

MỤC LỤC

◆	CHƯƠNG ⑨. BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT.....	1
▶	BÀI ①. BIẾN CỐ GIAO VÀ QUY TẮC NHÂN XÁC SUẤT.....	2
	 ①. Tóm tắt kiến thức	
2		
	 ②. Phân dạng toán cơ bản	
2		
	• Dạng ①: Biến cố giao.....	2
	• Dạng ②: Hai biến cố xung khắc.....	3
	• Dạng ③: Biến cố độc lập.....	4
	• Dạng ④: Quy tắc nhân xác suất của hai biến cố độc lập.....	5
	 ③. Dạng toán rèn luyện	
6		
	• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	7
	• Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	28
	• Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	45

► BÀI 1. BIẾN CỐ GIAO VÀ QUY TẮC NHÂN XÁC SUẤT

Ⓐ. Tóm tắt kiến thức

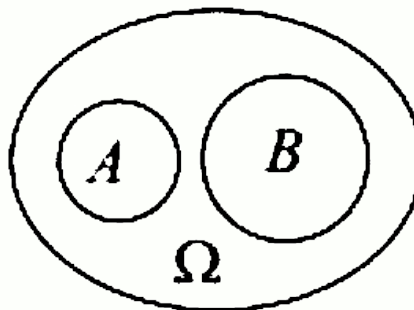
1. Biến cố giao

- ✓ Cho hai biến cố A và B . Biến cố "Cả A và B cùng xảy ra", kí hiệu AB hoặc $A \cap B$ được gọi là **biến cố giao** của A và B .

✍ **Chú ý:** Tập hợp mô tả biến cố AB là giao của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B . Biến cố AB xảy ra khi và chỉ khi cả hai biến cố A và B xảy ra.

2. Hai biến cố xung khắc

- ✓ Hai biến cố A và B được gọi là **xung khắc** nếu A và B không đồng thời xảy ra.



✍ **Chú ý:** Hai biến cố A và B là xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$.

3. Biến cố độc lập

- ✓ Hai biến cố A và B được gọi là **độc lập** nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

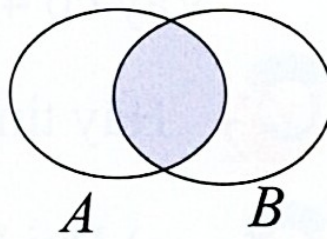
✍ **Nhận xét:** Nếu hai biến cố A và B độc lập thì $\bar{A}$ và B ; A và $\bar{B}$; $\bar{A}$

Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng 1: Biến cố giao

✍ Phương pháp

- ✓ Cho hai biến cố A và B . Biến cố "Cả A và B cùng xảy ra", kí hiệu AB hoặc $A \cap B$ được gọi là biến cố giao của A và B .



Hình 1

✍ **Chú ý:** Tập hợp mô tả biến cố AB là giao của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B . Biến cố AB xảy ra khi và chỉ khi cả hai biến cố A và B xảy ra.

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Xét phép thử gieo hai con xúc xắc ở Hoạt động khám phá 1. Gọi C là biến cố "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm". Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao AC và BC .

Lời giải

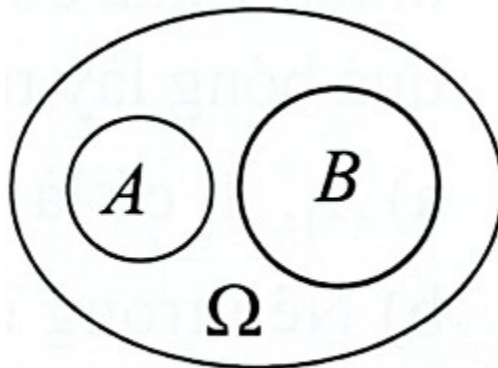
Biến cố $C = \{(1;6); (6;1); (1;5); (5;1); (1;4); (4;1); (1;3); (3;1); (1;2); (2;1); (1;1)\}$.

Kết hợp tập hợp mô tả biến cố A, B ở, ta có biến cố $AC = \{(1;4); (4;1)\}$; biến cố $BC = \{(1;6); (6;1)\}$.

•Dạng 2: Hai biến cố xung khắc

✍ Phương pháp

- 👉 Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không đồng thời xảy ra.



Hình 2

✍ **Chú ý:** Hai biến cố A và B là xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$.

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Một hộp có 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Hãy xác định các cặp biến cố xung khắc trong các biến cố sau:

A : "Hai viên bi lấy ra cùng màu xanh";

B : "Hai viên bi lấy ra cùng màu đỏ";

C : "Hai viên bi lấy ra cùng màu";

D : "Hai viên bi lấy ra khác màu".

Lời giải

Ta có hai biến cố A và B xung khắc.

Biến cố C xảy ra khi lấy ra 2 viên bi xanh hoặc 2 viên bi đỏ hoặc 2 viên bi vàng. Khi lấy được 2 viên bi màu xanh thì biến cố A và biến cố C cùng xảy ra. Khi lấy được 2 viên bi màu đỏ thì biến cố B và biến cố C cùng xảy ra. Do đó biến cố C không xung khắc với biến cố A và biến cố B .

Biến cố D xảy ra khi lấy ra 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ; hoặc 1 viên bi xanh, 1 viên bi vàng; hoặc 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng. Do đó biến cố D xung khắc với biến cố A , xung khắc với biến cố B và xung khắc với biến cố C .

Vậy có 4 cặp biến cố xung khắc là: A và B ; A và D ; B và D ; C và D .

•Dạng ③: Biến cố độc lập

Phương pháp

- ✓ Hai biến cố A và B được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

- ✍ **Nhận xét:** Nếu hai biến cố A và B độc lập thì $\bar{A}$ và B ; A và $\bar{B}$; $\bar{A}$ và $\bar{B}$ cũng độc lập.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại phép thử trên 2 lần và gọi A_k là biến cố quả bóng lấy ra lần thứ k là bóng xanh ($k=1,2$).

a) A_1, A_2 có là các biến cố độc lập không? Tại sao?

b) Nếu trong mỗi phép thử trên ta không trả bóng lại hộp thì A_1, A_2 có là các biến cố độc lập không? Tại sao?

Lời giải

a) Nếu A_1 xảy ra thì sau khi trả lại quả bóng thứ nhất vào hộp, trong hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng, do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{3}$.

Ngược lại, nếu A_1 không xảy ra thì sau khi trả lại quả bóng thứ nhất vào hộp, trong hộp vẫn có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng, do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{3}$. Ta thấy khi A_1 xảy ra hay không xảy ra thì xác suất của biến cố A_2 luôn bằng $\frac{1}{3}$. Do quả bóng lấy ra lần thứ nhất được trả

lại hộp nên biến cố A_2 xảy ra hay không xảy ra không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của A_1 . Vậy A_1 và A_2 là hai biến cố độc lập.

b) Giả sử quả bóng lấy ra lần đầu tiên không được trả lại hộp.

Nếu A_1 xảy ra thì trước khi bốc quả bóng thứ hai, trong hộp có 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Do đó xác suất xảy ra A_2 là 0.

Ngược lại, nếu A_1 không xảy ra thì trước khi bốc quả bóng thứ hai, trong hộp có 2 quả bóng, trong đó có đúng 1 quả bóng xanh. Do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{2}$.

Ta thấy xác suất xảy ra của biến cố A_2 phụ thuộc vào sự xảy ra của A_1 . Vậy A_1 và A_2 không là hai biến cố độc lập.

•Dạng ④: Quy tắc nhân xác suất của hai biến cố độc lập

Phương pháp

- ✓ Để tính xác suất của giao các biến cố độc lập, ta sử dụng quy tắc nhân xác suất sau:
- ✓ Nếu hai biến cố A và B độc lập thì $P(AB) = P(A)P(B)$.
- ✍ **Chú ý:** Từ quy tắc nhân xác suất ta thấy, nếu $P(AB) \neq P(A)P(B)$ thì hai biến cố A và B không độc lập.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,6$ và $P(B) = 0,8$. Hãy tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.

Lời giải

Do A và B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A)P(B) = 0,48$.

Vì $\bar{A}$ là biến cố đối của A nên $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,4$.

Do $\bar{A}$ và B độc lập nên $P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,32$.

Vì $\bar{B}$ là biến cố đối của B nên $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,2$.

Do $\bar{A}$ và $\bar{B}$ độc lập nên $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,08$.

Câu 2: Hai bệnh nhân X và Y bị nhiễm vi rút SARS-CoV-2. Biết rằng xác suất bị biến chứng nặng của bệnh nhân X là 0,1 và của bệnh nhân Y là 0,2. Khả năng bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập.

Hãy tính xác suất của các biến cố:

- "Cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng";
- "Cả hai bệnh nhân đều không bị biến chứng nặng";

c) "Bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng".

