô vuông kích thước 10 × 10 nên có 10 hàng, 10 cột, 2 đường chéo → Có 22 tổng

Mà khi điền vào mỗi ô các số −1; 0; 1 thì mỗi tổng nhận 1 trong 21 giá trị –10, – 9, – 8, . . . ,10

Theo nguyên lí Dirichlet, có ít nhất + 1 = 2 tổng nhận cùng 1 giá trị

Hay hai tổng đó bằng nhau

2)

Xét bảng vuông 2 × 2, vì các ô trong bảng vuông này đều chung cạnh hoặc chung đỉnh với các ô khác nên có tối đa 1 số chẵn, 1 số chia hết cho 3

→ Trong bảng vuông 2 X 2 tồn tại ít nhất 2 số lẻ không chia hết cho 3

Chia bảng vuông 10 × 10 thành 25 bảng 2 x 2 thì có ít nhất 50 số lẻ không chia hết cho 3

Mà từ 1 đến 10 có 3 số lẻ không chia hết cho 3 là 1,5,7

Theo nguyên lí Dirichlet, tồn tại một số được điền ít nhất + 1=17 lần