

MỤC LỤC

» ĐỀ ③.....	1
PHẦN 1 – TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm).....	1
PHẦN 2– TỰ LUẬN (3,0 điểm).....	15

» ĐỀ ③

PHẦN 1 – TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\ln(ab^3)$ bằng

- A. $3(\ln a + \ln b)$. B. $\ln a + \frac{1}{3}\ln b$. C. $3\ln a + \ln b$. D. $\ln a + 3\ln b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln(ab^3) = \ln a + \ln(b^3) = \ln a + 3\ln b$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \log(-x^2 - 2x + 3)$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$. B. $(-3; 1)$.
C. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. D. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $-x^2 - 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Câu 3: Phương trình $4^{2x+3} = 8^{4-x}$ có nghiệm là

- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4^{2x+3} = 8^{4-x} \Leftrightarrow 2^{4x+6} = 2^{12-3x} \Leftrightarrow 4x+6 = 12-3x \Leftrightarrow x = \frac{6}{7}$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{6}{7}$.

Câu 4: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{7}{3}}$. B. $a^{\frac{5}{3}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn A

$a^2 \cdot \sqrt[3]{a} = a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{2+\frac{1}{3}} = a^{\frac{7}{3}}$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề nào **sai**?

- A.** Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- B.** Hàm số $y = e^x$ không chẵn cũng không lẻ.
- C.** Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ không chẵn cũng không lẻ.
- D.** Hàm số $y = e^x$ có tập giá trị là $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có: $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

$$f(-x) = \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1}) = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + 1} = -\ln(\sqrt{x^2 + 1} + 1) = -f(x).$$

Do đó hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ là hàm số lẻ. Suy ra khẳng định B sai.

Câu 7: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$ ta được:

- A.** $P = x^2$. **B.** $P = x^{\frac{2}{9}}$. **C.** $P = \sqrt{x}$. **D.** $P = x^{\frac{1}{8}}$.

Lời giải

Chọn C

Với $x > 0$, ta có $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Câu 8: Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng

- A.** $(3; 6)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $(2; 4)$. **D.** $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$$4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \end{cases}.$$

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y = 7^x$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $y' = x \cdot 7^{x-1}$. B. $y' = 7^x \cdot \ln 7$. C. $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$. D. $y' = 7^{x+1} \cdot \ln 7$.

Lời giải

Chọn B

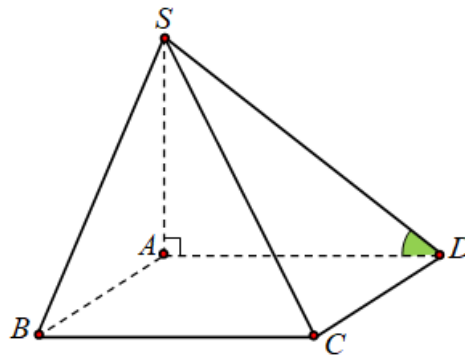
Đạo hàm của hàm số $y = 7^x$ trên $\mathbb{R}$ là: $y' = 7^x \cdot \ln 7$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $\angle ASD$. B. $\angle SDA$. C. $\angle BSD$. D. $\angle SAD$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $SA \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow AD$ là hình chiếu vuông góc của SD xuống mặt $(ABCD)$.

$\Rightarrow (\angle SD, (ABCD)) = (\angle SD, AD) = \angle SDA$.

Câu 11: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Qua một điểm có duy nhất một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

B. Một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

C. Một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng nếu nó vuông góc với hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong mặt phẳng đó.

D. Một đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) .

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề ở phương án “. Một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng nếu nó vuông góc với hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong mặt phẳng đó” - sai, vì nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng song song a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì đường thẳng d cũng có thể song song với mặt phẳng (P) ; nằm trong mặt phẳng (P) hoặc cắt mặt phẳng (P) chứ không thể khẳng định đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 12: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \sin 3x$. B. $y = \log(x^2 - 3x + 4)$.
 C. $y = \frac{3x - 2}{x + 1}$. D. $y = x^5 + 2020x - 2021$.

Lời giải

Chọn D

• $y' = 5x^4 + 2020 > 0 \forall x \in \mathbf{R}$.

$$y' = \frac{5}{(x+1)^2} > 0 \forall x \in D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$$

Loại A) có nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 13: thị hàm số nào dưới đây không có tiệm cận ngang?