Lời giải

Gọi A là biến cố "Bệnh nhân X bị biến chứng nặng". Ta có $P(A)=0,1$ và $P(\bar{A})=0,9$. Gọi B là biến cố "Bệnh nhân Y bị biến chứng nặng". Ta có $P(B)=0,2$ và $P(\bar{B})=0,8$.

a) Ta thấy A và B là hai biến cố độc lập nên xác suất cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là

$$P(AB)=P(A)P(B)=0,02.$$

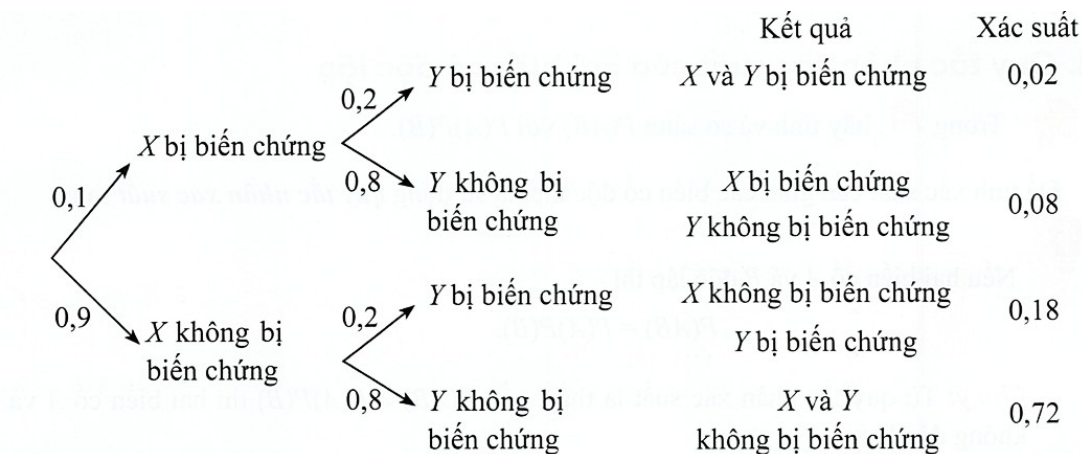
b) Do $\bar{A}$ và $\bar{B}$ độc lập nên xác suất cả hai bệnh nhân không bị biến chứng nặng là

$$P(\bar{A}\bar{B})=P(\bar{A})P(\bar{B})=0,72.$$

c) Do A và $\bar{B}$ độc lập nên xác suất bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng là

$$P(A\bar{B})=P(A)P(\bar{B})=0,08.$$

Ta cũng có thể giải bài toán trên bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây như sau:



Theo sơ đồ trên thì:

a) Xác suất cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là 0,02;

b) Xác suất cả hai bệnh nhân không bị biến chứng nặng là 0,72;

c) Xác suất bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng là 0,08.

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho A và B là hai biến cố của cùng một phép thử có không gian mẫu Ω . Phát biểu nào dưới đây là **sai**?

- A.** Nếu $A = \bar{B}$ thì $B = \bar{A}$.
- B.** Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì A và B đối nhau.
- C.** Nếu A, B đối nhau thì $A \cup B = \Omega$.
- D.** Nếu A là biến cố không thể thì $\bar{A}$ là chắc chắn.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Xét phép thử gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc đồng chất sáu mặt. Gọi A là biến cố: "Số chấm thu được là số chẵn", B là biến cố: "Số chấm thu được là số không chia hết cho 4". Hãy mô tả biến cố giao AB .

- A.** $\{2; 6\}$.
- B.** $\{2; 4; 6\}$
- C.** $\{1; 2; 3; 5; 6\}$
- D.** $\{1; 2; 3\}$

Lời giải

Ta có: $A = \{2; 4; 6\}, B = \{1; 2; 3; 5; 6\}$.

Suy ra: $AB = A \cap B = \{2; 6\}$.

Câu 3: Cho phép thử có không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Các cặp biến cố không đối nhau là:

- A.** $A = \{1\}$ và $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.
- B.** $C = \{1, 4, 5\}$ và $D = \{2, 3, 6\}$.
- C.** $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$.
- D.** Ω và $\emptyset$.

Lời giải

Chọn C

Cặp biến cố không đối nhau là $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$ do $E \cap F = \emptyset$ và $E \cup F \neq \Omega$.

Câu 4: Cho A và B là hai biến cố thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,6$.

Tính xác suất của biến cố AB .

- A.** 0,2.
- B.** 0,3.
- C.** 0,4.
- D.** 0,65

Lời giải

Ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) \Leftrightarrow P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,4 + 0,5 - 0,6 = 0,3$

Câu 5: Xét phép thử gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc đồng chất sáu mặt. Gọi A là biến cố: "Số chấm thu được là số chẵn" và C là biến cố: "Số chấm thu được là số nhỏ hơn 4". Hãy mô tả biến cố giao: AC

A. $\{2; 6\}$.

B. $\{2\}$

C. $\{1; 2; 3; 5; 6\}$

D. $\{1; 2; 3\}$

Lời giải

Ta có: $A = \{2; 4; 6\}, C = \{1; 2; 3\}$.

Suy ra: $AC = A \cap C = \{2\}$.

Câu 6: Hai xạ thủ bắn cung vào bia. Gọi X_1 và X_2 lần lượt là các biến cố "Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia" và "Xạ thủ thứ hai bắn trúng bia". Hãy biểu diễn biến cố B theo hai biến cố X_1 và X_2 . B : "Có đúng một trong hai xạ thủ bắn trúng bia".

A. $B = X_1 \cup X_2$

B. $B = \overline{X_1}X_2 \cap X_1\overline{X_2}$

C. $B = \overline{X_1}X_2 \cup X_1\overline{X_2}$

D.

$B = \overline{X_1}\overline{X_2} \cup X_1\overline{X_2}$

Lời giải

$B = \overline{X_1}X_2 \cup X_1\overline{X_2}$.

Câu 7: Xét phép thử gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc đồng chất sáu mặt. Gọi B là biến cố: "Số chấm thu được là số không chia hết cho 4" và C là biến cố: "Số chấm thu được là số nhỏ hơn 4". Hãy mô tả biến cố giao BC .

A. $\{2; 6\}$.

B. $\{2; 4; 6\}$

C. $\{1; 2; 3; 5; 6\}$

D. $\{1; 2; 3\}$

Lời giải

Ta có: $B = \{1; 2; 3; 5; 6\}, C = \{1; 2; 3\}$.

Suy ra: $BC = B \cap C = \{1; 2; 3\}$.

Câu 8: Ba người cùng bắn vào một bia. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là biến cố "người thứ 1, 2, 3 bắn trúng bia". Biến cố "có đúng 1 người bắn trúng bia" là:

A. $A_1A_2A_3$.

B. $A_1 \cup A_2 \cup A_3$.

C. $A_1\overline{A_2}\overline{A_3} \cup \overline{A_1}A_2\overline{A_3} \cup \overline{A_1}\overline{A_2}A_3$.

D. $(A_1 \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3})(\overline{A_1} \cup A_2 \cup \overline{A_3})(\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup A_3)$.

Lời giải

Chọn C

Để có đúng 1 người bắn trúng ta có 3 trường hợp sau:

TH1: Chỉ có người 1 bắn trúng và cả hai người còn lại trượt là biến cố $A_1\overline{A_2}\overline{A_3}$

TH2: Chỉ có người 2 bắn trúng và cả hai người còn lại trượt là biến cố $\overline{A_1}A_2\overline{A_3}$

TH1: Chỉ có người 3 bắn trúng và cả hai người còn lại trượt là biến cố $\overline{A_1 A_2 A_3}$

Vậy biến cố “**có đúng 1 người bắn trúng bia**” sẽ là $\overline{A_1 A_2 A_3} \cup \overline{A_1 A_2} A_3 \cup \overline{A_1} A_2 \overline{A_3}$

Câu 9: Xét phép thử gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc đồng chất sáu mặt. Gọi A là biến cố: "Số chấm thu được là số nhỏ hơn 3 ", B là biến cố: "Số chấm thu được là số lớn hơn hoặc bằng 4 " và C là biến cố: "Số chấm thu được là số lẻ". Có bao nhiêu cặp biến cố xung khắc.

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $A = \{1; 2\}, B = \{4; 5; 6\}, C = \{1; 3; 5\}$.

Ta thấy A và B là các biến cố xung khắc vì nếu A xảy ra thì B không thể xảy ra và ngược lại (hay $A \cap B = \emptyset$).

Vì $A \cap C = \{1\} \neq \emptyset, B \cap C = \{5\} \neq \emptyset$ nên các cặp A, C và B, C không phải là biến cố xung khắc.

Câu 10: Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Gọi A là biến cố “Lần đầu xuất hiện mặt 6 chấm” và B là biến cố “Lần thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm”.

Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

- A.** A và B là hai biến cố xung khắc.
B. $A \cup B$ là biến cố “Ít nhất một lần xuất hiện mặt 6 chấm”.
C. $A \cap B$ là biến cố “Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần gieo bằng 12”.
D. A và B là hai biến cố độc lập.

Lời giải

Chọn A

Hai biến cố A và B có thể cùng xảy ra. Suy ra A sai

Hai biến cố xung khắc là hai biến cố không đồng thời xảy ra: $A \cap B = \emptyset$.

Câu 11: An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88. Tính xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi.

- A.** 0,8096 **B.** 0,0096 **C.** 0,3649 **D.** 0,3597

Lời giải

Gọi A là biến cố: "An đạt điểm giỏi về môn Toán".

Gọi B là biến cố: "Bình đạt điểm giỏi về môn Toán".

Dễ thấy A, B là hai biến cố độc lập, khi đó AB là biến cố: "Cả An và Bình đều đạt điểm giỏi môn Toán".

Ta có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,92 \cdot 0,88 = 0,8096$.

Câu 12: Cho A và $\bar{A}$ là hai biến cố đối nhau. Chọn câu đúng.

- A. $P(A) = 1 + P(\bar{A})$ B. $P(A) = P(\bar{A})$
C. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ D. $P(A) + P(\bar{A}) = 0$

Lời giải

Chọn C

Câu 13: Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(A.B)$.

- A. $\frac{7}{12}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{12}$

Lời giải

Chọn D

Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta có $P(A.B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{12}$.

Câu 14: An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88. Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

- A. 0,8096 B. 0,0096 C. 0,3649 D. 0,3597

Lời giải

Ta có $\bar{A}\bar{B}$ là biến cố: "Cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi môn Toán". Vì hai biến cố $\bar{A}, \bar{B}$ độc lập nên: $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,08 \cdot 0,12 = 0,0096$.

