

# ĐỀ THI THỬ HSG CẤP HUYỆN LẦN 1

Thời gian làm bài : 150 phút

## Bài 1. (5,0 điểm)

Cho biểu thức  $A = \left( 1 - \frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9} \right) : \left( \frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} - 2}{3 + \sqrt{x}} - \frac{9 - x}{x + \sqrt{x} - 6} \right)$

a) Tìm  $x$  để biểu thức  $A$  có nghĩa và rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 22 + 12\sqrt{2}$

c) Cho  $x, y$  thỏa mãn  $0 < x < 1; 0 < y < 1$  và  $\frac{x}{1-x} + \frac{y}{1-y} = 1$ .

Tính giá trị của biểu thức  $P = x + y + \sqrt{x^2 - xy + y^2}$ .

d) Cho các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $7x^2 - 13xy - 2y^2 = 0$ .

Tính giá trị của biểu thức  $B = \frac{2x - 6y}{7x + 4y}$

## Bài 2. (5 điểm)

Giải các phương trình sau:

a)  $x^2 + \sqrt{x+11} - 11 = 0$

b)  $(x-3)(x+1) - 4(x-3) \cdot \sqrt{\frac{x+1}{x-3}} = -3$

c) Giải phương trình:  $3x^3 - 17x^2 - 8x + 9 + \sqrt{3x-2} - \sqrt{7-x} = 0$

## Bài 3. (4,0 điểm)

a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình  $x^2 + 2022x + 2023y^2 + y = xy + 2023xy^2 + 2024$ .

b) Tìm các số nguyên dương sao cho  $n^2 + 2n + \sqrt{n^2 + 2n + 18} + 9$  là số chính phương.

## Bài 3. (6,5 điểm)

Cho  $AB$  là đường kính của đường tròn  $(O; R)$ .  $C$  là một điểm thay đổi trên đường tròn ( $C$  khác  $A$  và  $B$ ), kẻ  $CH$  vuông góc với  $AB$  tại  $H$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$ ;  $OI$  cắt tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn  $(O; R)$  tại  $M$ ;  $MB$  cắt  $CH$  tại  $K$ .

a) Chứng minh 4 điểm  $C, H, O, I$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh  $MC$  là tiếp tuyến của  $(O; R)$ .

c) Chứng minh  $K$  là trung điểm của  $CH$ .

## Bài 5. (1,5 điểm)

Cho ba số dương  $a, b, c$  là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{b+a} \geq \frac{3}{2}$$