- A. $f(x) = 3^x$. B. $g(x) = \log_3 x$.
 C. $h(x) = \frac{1}{1+x}$. D. $k(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x + 3}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $g(x) = \log_3 x$ có tập xác định là $D = (0; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ nên đồ thị không có tiệm cận ngang.

Câu 14: Lăng trụ đều là lăng trụ

- A. Đứng và có đáy là đa giác đều.
 B. Có đáy là tam giác đều và các cạnh bên bằng nhau.
 C. Có tất cả các cạnh bằng nhau.
 D. Có đáy là tam giác đều và các cạnh bên vuông góc với đáy.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa về lăng trụ đều

Câu 15: Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $B = 2\ln a + 3\log_a e - \frac{3}{\ln a} + \frac{2}{\log_a e}$ có giá trị bằng

- A.** $4\ln a + 6\log_a 4$. **B.** $4\ln a$. **C.** $3\ln a - \frac{3}{\log_a e}$. **D.** $6\log_a e$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $B = 2\ln a + 3\log_a e - 3\log_a e + 2\ln a = 4\ln a$.

Câu 16: Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - x + 1)^3$ tại điểm $x = -1$.

- A.** 81. **B.** -81. **C.** 27. **D.** -27.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3(x^2 - x + 1)^2 (x^2 - x + 1)' = 3(2x - 1)(x^2 - x + 1)^2$.

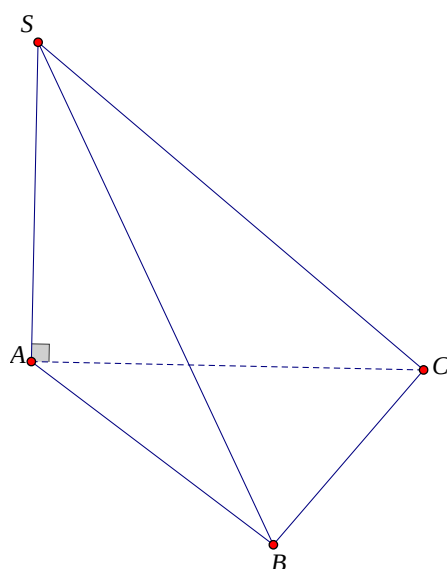
Suy ra $y'(-1) = -81$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây sai?

- A.** $(SAC) \perp (ABC)$. **B.** $(SAB) \perp (SBC)$.
C. $(SAC) \perp (SBC)$. **D.** $(SAB) \perp (ABC)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB), (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAB), (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow B, C \text{ đúng.}$

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB); BC \subset (SBC)$

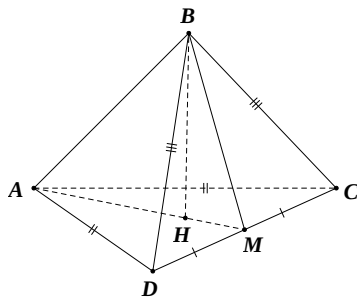
$\Rightarrow (SAB) \perp (SBC) \Rightarrow D$ đúng.

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt bên ACD và BCD là hai tam giác cân có đáy CD . Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên (ACD) . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc ADB .
- B. $(ABH) \perp (ACD)$.
- C. AB nằm trên mặt phẳng trung trực của CD .
- D. $H \in AM$ (với M là trung điểm của CD).

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm CD .

Vì $\triangle ACD, \triangle BCD$ là hai tam giác cân có chung đáy CD nên ta có

$$\begin{cases} AM \perp CD \\ BM \perp CD \end{cases} (1).$$

Ta lại có: $BH \perp CD, BM \perp CD \Rightarrow CD \perp (BHM) \Rightarrow CD \perp HM$.

Trong $mp(ADC)$ có $\begin{cases} AM \perp CD \\ HM \perp CD \end{cases} \Rightarrow H \in AM$.

Khi đó $CD \perp (ABH) \Rightarrow (ACD) \perp (ABH)$.

Suy ra $mp(ABM) \perp CD$ tại trung điểm M của CD nên $mp(ABM)$ là mặt phẳng trung trực của CD .

Từ (1), ta có góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là $\angle AMB$.