Câu 15: Hai xạ thủ cùng bắn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng

bia của xạ thủ thứ nhất bằng $\frac{1}{2}$, xác suất bắn trúng bia của xạ thủ thứ hai bằng $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố: Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia, xạ thủ thứ hai bắn trượt bia.

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia" và B là biến cố: "Xạ thủ thứ hai bắn trúng bia". Khi đó $A, B, \bar{A}, \bar{B}$ là các biến cố độc lập đôi một với nhau.

Ta có: $P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Xác suất biến cố $A\bar{B}$ là: $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

Câu 16: Cho A và B là hai biến cố thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,6$.

Tính xác suất của biến cố $\bar{A}B$.

- A.** 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,65

Lời giải

Ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) \Leftrightarrow P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,4 + 0,5 - 0,6 = 0,3$

$P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2$

Câu 17: Hai xạ thủ cùng bắn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng

bia của xạ thủ thứ nhất bằng $\frac{1}{2}$, xác suất bắn trúng bia của xạ thủ thứ hai bằng $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố: Cả hai xạ thủ đều bắn không trúng bia.

- A.** $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia" và B là biến cố: "Xạ thủ thứ hai bắn trúng bia". Khi đó $A, B, \bar{A}, \bar{B}$ là các biến cố độc lập đôi một với nhau.

Ta có: $P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Xác suất của biến cố $\bar{A}\bar{B}$ là: $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

Câu 18: Rút ngẫu nhiên 1 lá bài từ bộ bài tây 52 lá. Tính xác suất của biến cố "Lá bài được chọn có màu đen hoặc lá đó có số chia hết cho 3".

- A.** $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{8}{13}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Lời giải

Gọi A là biến cố "Lá bài được chọn có màu đen" và B biến cố "lá bài được chọn có số chia hết cho 3". Ta có

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{2} + \frac{12}{52} - \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{52} = \frac{8}{13}.$$

Câu 19: Cho hai biến cố A và B độc lập với nhau. Biết $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,45$. Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

- A.** 0,67. **B.** 0,5. **C.** 0,05. **D.** 0,85

Lời giải

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,4 + 0,45 - 0,4 \times 0,45 = 0,67.$$

Câu 20: Cho $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,4$ và $P(AB) = 0,2$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.** Hai biến cố A và B không thể cùng xảy ra.
B. Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,9$.
C. Hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập.
D. Hai biến cố A và B là 2 biến cố xung khắc.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết ta có: $P(A) \cdot P(B) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2 = P(AB)$

$\Rightarrow$ Hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập.

Câu 21: Cho A và B là hai biến cố thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,6$.

Tính xác suất của biến cố $\overline{AB}$.

- A.** 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,65

Lời giải

$$P(\overline{AB}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,6 = 0,4$$

Câu 22: Trong một đội tuyển có 2 vận động viên An và Bình thi đấu với xác suất chiến thắng lần lượt là 0,7 và 0,6. Giả sử mỗi người thi đấu một trận độc lập nhau. Tính xác suất để: Đội tuyển thắng ít nhất một trận.

- A.** 0,26. **B.** 0,38. **C.** 0,88. **D.** 0,42

Lời giải

Gọi A là biến cố "vận động viên An chiến thắng", $P(A) = 0,7$.

B là biến cố "vận động viên Bình chiến thắng", $P(B) = 0,6$.

Gọi C là biến cố "đội tuyển thắng ít nhất một trận".

$$P(C) = 1 - P(\overline{A} \cdot \overline{B}) = 1 - P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 1 - 0,3 \times 0,4 = 0,88.$$

Câu 23: Hộp thứ nhất đựng 4 bi xanh được đánh số lần lượt từ 1 đến 4. Hộp thứ hai đựng 3 bi đỏ được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp một viên bi. Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 bi là 5 ". B là biến cố "Tích các số ghi trên 2 bi là số chẵn".

Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB

- A. $AB = \{(2;3);(3;2);(4;1)\}$
- B. $AB = \{(1;2);(2;1);(2;2);(2;3);(3;2);(4;1);(4;2);(4;3)\}$
- C. $AB = \{(2;3);(3;2);(4;1)\}$
- D. $AB = \{(2;3);(3;2);(4;1);(4;2)\}$

Lời giải

Chọn C

$$A = \{(2;3);(3;2);(4;1)\}$$

$$B = \{(1;2);(2;1);(2;2);(2;3);(3;2);(4;1);(4;2);(4;3)\}$$

$$AB = \{(2;3);(3;2);(4;1)\}.$$

Câu 24: Một đội tình nguyện gồm 6 học sinh khối 11, và 8 học sinh khối 12. Chọn ra ngẫu nhiên 2 người trong đội. Tính xác suất của biến cố "Cả hai người được chọn học cùng một khối".

- A. $\frac{3}{7}$
- B. $\frac{4}{9}$
- C. $\frac{42}{83}$
- D. $\frac{43}{91}$

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Cả hai học sinh được chọn đều thuộc khối 11 ". Gọi B là biến cố: "Cả hai học sinh được chọn đều thuộc khối 12 ". Khi đó $A \cup B$ là biến cố "Cả hai người được chọn học cùng một khối".

Do đó A và B là hai biến cố xung khắc nên

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_6^2}{C_{14}^2} + \frac{C_8^2}{C_{14}^2} = \frac{43}{91}.$$

Câu 25: Cho hai biến cố A và B độc lập với nhau. Biết $P(A) = 0,45$ và $P(A \cup B) = 0,65$. Tính xác suất của biến cố B .

- A. 0,6.
- B. 0,5.
- C. 0,45.
- D. 0,65

Lời giải

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) \Leftrightarrow 0,65 = 0,45 + P(B) - 0,6P(B) \Rightarrow P(B) = 0,5.$$

Câu 26: Một hộp có 3 bi xanh, 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Có bao nhiêu cặp biến cố xung khắc trong các biến cố sau:

A : "hai viên bi lấy ra cùng màu đỏ";

B : "hai viên bi lấy ra cùng màu vàng";

C : "hai viên bi lấy ra có đúng một viên bi màu xanh";

D : "hai viên bi lấy ra khác màu".

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 6

Lời giải

Hai biến cố A và B xung khắc.

Biến cố C xảy ra khi lấy ra 1 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ hoặc 1 viên bi xanh và 1 viên bi vàng. Do đó biến cố C xung khắc với biến cố A và biến cố B .

Biến cố D xảy ra khi lấy ra 1 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng và 1 viên bi đỏ hoặc 1 viên bi xanh và 1 viên bi vàng. Do đó biến cố D xung khắc với biến cố A và biến cố B . Biến cố D không xung khắc với biến cố C vì khi lấy ra 1 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ hoặc 1 viên bi xanh và 1 viên bi vàng thì hai biến cố C và D cùng xảy ra.

Câu 27: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

B. $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$.

C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$.

D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

Lời giải

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $A \cap B = \emptyset$. Từ đó suy ra $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Câu 28: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(A \cup B)$.

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{7}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{7}{12}.$$

Câu 29: Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là $0,3$ và Nam thắng Việt là $0,4$. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

A. $0,12$.

B. $0,7$.

C. $0,9$.

D. $0,21$.

Lời giải

Chọn D

Ván 1: Xác suất Việt và Nam hòa là $1 - (0,3 + 0,4) = 0,3$.

Ván 2: Xác suất Việt thắng hoặc thắng là $0,3 + 0,4 = 0,7$.

Xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ là: $P = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$.

Câu 30: Cho hai biến cố A và B độc lập với nhau. Biết $P(A) = 0,5$ và $P(AB) = 0,15$.
Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

- A.** 0,15. **B.** 0,3. **C.** 0,45. **D.** 0,65

Lời giải

$$P(AB) = P(A)P(B) \Leftrightarrow 0,15 = 0,5P(B) \Rightarrow P(B) = 0,3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,5 + 0,3 - 0,15 = 0,65.$$

Câu 31: Trong một trận đấu bóng đá quan trọng ở vòng đấu loại trực tiếp, khi trận đấu buộc phải giải quyết bằng loạt sút luân lưu 11m , huấn luyện viên đội X đưa danh sách lần lượt 5 cầu thủ có xác suất sút luân lưu 11m thành công là $0,8; 0,8; 0,76; 0,72; 0,68$. Tìm xác suất để chỉ có cầu thủ cuối cùng sút trượt luân lưu (kết quả gần đúng được làm tròn đến hàng phần nghìn).

- A.** 0,112 **B.** 0,009 **C.** 0,469 **D.** 0,357

Lời giải

Gọi $A_i (1 \leq i \leq 5, i \in \mathbb{N})$ là biến cố: "Cầu thủ thứ i của đội X sút luân lưu thành công".

Xác suất cần tìm là:

$$\begin{aligned} P(A_1 A_2 A_3 A_4 \bar{A}_5) &= P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot P(A_4) \cdot P(\bar{A}_5) \\ &= 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,76 \cdot 0,72 \cdot 0,32 \approx 0,112. \end{aligned}$$

Câu 32: Hộp A đựng 5 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 5, hộp B đựng 6 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 6, hai thẻ khác nhau ở mỗi hộp đánh hai số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên từ hộp A một tấm thẻ và từ hộp B hai tấm thẻ. Gọi X là biến cố: "Chọn được thẻ mang số lẻ từ hộp A ", Y là biến cố: "Chọn được thẻ mang số chẵn từ hộp A ", và Z là biến cố: "Chọn được hai thẻ mang số lẻ từ hộp B ".

Tính xác suất để tích số được ghi trên ba tấm thẻ thu được là số chẵn.

- A.** $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{22}{25}$ **C.** $\frac{2}{13}$ **D.** $\frac{3}{25}$

Lời giải

Nhận xét: Để có được tích ba số ghi trên ba thẻ là số lẻ thì cả ba thẻ thu được đều mang số lẻ. Gọi U là biến cố: "Tích ba số ghi trên ba thẻ là số lẻ" thì $P(\bar{U})$ là xác suất cần tìm.

Dễ thấy mỗi cặp biến cố X và Z, Y và Z là độc lập.

Ta có:
$$P(X) = \frac{3}{5}, P(Y) = \frac{2}{5}, P(Z) = \frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{1}{5}.$$

Khi đó:
$$P(U) = P(XZ) = P(X) \cdot P(Z) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{25}.$$

Suy ra
$$P(\bar{U}) = 1 - P(U) = 1 - \frac{3}{25} = \frac{22}{25}.$$

Câu 33: Trên một bảng quảng cáo, người ta mắc hai hệ thống bóng đèn. Hệ thống I gồm 2 bóng mắc nối tiếp, hệ thống II gồm 2 bóng mắc song song. Khả năng bị hỏng của mỗi bóng đèn sau 6 giờ thắp sáng liên tục là 0,15. Biết tình trạng của mỗi bóng đèn là độc lập. Tính xác suất để: Cả hai hệ thống bị hỏng (không sáng) (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm nghìn).

- A.** 0,02251 **B.** 0,97753 **C.** 0,27754 **D.** 0,00624

Lời giải

Gọi B là biến cố: "Hệ thống II bị hỏng", ta có: $P(B) = 0,15 \cdot 0,15 = 0,0225$.

Gọi A là biến cố: "Hệ thống I bị hỏng". Khi đó xác suất để hệ thống I hoạt động bình thường là: $P(\bar{A}) = 0,85 \cdot 0,85 = 0,7225$.

Suy ra $P(A) = 1 - 0,7225 = 0,2775$.

Xác suất để cả hai hệ thống I, II đều bị hỏng là:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,2775 \cdot 0,0225 = \frac{999}{160000} \approx 0,00624.$$

Câu 34: Một hộp đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ, tính xác suất để rút được thẻ đánh số chia hết cho 2 hoặc 7.

- A.** $\frac{3}{5}$ **B.** $\frac{7}{12}$ **C.** $\frac{2}{13}$ **D.** $\frac{8}{25}$

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2", suy ra

$A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$ và $P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. Gọi B là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 7", suy ra $B = \{7\}$ và $P(B) = \frac{1}{10}$.

Ta có $A \cup B$ là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2 hoặc 7".

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{3}{5}.$$

Câu 35: Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A được chế tạo cân đối. Đồng xu B được chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để: Khi gieo hai đồng xu một lần thì cả hai đều ngửa.

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{64}$

C. $\frac{2}{13}$

D. $\frac{3}{25}$

Lời giải

Gọi X là biến cố: "Đồng xu A xuất hiện mặt ngửa".

Gọi Y là biến cố: "Đồng xu B xuất hiện mặt ngửa".

Vì đồng xu A chế tạo cân đối nên
$$P(X) = \frac{1}{2}.$$

Vì xác suất xuất hiện mặt sấp của đồng xu gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa của nó nên
$$P(Y) = \frac{1}{4}.$$

Xác suất khi gieo hai đồng xu một lần thì chúng đều ngửa:

$$P(XY) = P(X) \cdot P(Y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

Câu 36: Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ một hộp chứa 4 quả bóng xanh và 6 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Tính xác suất của biến cố "Hai bóng lấy ra có cùng màu".

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{7}{9}$

C. $\frac{7}{15}$

D. $\frac{1}{5}$

Lời giải

Gọi A là biến cố "Hai bóng lấy ra có cùng màu xanh".

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là: C_4^2 .

Gọi B là biến cố "Hai bóng lấy ra có cùng màu đỏ".

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố B là: C_6^2 .

Biến cố hai bóng lấy ra có cùng màu là biến cố hợp của hai biến cố A và

B . Vì hai biến cố A và B xung khắc
$$P(A \cup B) = \frac{C_4^2 + C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}.$$

Câu 37: Trong phòng học của An có ba bóng đèn và xác suất hỏng của chúng lần lượt bằng 0, ⁰⁵0,04; ^{0,03}. Chỉ cần có một bóng đèn sáng thì An vẫn có thể làm bài tập được. Tính xác suất để An có thể làm bài tập, biết tình trạng (sáng hoặc bị hỏng) của mỗi bóng đèn không ảnh hưởng đến tình trạng các bóng còn lại.

- A.** 0,99994 **B.** 0,95264 **C.** 0,26945 **D.** 0,58464

Lời giải

Gọi $A_i (1 \leq i \leq 3, i \in \mathbb{N})$ là biến cố: "Bóng đèn thứ i sáng bình thường".

An không thể làm bài tập nếu cả ba bóng đèn bị hỏng, khi đó:

$$P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,05 \cdot 0,04 \cdot 0,03 = \frac{3}{50000}.$$

Gọi P là xác suất để An có thể làm bài, ta có:

$$P = 1 - P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) = 1 - \frac{3}{50000} = 0,99994.$$

Câu 38: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 tới 9, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau: A : "Cả hai tấm thẻ đều đánh số chẵn", B : "Chỉ có một tấm thẻ đánh số chẵn", C : "Tích hai số đánh trên hai tấm thẻ là một số chẵn". Tính xác suất để biến cố C xảy ra.

- A.** $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{7}{12}$ **C.** $\frac{11}{30}$ **D.** $\frac{13}{18}$

Lời giải

Để thấy A, B là hai biến cố xung khắc và $P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{C_4^1 C_5^1}{C_9^2} = \frac{5}{9}$.

Ta có: $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{5}{9} = \frac{13}{18}$.

Câu 39: Một khu phố có 50 hộ gia đình trong đó có 18 hộ nuôi chó, 16 hộ nuôi mèo và 7 hộ nuôi cả chó và mèo. Chọn ngẫu nhiên một hộ trong khu phố trên, tính xác suất để: Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo.

- A.** 0,25 **B.** 0,54 **C.** 0,61 **D.** 0,21

Lời giải

Gọi các biến cố A : "Chọn được hộ nuôi chó", và B : "Chọn được hộ nuôi mèo". Ta có: $P(A) = \frac{18}{50} = \frac{9}{25}, P(B) = \frac{16}{50} = \frac{8}{25}, P(AB) = \frac{7}{50}$.

Xác suất để chọn được hộ nuôi chó hoặc nuôi mèo là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{9}{25} + \frac{8}{25} - \frac{7}{50} = \frac{27}{50} \approx 0,54.$$

Câu 40: Hai bạn Chiến và Công cùng chơi cờ với nhau. Trong một ván cờ, xác suất Chiến thắng Công là 0,3 và xác suất để Công thắng Chiến là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

- A.** 0,25 **B.** 0,55 **C.** 0,46 **D.** 0,21

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Chiến thắng Công trong ván cờ", B là biến cố: "Công thắng Chiến trong ván cờ" và C : "Công và Chiến hoà nhau trong ván cờ". Dễ thấy A, B, C là các biến cố xung khắc.

Theo giả thiết thì ván đấu thứ nhất hai bạn hoà nhau, ván đấu thứ hai sẽ có thắng thua.

Xét ván thứ nhất: $P(C) = 1 - P(A) - P(B) = 1 - 0,3 - 0,4 = 0,3$.

Xét ván thứ hai: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,3 + 0,4 = 0,7$.

Xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván đấu là $P = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$.

Câu 41: Một hộp đựng 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ, tính xác suất để rút được thẻ mang số chia hết cho 2 hoặc 3.

- A.** $\frac{3}{5}$ **B.** $\frac{7}{12}$ **C.** $\frac{13}{20}$ **D.** $\frac{8}{25}$

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2", ta có:

$$A = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20\}, \text{ suy ra } P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

Gọi B là biến cố rút được thẻ đánh số chia hết cho 3, ta có:

$$B = \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}, \text{ suy ra } P(B) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}.$$

Ta có biến cố giao $AB = \{6; 12; 18\}$, suy ra $P(AB) = \frac{3}{20}$.

Xác suất để rút được thẻ đánh số chia hết cho 2 hoặc 3 là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{2} + \frac{3}{10} - \frac{3}{20} = \frac{13}{20}$$

Câu 42: Chọn ngẫu nhiên một vé số có năm chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất của biến cố X : "Lấy được vé không có chữ số 2 hoặc chữ số 7".

A. 0,2598**B.** 0,5532**C.** 0,4656**D.** 0,8533**Lời giải**

Gọi A là biến cố: "Lấy được vé không có chữ số 2" và B : "Lấy được vé số không có chữ số 7".

Số các dãy gồm 5 chữ số lập được mà không có chữ số 2: 9^5 . Suy ra

$P(A) = \frac{9^5}{10^5} = (0,9)^5$. Số các dãy gồm 5 chữ số lập được mà không có chữ số 7:

9^5 (số). Suy ra $P(B) = \frac{9^5}{10^5} = (0,9)^5$.

Số các dãy gồm 5 chữ số lập được mà không có chữ số 2 và 7 là 8^5 .

Suy ra $P(AB) = \frac{8^5}{10^5} = (0,8)^5$.