Câu 19: Ông An gửi vào ngân hàng số tiền là 120 triệu đồng với lãi suất định kỳ hàng năm là 12% / năm. Nếu sau mỗi năm, ông không đến ngân hàng lấy lãi thì tiền lãi sẽ cộng dồn vào vốn ban đầu. Hỏi sau 12 năm kể từ ngày gửi, số tiền lãi L (không kể vốn) ông sẽ nhận được là bao nhiêu? (giải sử trong thời gian đó, lãi suất ngân hàng không thay đổi).

A. $L = 12 \cdot 10^7 (1,12)^{12}$ (VND). **B.** $L = 12 \cdot 10^7 \cdot 0,12$ (VND).

C. $L = 12 \cdot 10^7 [(1,12)^{12} - 1]$ (VND). **D.** $L = 12 \cdot 10^7 [(1,12)^{12} + 1]$ (VND).

Lời giải

Chọn C

Sau 12 năm kể từ ngày gửi, tổng số tiền cả vốn và lãi ông có

là $S = A(1+r)^n = 120 \cdot 10^6 (1+12\%)^{12}$

Sau 12 năm kể từ ngày gửi, số tiền lãi L (không kể vốn) ông sẽ nhận được là:

$$L = S - A = 120 \cdot 10^6 (1+12\%)^{12} - 120 \cdot 10^6 = 12 \cdot 10^7 [(1+12\%)^{12} - 1] = 12 \cdot 10^7 [(1,12)^{12} - 1]$$

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3^2(3x) - 5\log_3 x - 5 \leq 0$ là

A. $[4; +\infty)$. **B.** $[1; 81]$. **C.** $\left[\frac{1}{3}; 81\right]$. **D.** $[-1; 4]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Bất phương trình $\log_3^2(3x) - 5\log_3 x - 5 \leq 0$ trở thành:

$$(1 + \log_3 x)^2 - 5\log_3 x - 5 \leq 0$$

Đặt $t = \log_3^2 x$.

Khi đó ta có:

$$(1+t)^2 - 5t - 5 \leq 0 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq t \leq 4 \Leftrightarrow -1 \leq \log_3 x \leq 4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 81$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S = \left[\frac{1}{3}; 81\right]$.

Câu 21: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 1) - x$ trên đoạn $[2; 4]$ là

A. -2 . **B.** $2\ln 3 - 4$. **C.** -3 . **D.** $2\ln 2 - 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = 2\ln(x-1) - x$ liên tục và xác định trên đoạn $[2; 4]$

$$y' = \frac{2}{x-1} - 1 = \frac{3-x}{x-1}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

$$y(2) = -2; \quad y(3) = 2\ln 2 - 3; \quad y(4) = 2\ln 3 - 4.$$

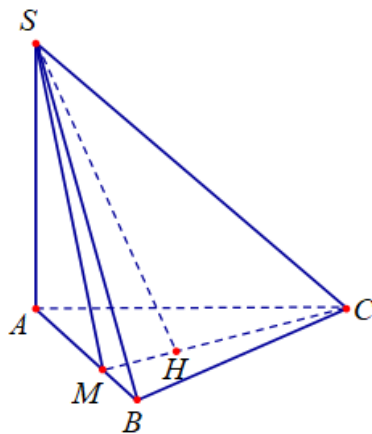
Vậy $\min_{[2;4]} y = -2$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$, $AB = AC = a$. Gọi M là điểm thuộc AB sao cho $AM = \frac{2a}{3}$. Tính khoảng cách d từ điểm S đến đường thẳng CM .

A. $d = \frac{a\sqrt{110}}{5}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{10}}{5}$. C. $d = \frac{2a\sqrt{110}}{5}$. D. $d = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $CM = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{10}}{3}$, $SM = \sqrt{4a^2 + \frac{4a^2}{9}} = \frac{2a\sqrt{10}}{3}$, $SC = a\sqrt{6}$.

Đặt $p = \frac{SM + MC + SC}{2}$.

Diện tích tam giác SMC : $S_{\triangle SMC} = \sqrt{p(p - SM)(p - CM)(p - SC)}$
 $= \frac{a^2\sqrt{11}}{3}$

Suy ra khoảng cách từ S đến CM : $SH = \frac{2S_{\triangle SMC}}{CM} = \frac{a\sqrt{110}}{5}$.