Vậy xác suất của X là:

$$P(X) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = (0,9)^5 + (0,9)^5 - (0,8)^5 = 0,8533.$$

Câu 43: Một khu phố có 50 hộ gia đình trong đó có 18 hộ nuôi chó, 16 hộ nuôi mèo và 7 hộ nuôi cả chó và mèo. Chọn ngẫu nhiên một hộ trong khu phố trên, tính xác suất để: hộ được chọn không nuôi cả chó và mèo

A. 0,46**B.** 0,54**C.** 0,61**D.** 0,21**Lời giải**

Gọi các biến cố A : "Chọn được hộ nuôi chó", và B : "Chọn được hộ nuôi

mèo". Ta có: $P(A) = \frac{18}{50} = \frac{9}{25}$, $P(B) = \frac{16}{50} = \frac{8}{25}$, $P(AB) = \frac{7}{50}$.

Xác suất để chọn được hộ nuôi chó hoặc nuôi mèo là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{9}{25} + \frac{8}{25} - \frac{7}{50} = \frac{27}{50} \approx 0,54.$$

Xác suất để hộ được chọn không nuôi cả chó và mèo là:

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,54 = 0,46.$$

Câu 44: Một lớp học có 40 học sinh, trong đó có 18 học sinh tham gia môn bóng đá và 10 học sinh tham gia môn bóng chuyền, trong đó có 6 học sinh tham gia cả hai môn bóng đá và bóng chuyền. Thầy giáo chọn ngẫu nhiên một học sinh từ lớp học để làm nhiệm vụ đặc biệt, tính xác suất để học sinh được chọn có tham gia ít nhất một trong hai môn thể thao kể trên.

A. $\frac{11}{20}$ **B.** $\frac{7}{12}$ **C.** $\frac{13}{20}$ **D.** $\frac{8}{25}$ **Lời giải**

Gọi A là biến cố: "Chọn được một học sinh tham gia môn bóng đá", B là biến cố: "Chọn được một học sinh tham gia môn bóng chuyền".

Ta có: $P(A) = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$, $P(B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ và $P(AB) = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$.

Xác suất để chọn được một học sinh tham gia ít nhất một trong hai môn bóng đá, bóng chuyền là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{9}{20} + \frac{1}{4} - \frac{3}{20} = \frac{11}{20}.$$

Câu 45: Tại một trường trung học phổ thông X , có 12% học sinh học giỏi môn Tiếng Anh, 35% học sinh học giỏi môn Toán và 8% học sinh học giỏi cả hai môn Toán, Tiếng Anh. Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ trường X , tính xác suất để chọn được một học sinh không giỏi môn nào trong hai môn Toán, Tiếng Anh.

- A.** 0,25 **B.** 0,55 **C.** 0,61 **D.** 0,21

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Chọn được một học sinh giỏi môn Tiếng Anh", B là biến cố: "Chọn được một học sinh giỏi môn Toán".

Xác suất để chọn được một học sinh giỏi Toán hoặc giỏi Anh là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{12}{100} + \frac{35}{100} - \frac{8}{100} = 0,39$$

Xác suất để chọn được một em học sinh không giỏi môn nào trong hai môn Toán, Tiếng Anh là: $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,39 = 0,61$.

Câu 46: Ba người cùng bắn vào 1 bia. Xác suất bắn trúng đích của người thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là 0,9; 0,5; 0,6. Tính xác suất để có đúng 1 người bắn trúng đích.

- A.** 0,23. **B.** 0,38. **C.** 0,88. **D.** 0,42

Lời giải

Gọi X là biến cố "có đúng 1 người bắn trúng đích".

Gọi A là biến cố "người thứ nhất bắn trúng đích" $\Rightarrow P(A) = 0,9; P(\overline{A}) = 0,1$.

Gọi B là biến cố "người thứ hai bắn trúng đích" $\Rightarrow P(B) = 0,5; P(\overline{B}) = 0,5$.

Gọi C là biến cố "người thứ ba bắn trúng đích" $\Rightarrow P(C) = 0,6; P(\overline{C}) = 0,4$.

A, B, C là ba biến cố độc lập nên ta có:

$$\begin{aligned} P(X) &= P(A\overline{B}\overline{C}) + P(\overline{A}B\overline{C}) + P(\overline{A}\overline{B}C) \\ &= 0,9 \times 0,5 \times 0,4 + 0,1 \times 0,5 \times 0,4 + 0,1 \times 0,5 \times 0,6 = 0,23. \end{aligned}$$

Câu 47: Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A được chế tạo cân đối. Đồng xu B được chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để: Khi gieo hai đồng xu hai lần thì cả hai đồng xu đều ngửa.

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{64}$

C. $\frac{2}{13}$

D. $\frac{3}{25}$

Lời giải

Gọi X là biến cố: "Đồng xu A xuất hiện mặt ngửa".

Gọi Y là biến cố: "Đồng xu B xuất hiện mặt ngửa".

Vì đồng xu A chế tạo cân đối nên $P(X) = \frac{1}{2}$.

Vì xác suất xuất hiện mặt sấp của đồng xu gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa của nó nên $P(Y) = \frac{1}{4}$.

Xác suất khi gieo hai đồng xu một lần thì chúng đều ngửa:

$$P(XY) = P(X) \cdot P(Y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

Xác suất để trong một lần gieo cả hai đồng xu đều ngửa là $\frac{1}{8}$.

Suy ra xác suất khi gieo hai lần thì cả hai lần đó hai đồng xu đều ngửa là:

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{64}.$$

Câu 48: Ba xạ thủ lần lượt bắn vào một bia. Xác suất để xạ thủ thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là $0,8; 0,6; 0,5$. Tính xác suất để có đúng hai người bắn trúng đích.

A. 0,25

B. 0,46

C. 0,61

D. 0,21

Lời giải

Gọi $A_i (1 \leq i \leq 3, i \in \mathbb{N})$ lần lượt là biến cố: "Xạ thủ thứ i bắn trúng đích".

Xác suất để xạ thủ thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là:

$$P(A_1) = 0,8; P(A_2) = 0,6; P(A_3) = 0,5.$$

Gọi X là biến cố: "Có đúng hai xạ thủ bắn trúng đích".

Ta có:

$$\begin{aligned} P(X) &= P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\bar{A}_3) + P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(A_3) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \\ &= 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,5 + 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,5 = 0,46 \end{aligned}$$

Câu 49: Một bệnh truyền nhiễm có xác suất lây bệnh là 0,8 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Chị Hoa có tiếp xúc với người bệnh hai lần, một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất để chị Hoa bị lây bệnh từ người bệnh truyền nhiễm đó.

- A.** 0,82 **B.** 0,05 **C.** 0,46 **D.** 0,35

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Chị Hoa bị nhiễm bệnh khi tiếp xúc người bệnh mà không đeo khẩu trang" và B : "Chị Hoa bị nhiễm bệnh khi tiếp xúc với người bệnh dù có đeo khẩu trang". Dễ thấy $\bar{A}, \bar{B}$ là hai biến cố độc lập.

Xác suất để chị Hoa không nhiễm bệnh trong cả hai lần tiếp xúc với người bệnh là $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,9 = 0,18$.

Gọi P là xác suất để chị Hoa bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh, ta có:

$$P = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - 0,18 = 0,82.$$

Câu 50: Một hộp đựng 4 viên bi màu xanh, 3 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp trên. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu.

- A.** $\frac{11}{20}$ **B.** $\frac{7}{12}$ **C.** $\frac{13}{20}$ **D.** $\frac{5}{18}$

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Chọn được 2 viên bi màu xanh" B là biến cố "Chọn được 2 viên bi màu đỏ", C là biến cố "Chọn được 2 viên bi màu vàng" và X là biến cố "Chọn được 2 viên bi cùng màu".

Ta có:
$$P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}; P(B) = \frac{C_3^2}{C_9^2} = \frac{1}{12}; P(C) = \frac{C_2^2}{C_9^2} = \frac{1}{36}.$$

Ta có $X = A \cup B \cup C$ và các biến cố A, B, C đôi một xung khắc.

Do đó, ta có:
$$P(X) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18}.$$

Câu 51: Một phòng làm việc có hai máy tính hoạt động độc lập với nhau. Khả năng hoạt động tốt trong ngày của hai máy lần lượt là: 0,75 và 0,8. Tính xác suất để có đúng một máy hoạt động không tốt trong ngày.

- A.** 0,35. **B.** 0,75. **C.** 0,8. **D.** 0,44

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Máy tính thứ nhất hoạt động tốt". $P(A) = 0,75$.

B là biến cố: "Máy tính thứ hai hoạt động tốt". $P(B) = 0,8$.

C là biến cố: "Có đúng một máy tính hoạt động không tốt".

Ta thấy A và B là hai biến cố độc lập và $C = \overline{AB} \cup A\overline{B}$

$$\Rightarrow P(C) = P(\overline{AB} \cup A\overline{B}) = P(\overline{AB}) + P(A\overline{B}) = 0,75 \cdot (1 - 0,8) + 0,8 \cdot (1 - 0,75) = 0,35.$$

Vậy xác suất để có đúng một máy hoạt động không tốt trong ngày là 0,35.

Câu 52: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số. Tính xác suất của biến cố A "Số được chọn chia hết cho 13 hoặc 17".

A. 0,1312. **B.** 0,7564. **C.** 0,8269. **D.** 0,4264

Lời giải

Các số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 13 là: $\frac{99996 - 10010}{13} + 1 = 6923$ số.

Các số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 17 là: $\frac{99994 - 10013}{17} + 1 = 5294$ số.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{6923}{90000} + \frac{5294}{90000} - \frac{6923}{90000} \cdot \frac{5294}{90000} \approx 0,1312$.

Câu 53: Bốn khẩu pháo cao xạ A, B, C, D cùng bắn độc lập vào một mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng của các khẩu pháo tương ứng là $P(A) = \frac{4}{5}, P(B) = \frac{3}{5}, P(C) = \frac{3}{4}, P(D) = \frac{2}{3}$. Tính xác suất để mục tiêu bị bắn trúng.

A. $\frac{12}{25}$ **B.** $\frac{8}{15}$ **C.** $\frac{149}{150}$ **D.** $\frac{1}{150}$

Lời giải

Gọi A là biến cố "mục tiêu bị bắn trúng". Xác suất của biến cố A là:

$$1 - P(\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}) = 1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{149}{150}.$$

Câu 54: Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Xác suất bắn trúng bia của xạ thủ A và B lần lượt là $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$.

Suy ra xác suất bắn trượt bia của xạ thủ A và B lần lượt là $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$, $P(\bar{B}) = \frac{2}{3}$.

Gọi H là biến cố "có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia".

Khi đó $P(H) = P(\bar{A}B \cup A\bar{B} \cup \bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}).P(B) + P(A).P(\bar{B}) + P(\bar{A}).P(\bar{B}) = \frac{5}{6}$.

Câu 55: Người ta thăm dò một số lượng người hâm mộ bóng đá tại một thành phố, nơi có hai đội bóng đá X và Y cùng thi đấu giải vô địch quốc gia. Biết rằng số lượng người hâm mộ đội bóng đá X là 22%, số lượng người hâm mộ đội bóng đá Y là 39%, trong số đó có 7% người nói rằng họ hâm mộ cả hai đội bóng trên. Chọn ngẫu nhiên một người hâm mộ trong số những người được hỏi, tính xác suất để chọn được người không hâm mộ đội nào trong hai đội bóng đá X và Y .

A. 0,25

B. 0,46

C. 0,61

D. 0,21

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Chọn được một người hâm mộ đội bóng đá X ", gọi B là biến cố: "Chọn được một người hâm mộ đội bóng đá Y ".

Khi đó $P(A) = \frac{22}{100} = 0,22$, $P(B) = \frac{39}{100} = 0,39$, $P(AB) = \frac{7}{100} = 0,07$.

Suy ra: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,22 + 0,39 - 0,07 = 0,54$.

Xác suất để chọn được người không hâm mộ đội nào trong hai đội bóng đá X và Y là: $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,54 = 0,46$.

Câu 56: Một máy bay có 5 động cơ, trong đó cánh phải có 3 động cơ, cánh trái có 2 động cơ. Xác suất bị trục trặc của mỗi động cơ cánh phải là 0,1; xác suất 1 trục trặc mỗi động cơ cánh trái là 0,05. Biết rằng các động cơ hoạt động độc lập. Tính xác suất để có đúng 4 động cơ máy bay bị hỏng.

A. 0,0001025

B. 0,0001646

C. 0,00002561

D. 0,0001625

Lời giải

Gọi biến cố A : "Có đúng 4 động cơ hỏng", B là biến cố: "2 động cơ cánh phải hỏng và 2 động cơ cánh trái hỏng", C là biến cố: "3 động cơ cánh phải hỏng và 1 động cơ cánh trái hỏng".

Ta có hai biến cố B, C xung khắc và $A = B \cup C$.

Theo quy tắc cộng, ta có:

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P(B) + P(C) \\
 &= C_3^2 \times (0,1)^2 \times 0,9 \times C_2^2 \times (0,05)^2 + C_3^3 \times (0,1)^3 \times C_2^1 \times 0,05 \times 0,95 \\
 &= 0,0001625
 \end{aligned}$$

Câu 57: Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được $0,2$ điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới $9,5$ điểm.

- A.** $\frac{9}{22}$. **B.** $\frac{13}{1024}$. **C.** $\frac{2}{19}$. **D.** $\frac{53}{512}$.

Lời giải

Chọn B

Để An đúng được không dưới $9,5$ điểm thì bạn ấy phải chọn đúng nhiều hơn 2 trong 5 câu còn lại.

Xác suất mỗi câu chọn đúng là $\frac{1}{4}$ và không chọn đúng là $\frac{3}{4}$.

Để An đúng được không dưới $9,5$ điểm thì bạn ấy phải chọn đúng hoặc 3 hoặc 4 hoặc 5 trong 5 câu còn lại.

Do đó xác suất cần tìm là $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{13}{1024}$.

Câu 58: Ba người cùng bắn vào 1 bia. Xác suất bắn trúng đích của người thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là $0,7; 0,6; 0,8$. Tính xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích.

- A.** $0,618$. **B.** $0,422$. **C.** $0,236$. **D.** $0,452$

Lời giải

Gọi X là biến cố "có đúng 2 người bắn trúng đích".

Gọi A là biến cố "người thứ nhất bắn trúng đích" $\Rightarrow P(A) = 0,7; P(\bar{A}) = 0,3$.

Gọi B là biến cố "người thứ hai bắn trúng đích" $\Rightarrow P(B) = 0,6; P(\bar{B}) = 0,4$.

Gọi C là biến cố "người thứ ba bắn trúng đích" $\Rightarrow P(C) = 0,8; P(\bar{C}) = 0,2$.

A, B, C là ba biến cố độc lập nên ta có:

$$\begin{aligned}
 P(X) &= P(ABC) + P(A\bar{B}\bar{C}) + P(\bar{A}B\bar{C}) + P(\bar{A}\bar{B}C) \\
 &= 0,7 \times 0,6 \times 0,2 + 0,7 \times 0,4 \times 0,8 + 0,3 \times 0,6 \times 0,8 = 0,452.
 \end{aligned}$$

Câu 59: Một hộp đựng 30 tấm thẻ có đánh số từ 1 đến 30, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp, tính xác suất để lấy được: Thẻ đánh số chia hết cho 3 hoặc 4.

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{7}{12}$

C. $\frac{13}{20}$

D. $\frac{5}{18}$

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3". Suy ra $n(A)=10$ và $P(A)=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$

Gọi B là biến cố "Lấy được thẻ đánh số chia hết cho 4 ". Suy ra $n(B)=7$ và $P(B)=\frac{7}{30}$.

Ta có AB là biến cố: "Lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3 và chia hết cho 4". Suy ra $AB=\{12;24\}, n(AB)=2$ và $P(AB)=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$.

Xác suất để lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3 hoặc 4 là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{3} + \frac{7}{30} - \frac{1}{15} = \frac{1}{2}.$$

Câu 60: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất của biến cố A "Số được chọn chia hết cho 3 hoặc 5".

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{7}{9}$

C. $\frac{7}{15}$

D. $\frac{1}{5}$

Lời giải

Các số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 3 là: $\frac{9999 - 1002}{3} + 1 = 3000$ số.

Các số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 5 là: $\frac{9995 - 1000}{5} + 1 = 1800$ số.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{3000}{9000} + \frac{1800}{9000} - \frac{3000 \cdot 1800}{9000 \cdot 9000} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$.

Câu 61: Có ba người cùng đi câu cá. Xác suất câu được cá của người thứ nhất là 0,5. Xác suất câu được cá của người thứ hai là 0,4. Xác suất câu được cá của người thứ ba là 0,3. Tính xác suất của biến cố: Có đúng 1 người câu được cá.

A. 0,79.

B. 0,3.

C. 0,29.

D. 0,44

Lời giải

Gọi A là biến cố "người thứ nhất câu được cá". B là biến cố "người thứ hai câu được cá". C là biến cố "người thứ ba câu được cá".

Ta có: $P(A) = 0,5; P(B) = 0,4; P(C) = 0,3$.

Suy ra $P(\bar{A}) = 0,5; P(\bar{B}) = 0,6; P(\bar{C}) = 0,7$.

Gọi X là biến cố "Có đúng 1 người câu được cá", sẽ xảy ra các trường hợp sau:

+ Biến cố 1: Người thứ nhất câu được cá, người thứ hai và người thứ ba không câu được cá.

+ Biến cố 2: Người thứ hai câu được cá, người thứ nhất và người thứ ba không câu được cá.

+ Biến cố 3: Người thứ ba câu được cá, người thứ nhất và người thứ hai không câu được cá.

Vì 3 biến cố này xung khắc nên có:

$$P(X) = P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$$

$$P(X) = P(A)P(\bar{B})P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(B)P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(\bar{B})P(C)$$

$$P(X) = 0,5 \times 0,6 \times 0,7 + 0,5 \times 0,4 \times 0,7 + 0,5 \times 0,6 \times 0,3 = 0,44.$$

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau, biết $P(A) = 0,2; P(B) = 0,3$. Khi đó:

a) $P(AB) = 0,06$

b) $P(A\bar{B}) = 0,12$

c) $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,56$

d) $P(\bar{A}B) = 0,24$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên $A, B, \bar{A}, \bar{B}$ là các biến cố đôi một độc lập.

Ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$$

$$P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,7 = 0,14$$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24$$

Câu 2: Cho A, B là hai biến cố độc lập và $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{3}$. Khi đó:

a) $P(AB) = \frac{1}{2}$

b) $P(A\bar{B}) = \frac{1}{16}$

$$c) P(\overline{A}\overline{B}) = \frac{1}{2}$$

$$d) P(\overline{A}B) = \frac{1}{4}$$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

Ta có xác suất các biến cố đối: $P(\overline{A}) = \frac{3}{4}, P(\overline{B}) = \frac{2}{3}$.

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên mỗi cặp biến cố lấy ra từ $A, B, \overline{A}, \overline{B}$ đều là cặp biến cố độc lập.