Câu 23: Biết đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. Giá trị của biểu thức $T = a^2 + 2b^2$ bằng.

A. $T = 9$. B. $T = 17$. C. $T = \frac{33}{2}$. D. $T = 15$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm

$A\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ nên ta có

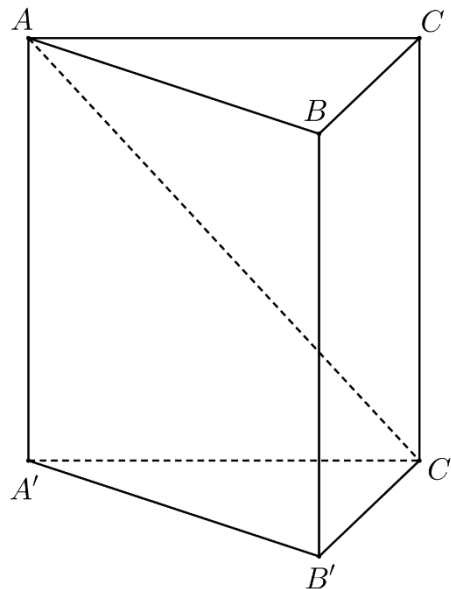
$$\begin{cases} 2 = a^{\frac{1}{2}} \\ 2 = \log_b \left(\frac{1}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow T = 4^2 + 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 17$$

Câu 24: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng 2. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng đáy bằng bao nhiêu?

- A.** 45° . **B.** 30° . **C.** 90° . **D.** 60° .

Lời giải

Chọn A



Hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng $(A'B'C')$ là A'
 $\Rightarrow (AA', (A'B'C')) = AA'$

$\Delta AA'C'$ vuông cân tại $A' \Rightarrow \angle C'A'A = 45^\circ$

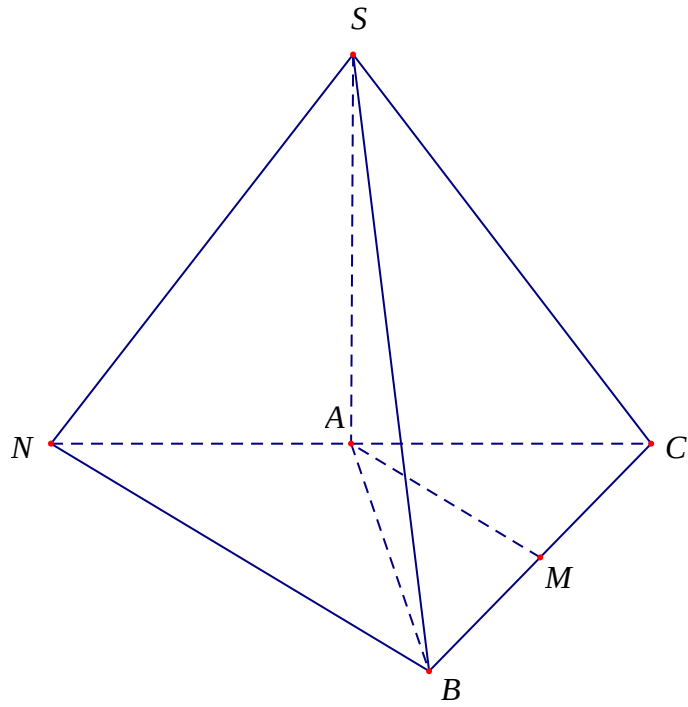
Vậy góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng đáy bằng 45° .

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ABC tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm BC . Tính $\cos$ góc giữa hai đường thẳng AM và SB .

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\triangle ABC$ đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Qua B , kẻ đường thẳng song song AM cắt AC tại N . Do M là trung điểm của BC nên A là trung điểm của CN . Từ đó suy ra $AN = AC = a$, $BN = 2AM = a\sqrt{3}$.

Do $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AN$ và $SA \perp AB$.

Trong $\triangle SAN$ vuông tại A ta có $SN = \sqrt{AS^2 + AN^2} = a\sqrt{2}$.

Trong $\triangle SAB$ vuông tại A ta có $SB = \sqrt{AS^2 + AB^2} = a\sqrt{2}$.