Do vậy

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}, P(\overline{A}B) = P(\overline{A}) \cdot P(B) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4},$$

$$P(A\overline{B}) = P(A) \cdot P(\overline{B}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}, P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}.$$

Câu 3: Một người vừa gieo một con xúc xắc để ghi lại số chấm xuất hiện, sau đó người này tiếp tục chọn ngẫu nhiên một lá bài từ bộ bài 52 lá. Tính xác suất để:

a) Gọi A là biến cố: "Số chấm của xúc xắc lớn nhất", khi đó: $P(A) = \frac{1}{6}$

b) Gọi B là biến cố: "Chọn được một lá bài tây", khi đó: $P(B) = \frac{3}{13}$

c) Xác suất để số chấm trên con xúc xắc là lớn nhất và chọn được một lá bài tây bằng: $\frac{1}{26}$

d) Xác suất để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau bằng: $\frac{1}{16}$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Gọi A là biến cố: "Số chấm của xúc xắc lớn nhất", B là biến cố: "Chọn được một lá bài tây". Dễ thấy A, B là hai biến cố độc lập.

Ta có: $A = \{6\} \Rightarrow n(A) = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$.

Ta biết bộ bài 52 lá thì có 12 lá bài tây, nên xác suất chọn được một lá bài tây

là $P(B) = \frac{3}{13}$.

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{13} = \frac{1}{26}.$$

Suy ra

Để thu được số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài giống nhau thì ta có 6 cách để có được số chấm một con xúc xắc, ứng với mỗi cách đó thì có đúng 4 cách tìm được lá bài thỏa mãn.

Việc gieo xúc xắc và rút ngẫu nhiên lá bài là độc lập.

$$P(X) = \frac{6}{6} \cdot \frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

Gọi X là biến cố cần tính xác suất, ta có:

Câu 4: Trên một bảng quảng cáo, người ta mắc hai hệ thống bóng đèn. Hệ thống I gồm 2 bóng mắc nối tiếp, hệ thống II gồm 2 bóng mắc song song. Khả năng bị hỏng của mỗi bóng đèn sau 6 giờ thắp sáng liên tục là 0,15. Biết tình trạng của mỗi bóng đèn là độc lập. Khi đó xác suất để:

a) Hệ thống II bị hỏng (không sáng) bằng: 0,0225

b) Từ đó suy ra xác suất để hệ thống II hoạt động bình thường bằng: 0,9775

c) Hệ thống I bị hỏng (không sáng) bằng: 0,5775

d) Cả hai hệ thống bị hỏng (không sáng) (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm nghìn) bằng: $\approx 0,02624$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Nhận xét: Hệ thống II gồm 2 bóng được mắc song song nên nó chỉ hỏng khi cả hai bóng đều hỏng.

Gọi B là biến cố: "Hệ thống II bị hỏng", ta có: $P(B) = 0,15 \cdot 0,15 = 0,0225$.

Xác suất để hệ thống II hoạt động bình thường: $P(\bar{B}) = 1 - 0,0225 = 0,9775$.

b) Nhận xét: Hệ thống I chỉ hoạt động bình thường khi cả hai bóng bình thường.

Gọi A là biến cố: "Hệ thống I bị hỏng". Khi đó xác suất để hệ thống I hoạt động bình thường là: $P(\bar{A}) = 0,85 \cdot 0,85 = 0,7225$.

Suy ra $P(A) = 1 - 0,7225 = 0,2775$.

c) Xác suất để cả hai hệ thống I, II đều bị hỏng là:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,2775 \cdot 0,0225 = \frac{999}{160000} \approx 0,00624.$$

Câu 5: Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A được chế tạo cân đối. Đồng xu B được chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Khi đó xác suất để:

a) Đồng xu A xuất hiện mặt ngửa bằng: $\frac{1}{2}$

b) Đồng xu B xuất hiện mặt ngửa bằng: $\frac{1}{4}$

c) Khi gieo hai đồng xu một lần thì cả hai đều ngửa bằng: $\frac{1}{12}$

d) Khi gieo hai đồng xu hai lần thì cả hai đồng xu đều ngửa bằng: $\frac{1}{32}$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Gọi X là biến cố: "Đồng xu A xuất hiện mặt ngửa".

Gọi Y là biến cố: "Đồng xu B xuất hiện mặt ngửa".

Vì đồng xu A chế tạo cân đối nên $P(X) = \frac{1}{2}$.

Vì xác suất xuất hiện mặt sấp của đồng xu gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa của nó nên $P(Y) = \frac{1}{4}$.

Xác suất khi gieo hai đồng xu một lần thì chúng đều ngửa:

$$P(XY) = P(X) \cdot P(Y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

Xác suất để trong một lần gieo cả hai đồng xu đều ngửa là $\frac{1}{8}$.

Suy ra xác suất khi gieo hai lần thì cả hai lần đó hai đồng xu đều ngửa là:

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{64}.$$

Câu 6: Một hộp có chứa 6 bút mực xanh và 4 bút mực đỏ cùng loại, cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 bút từ hộp. Gọi A là biến cố "ba bút lấy ra đều là bút mực xanh". B là biến cố "ba bút lấy ra đều là bút mực đỏ". Khi đó:

a) Có 30 kết quả thuận lợi cho biến cố A

b) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố B

c) Xác suất của biến cố bằng $\frac{1}{6}$

d) Xác suất của biến cố bằng $\frac{1}{30}$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A: C_6^3 = 20$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố $B: C_4^3 = 4$.

Xác suất của biến cố $A: P(A) = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}$.

Xác suất của biến cố $B: P(B) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$.

Câu 7: Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. Biết $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,6$. Khi đó:

a) $P(AB) = 0,24$

b) $P(A\bar{B}) = 0,16$

c) $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,24$

d) $P(\bar{A}B) = 0,24$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Vì A và B là hai biến cố độc lập với nhau nên:

$$P(AB) = P(A) \times P(B) = 0,4 \times 0,6 = 0,24$$

$$P(A\bar{B}) = P(A) \times P(\bar{B}) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \times P(\bar{B}) = 0,6 \times 0,4 = 0,24$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \times P(B) = 0,6 \times 0,6 = 0,36$$

Câu 8: Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. Biết $P(A) = 0,6$ và $P(AB) = 0,3$. Khi đó:

a) $P(B) = 0,24$

b) $P(A\bar{B}) = 0,2$

c) $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,2$

d) $P(\bar{A}B) = 0,24$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai

Vì A và B là hai biến cố độc lập với nhau nên:

$$P(AB) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,6} = 0,5$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \times P(B) = 0,4 \times 0,5 = 0,2, P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \times P(\bar{B}) = 0,4 \times 0,5 = 0,2.$$

$$P(A\bar{B}) = 0,6 \times 0,5 = 0,3$$

Câu 9: Một hộp có chứa 5 quả cầu trắng và 6 quả cầu đen cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc 4 quả cầu. Khi đó, xác suất để trong 4 quả cầu lấy ra:

a) Hai quả cầu trắng bằng: $\frac{5}{11}$

b) Ít nhất 3 quả cầu đen bằng: $\frac{23}{66}$

c) Toàn cầu trắng bằng: $\frac{1}{66}$

d) Không có cầu trắng bằng: $\frac{65}{66}$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Gọi A biến cố "lấy ra ngẫu nhiên 4 quả cầu trong đó có 2 quả cầu trắng"

$$P(A) = \frac{C_5^2 \times C_6^2}{C_{11}^4} = \frac{5}{11}.$$

b) Gọi B biến cố "lấy ra ngẫu nhiên 4 quả cầu trong đó có ít nhất 3 quả cầu

đen"

$$P(B) = \frac{C_5^1 \times C_6^3 + C_6^4}{C_{11}^4} = \frac{23}{66}.$$

c) Gọi C biến cố "lấy ra ngẫu nhiên 4 quả cầu toàn cầu trắng":

$$P(C) = \frac{C_5^4}{C_{11}^4} = \frac{1}{66}.$$

d)

$$P(D) = \frac{C_6^4}{C_{11}^4} = \frac{1}{22}$$

Câu 10: Có ba người cùng đi câu cá. Xác suất câu được cá của người thứ nhất là 0,5. Xác suất câu được cá của người thứ hai là 0,4. Xác suất câu được cá của người thứ ba là 0,3. Khi đó xác suất của biến cố:

a) Có đúng 1 người câu được cá bằng: 0,34

b) Có đúng 2 người câu được cá bằng: 0,29

c) Người thứ 3 luôn luôn câu được cá bằng: 0,3

d) Có ít nhất 1 người câu được cá bằng: $0,21$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

Gọi A là biến cố "người thứ nhất câu được cá". B là biến cố "người thứ hai câu được cá". C là biến cố "người thứ ba câu được cá".

Ta có: $P(A)=0,5; P(B)=0,4; P(C)=0,3$.

Suy ra $P(\bar{A})=0,5; P(\bar{B})=0,6; P(\bar{C})=0,7$.

a) Gọi X là biến cố "Có đúng 1 người câu được cá", sẽ xảy ra các trường hợp sau:

+ Biến cố 1: Người thứ nhất câu được cá, người thứ hai và người thứ ba không câu được cá.

+ Biến cố 2: Người thứ hai câu được cá, người thứ nhất và người thứ ba không câu được cá.

+ Biến cố 3: Người thứ ba câu được cá, người thứ nhất và người thứ hai không câu được cá.

Vì 3 biến cố này xung khắc nên có:

$$P(X) = P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$$

$$P(X) = P(A)P(\bar{B})P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(B)P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(\bar{B})P(C)$$

$$P(X) = 0,5 \times 0,6 \times 0,7 + 0,5 \times 0,4 \times 0,7 + 0,5 \times 0,6 \times 0,3 = 0,44.$$

b) Gọi Y là biến cố "Có đúng 2 người câu được cá", sẽ xảy ra các trường hợp sau:

+ Biến cố 1: Người thứ nhất và người thứ hai câu được cá, người thứ ba không câu được cá.