Do $AM \parallel BN$ nên góc giữa đường thẳng AM và SB bằng góc giữa đường thẳng BN và SB .

Xét $\triangle SBN$ có:

$$\cos \widehat{SBN} = \frac{BS^2 + BN^2 - SN^2}{2 \cdot BS \cdot BN} = \frac{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{2})^2}{2 \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{3a^2}{2a^2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Vậy $\cos(SB, AM) = \cos(BS, BN) = \cos \widehat{SBN} = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

$$2^{x^2} > \frac{1}{3} \text{ là}$$

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình

A. $\left(-\infty; \log_2 \frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(\log_2 \frac{1}{3}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; \log_2 \frac{1}{3}\right) \cup \left(\log_2 \frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{x^2} > \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2 > \log_2 \frac{1}{3}$.

Mà $\log_2 \frac{1}{3} < 0$ nên bất phương trình $x^2 > \log_2 \frac{1}{3}$ nghiệm đúng với mọi số thực x .

Câu 27: Xác định m để phương trình $2^{2x-1} + m^2 - m = 0$ có nghiệm.

A. $m < 0$. B. $0 < m < 1$. C. $m > 1$. D. $m < 0$ hoặc $m > 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{2x-1} + m^2 - m = 0 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = -m^2 + m$ (1)

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow -m^2 + m > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 28: Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. 109.256.100. B. 108.374.700. C. 107.500.500. D. 108.311.100.

Lời giải

Chọn B

Lấy năm 2017 làm mốc, ta có $A = 93.671.600; n = 2035 - 2017 = 18$
 $\Rightarrow$ Dân số Việt Nam vào năm 2035 là

$$S = 93.671.600 \cdot e^{18 \cdot \frac{0,81}{100}} \approx 108.374.700$$

$$\log_2 \left(\frac{x-1}{10} \right) \leq 4$$

Câu 29: Bất phương trình có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên.

A. 38. B. 40. C. 37. D. 41.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\log_2^2 \left(\frac{x-1}{10} \right) \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq \log_2 \left(\frac{x-1}{10} \right) \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{x-1}{10} \leq 4 \Leftrightarrow 3,5 \leq x \leq 41.$$

Do x nguyên nên $x \in \{4, 5, 6, \dots, 41\}$.

Suy ra có tất cả 38 giá trị x nguyên.

Câu 30: Phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 2^{2x+1}$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 2 \cdot (2^x)^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 0\}$. Vậy phương trình có hai nghiệm thực. **Chọn D**

Câu 31: Đặt $\log_2 3 = a; \log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 15$ bằng

A. $\frac{a^2 + b}{a(a+1)}$. **B.** ab . **C.** $\frac{a+b}{a+1}$. **D.** $\frac{a(b+1)}{a+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

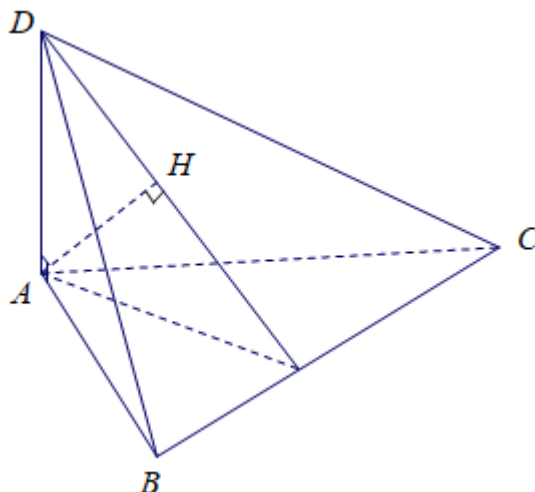
$$\log_6 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 6} = \frac{\log_2 5 \cdot 3}{\log_2 2 \cdot 3} = \frac{\log_2 5 + \log_2 3}{1 + \log_2 3} = \frac{\log_2 3 \cdot \log_3 5 + \log_2 3}{1 + \log_2 3} = \frac{ab + a}{a + 1} = \frac{a(b+1)}{a+1}$$

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AC = AD = 4$, $AB = 3$, $BC = 5$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) .

A. $d = \frac{12}{\sqrt{34}}$. **B.** $d = \frac{60}{\sqrt{769}}$. **C.** $d = \frac{\sqrt{769}}{60}$. **D.** $d = \frac{\sqrt{34}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ nên $\triangle ABC$ vuông tại A , gọi H là hình chiếu của A trên (BCD) .

Tứ diện $ABCD$ là tứ diện vuông nên ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{17}{72}$$

Vậy $d(A; (BCD)) = AH = \frac{12}{\sqrt{34}}$.

Câu 33: Cho $a > 0$, $b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\log \frac{a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$. **B.** $3\log(a+3b) = \log a - \log b$.
- C.** $2\log(a+3b) = 2\log a + \log b$. **D.** $\log(a+1) + \log b = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a^2 + 9b^2 = 10ab \Leftrightarrow (a+3b)^2 = 16ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+3b}{4}\right)^2 = ab$

$$\Leftrightarrow \log\left(\frac{a+3b}{4}\right)^2 = \log(ab)$$
$$\Leftrightarrow 2\log\left(\frac{a+3b}{4}\right) = \log a + \log b \Leftrightarrow \log\left(\frac{a+3b}{4}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}.$$

Câu 34: Số nghiệm của phương trình $\log(x-1) + \log(x-3) = \log(x+3)$ là

- A.** 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 3$.

Ta có $\log(x-1) + \log(x-3) = \log(x+3) \Leftrightarrow \log[(x-1)(x-3)] = \log(x+3)$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) = x+3 \Leftrightarrow x^2 - 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=5 \end{cases} \Rightarrow x=5 \quad (\text{do } x > 3).$$

Vậy phương trình đã cho chỉ có duy nhất 1 nghiệm.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA \perp (ABCD)$, O là tâm của $ABCD$, I là trung điểm của đoạn thẳng SC . Tìm khẳng định **sai**.

A. $\triangle SCD$ vuông ở D .

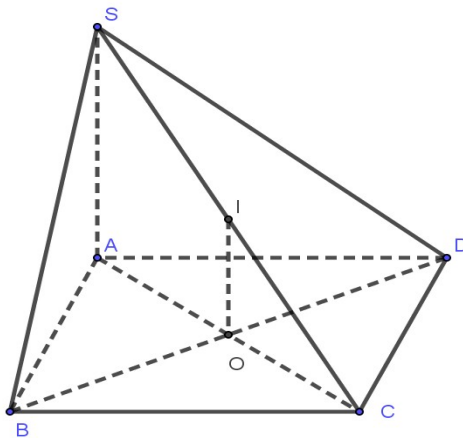
B. $BC \perp SB$.

C. (SAC) là mặt phẳng trung trực của đoạn BD .

D. $IO \perp (ABCD)$.

Lời giải

Chọn C



+ Do $ABCD$ là hình chữ nhật, nên BD không vuông góc với AC , nên (SAC) không là mặt phẳng trung trực của đoạn BD .
 Vậy câu A sai.

+ Do $\left. \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Vậy câu B đúng.

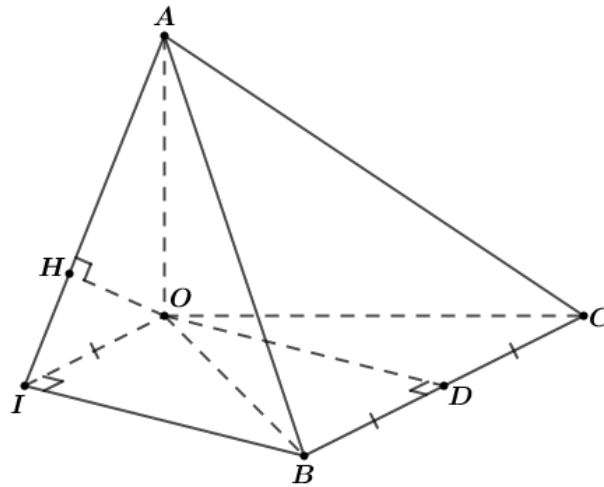
+ Do $\left. \begin{array}{l} DC \perp SA \\ DC \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp SD$ nên $\triangle SCD$ vuông ở D .
 Vậy câu C đúng.

+ Do $OI \parallel SA$, $SA \perp (ABCD) \Rightarrow OI \perp (ABCD)$. Vậy câu D đúng.

PHẦN 2- TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: Cho tứ diện OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$, Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng BC . Khoảng cách giữa hai đoạn thẳng OD và AB bằng?

Lời giải



Ta có $BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Dựng $Bx \parallel OD \Rightarrow d(OD; AB) = d(OD; (ABx)) = d(O; (SBx))$

Dựng OI vuông góc với Bx tại I , OH vuông góc với AI tại H .

Mặt khác $BI \perp (AOI)$ nên $BI \perp OH$

Nên $OH \perp (ABI) \Rightarrow d(O; (SBx)) = OH$

Xét tứ giác $ODBI$ có $OD \parallel BI$, $\angle ODB = 90^\circ \Rightarrow ODBI$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow OI = BD = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ta có : } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{2a^2} = \frac{6}{2a^2} \Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Câu 2: Biết rằng phương trình $\log_3^3 x - (m+5)\log_3^2 x + (6m+5)\log_3 x - 9m+3=0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 729$. Khi đó tổng $x_1 + x_2 + x_3$ bằng?

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình đã cho $x > 0$.

Đặt $t = \log_3 x$ thì phương trình đã cho trở thành:

$$t^3 - (m+5)t^2 + (6m+5)t - 9m+3 = 0(1)$$

$$\Leftrightarrow (t-3)[t^2 - (m+2)t + 3m-1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \Rightarrow x_1=27 \\ t^2 - (m+2)t + 3m-1 = 0(2) \end{cases}$$

Để phương trình $\log_3^3 x - (m+5)\log_3^2 x + (6m+5)\log_3 x - 9m+3=0$ có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) phải có 2 nghiệm phân biệt t_2, t_3 khác 3. Theo đề $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 729 \Leftrightarrow x_2 \cdot x_3 = 27$

$$\Leftrightarrow \log_3 x_2 \cdot x_3 = \log_3 27 \Leftrightarrow \log_3 x_2 + \log_3 x_3 = 3 \\ \Rightarrow t_2 + t_3 = 3$$

$$\Rightarrow m+2=3 \text{ (giả sử phương trình (2) có 2 nghiệm theo vi-et)} \\ \Leftrightarrow m=1$$

Thay $m=1$ vào phương trình (2) ta được $t^2 - 3t + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2=3 \\ x_3=9 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_1 + x_2 + x_3 = 27 + 3 + 9 = 39.$$

Câu 3: Mỗi tháng bà A gửi vào ngân hàng một khoản tiền không đổi với lãi suất cố định là 0,4% 1 tháng. Ba năm rưỡi kể từ ngày gửi khoản tiền đầu tiên, bà A rút toàn bộ số tiền để mua xe. Số tiền nhận về lấy đến hàng nghìn là 91.635.000. Hỏi khoản tiền gửi mỗi tháng của bà A là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi T là số tiền hàng tháng bà A gửi ngân hàng.

Số tiền bà A có sau tháng thứ 1 là: $T(1+0,4\%)$.

Số tiền bà A có sau tháng thứ 2 là:

$$(T + T(1+0,4\%))(1+0,4\%) = T(1+0,4\%) + T(1+0,4\%)^2$$

.....

Số tiền bà A có sau tháng thứ n là:

$$T((1+0,4\%) + (1+0,4\%)^2 + \dots + (1+0,4\%)^n) = T(1+0,4\%) \cdot \frac{1 - (1+0,4\%)^n}{1 - (1+0,4\%)}$$

Theo đề ra ta có:

$$91.635.000 = T(1+0,4\%) \cdot \frac{(1+0,4\%)^{42} - 1}{0,4\%} \Rightarrow T = 1.999.995$$

Câu 4: Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } 4^x - 2^x + m > 0 \Leftrightarrow m > -2^{2x} + 2^x.$$

$$\text{Đặt } 2^x = t, t > 0 \text{ và } f(t) = -t^2 + t.$$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $m > -t^2 + t, \forall t \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m > \max_{(0; +\infty)} f(t)$$

Hàm số $y = f(t)$ có $f'(t) = -2t + 1$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Ta có bảng biến thiên sau

t		0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$f'(t)$			+	0	-
$f(t)$				$\frac{1}{4}$	
			0		$-\infty$

Vậy $m > \frac{1}{4}$ thỏa mãn yêu cầu.