+ Biến cố 2: Người thứ hai và người thứ ba câu được cá, người thứ nhất không câu được cá.

+ Biến cố 3: Người thứ nhất và người thứ ba câu được cá, người thứ hai không câu được cá.

Vì 3 biến cố này xung khắc nên có:

$$P(Y) = P(A \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap C) + P(A \cap \bar{B} \cap C)$$

$$P(Y) = P(A)P(B)P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(B)P(C) + P(A)P(\bar{B})P(C)$$

$$P(Y) = 0,5 \times 0,4 \times 0,7 + 0,5 \times 0,4 \times 0,3 + 0,5 \times 0,6 \times 0,3 = 0,29.$$

c) Gọi Z là biến cố "Người thứ 3 luôn luôn câu được cá", sẽ xảy ra các trường hợp sau:

+ Biến cố 1: Cả ba người luôn câu được cá.

+ Biến cố 2: Người thứ nhất câu được cá, người thứ hai không câu được cá, người thứ ba câu được cá.

+ Biến cố 3: Người người thứ nhất không câu được cá, người thứ hai câu được cá, người thứ ba câu được cá.

+ Biến cố 4: Người người thứ nhất và thứ hai không câu được cá, người thứ ba câu được cá.

Vì 4 biến cố này xung khắc nên có:

$$P(Z) = P(A \cap B \cap C) + P(A \cap \bar{B} \cap C) + P(\bar{A} \cap B \cap C) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$$

$$P(Z) = P(A)P(B)P(C) + P(A)P(\bar{B})P(C) + P(\bar{A})P(B)P(C) + P(\bar{A})P(\bar{B})P(C)$$

$$P(Z) = 0,5 \times 0,4 \times 0,3 + 0,5 \times 0,6 \times 0,3 + 0,5 \times 0,4 \times 0,3 + 0,5 \times 0,6 \times 0,3 = 0,3.$$

d) Gọi T là biến cố "Có ít nhất 1 người câu được cá", suy ra $\bar{T}$ là biến cố "Cả 3 người không câu được cá". $P(T) = 1 - P(\bar{T}) = 1 - 0,5 \times 0,6 \times 0,7 = 0,79$.

Câu 11: Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá, rút ngẫu nhiên lần lượt 3 lá, mỗi lần rút 1 lá, sau mỗi lần rút ta đều để lại lá bài đó vào bộ. Khi đó:

a) Xác suất rút là bài thứ nhất là con Át là $\frac{4}{52}$.

b) Xác suất rút là bài thứ hai là con Át là $\frac{3}{52}$.

c) Xác suất rút là bài thứ ba là con J là $\frac{1}{52}$.

d) Xác suất để hai lần đầu rút được lá bài Át và lần thứ ba rút được lá bài J là $\frac{1}{2197}$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Gọi A là biến cố lần thứ nhất rút được con Át

Gọi B là biến cố lần thứ hai rút được con Át.

Gọi C là biến cố lần thứ ba rút được con J .

$\Rightarrow ABC$ là biến cố hai lần đầu rút được con Át và lần thứ ba rút được con J .

Các biến cố A, B và C đôi một độc lập với nhau.

Xác suất rút là bài thứ nhất là con Át là $P(A) = \frac{4}{52}$.

Xác suất rút là bài thứ hai là con Át là $P(B) = \frac{4}{52}$.

Xác suất rút là bài thứ ba là con J là $P(C) = \frac{4}{52}$.

Vậy xác suất cần tính là: $P(ABC) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{52} = \frac{1}{2197}$.

Câu 12: Mỗi ngày, Steve cố gắng giải các ô chữ dễ, trung bình và khó trên báo. Anh ta có xác suất hoàn thành ô chữ dễ là 0,84, xác suất hoàn thành ô chữ trung bình là 0,59 và xác suất hoàn thành ô chữ khó là 0,11. Khi đó xác suất để vào một ngày bất kỳ, Steve sẽ:

a) Hoàn thành cả 3 ô chữ bằng: 0,054516

b) Bỏ trống cả 3 ô chữ bằng: 0,058384

c) Hoàn thành ô chữ dễ và trung bình, nhưng không phải ô chữ khó bằng: 0,054516

d) Hoàn thành ô chữ trung bình, nhưng không phải hai ô chữ còn lại bằng: 0,084016.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Gọi A là biến cố "Steve giải được ô dễ".

Gọi B là biến cố "Steve giải được ô trung bình".

Gọi C là biến cố "Steve giải được ô khó".

Các biến cố A, B và C đôi một độc lập với nhau.

a) Xác suất Steve hoàn thành cả 3 ô chữ là:

$$P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,84 \cdot 0,59 \cdot 0,11 = 0,054516.$$

b) Xác suất Steve Bỏ trống cả 3 ô chữ là:

$$P(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = 0,16 \cdot 0,41 \cdot 0,89 = 0,058384.$$

c) Xác suất Steve hoàn thành ô chữ dễ và trung bình, nhưng không phải ô chữ khó bằng:

$$P(\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(\bar{C}) = 0,84 \cdot 0,59 \cdot 0,11 = 0,054516.$$

d) Xác suất Steve hoàn thành ô chữ trung bình, nhưng không phải hai ô chữ còn lại là:

$$P(\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(B) \cdot P(\bar{C}) = 0,16 \cdot 0,59 \cdot 0,89 = 0,084016.$$

Câu 13: Một chiếc máy bay có 2 động cơ I, II . Xác suất để động cơ I hoạt động bình thường là $0,95$. Xác suất để động cơ II bị hỏng là $0,1$. Khi đó:

a) xác suất hai động cơ điều hoạt động bình thường là $0,855$

b) xác suất hai động cơ điều bị hỏng là $0,005$

c) Xác suất để động cơ I hoạt động, động cơ II hỏng là $0,095$.

d) xác suất ít nhất một động cơ hoạt động là $0,905$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) $A = \text{"Động cơ } I \text{ hoạt động bình thường"}$ $\Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,95 = 0,05$

$B = \text{"Động cơ } II \text{ hoạt động bình thường"}$ $\Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,1 = 0,9$

Như vậy xác suất để hai động cơ hoạt động bình thường là: $0,9 \cdot 0,95 = 0,855$

b) Xác suất để hai động cơ đều hỏng là: $0,1 \cdot 0,05 = 0,005$

c) Ta có ba trường hợp

Xác suất để động cơ I hoạt động, động cơ II hỏng: $0,95 \cdot 0,1 = 0,095$.

Xác suất để động cơ II hoạt động, động cơ I hỏng: $0,05 \cdot 0,9 = 0,045$.

Xác suất để hai động cơ đều hoạt động là: $0,9 \cdot 0,95 = 0,855$

Suy ra xác suất để ít nhất một động cơ hoạt động là:
 $0,095 + 0,045 + 0,855 = 0,995$.

Câu 14: Một bài kiểm tra trắc nghiệm gồm 4 câu. Mỗi câu gồm 4 đáp án trong đó chỉ có 1 đáp án đúng. Một học sinh làm bài ngẫu nhiên.

a) xác suất để học sinh đó đúng cả 4 câu là $0,00390625$

b) xác suất để học sinh đó không đúng câu nào là $0,31640625$

c) xác suất để học sinh đó đúng 1 câu là $0,68359375$

d) xác suất để học sinh đó đúng ít nhất 1 câu là $0,421875$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a. Gọi A là biến cố "chọn được đáp án đúng cho mỗi câu hỏi".

Ta có $P(A) = \frac{1}{4}$. Khi đó $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Suy ra xác suất để học sinh chọn đúng cả bốn câu là $\left(\frac{1}{4}\right)^4 = 0,00390625$.

b. Xác suất để học sinh chọn không đúng câu nào là $\left(\frac{3}{4}\right)^4 = 0,31640625$.

c. Xác suất để học sinh chọn đúng một câu là $C_4^1 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 0,421875$.

d. Xác suất để học sinh chọn đúng ít nhất một câu là $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^4 = 0,68359375$.

Câu 15: Xác suất để một bóng điện sáng bình thường là $0,9$. Một phòng hội thảo có tất cả 4 bóng đèn. Phòng hội thảo đó đủ ánh sáng nếu có ít nhất 2 bóng sáng. Khi đó:

a) xác suất để 2 bóng đèn sáng là: 0,0486

b) Xác suất để 3 bóng đèn sáng là: 0,6561

c) Xác suất để 4 bóng đèn sáng là: 0,2916

d) Xác suất để phòng hội thảo đủ ánh sáng là: 0,9963

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Gọi A = "bóng điện sáng bình thường" $\Rightarrow P(A) = 0,9$

Xác suất để bóng đèn không sáng $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,1$

Ta có xác suất để 2 bóng đèn sáng là: $C_4^2 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,0486$

Xác suất để 3 bóng đèn sáng là: $C_4^3 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,2916$

Xác suất để 4 bóng đèn sáng là: $0,9^4 = 0,6561$

Xác suất để phòng hội thảo đủ ánh sáng là: $0,0486 + 0,2916 + 0,6561 = 0,9963$

Câu 16: Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Quang Hải và Văn Đức lần lượt là $0,8$ và $0,7$. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập.

a) Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Quang Hải là 0,2

b) Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Văn Đức là 0,06

c) Xác suất cả hai cầu thủ sút không thành công tại chấm 11 là $0,3$

d) Xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công là: $0,94$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

a) Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Quang Hải là $1 - 0,8 = 0,2$

b) Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Văn Đức là $1 - 0,7 = 0,3$

c) Xác suất cả hai cầu thủ sút không thành công tại chấm 11 là $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$

d) Xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công là: $1 - 0,06 = 0,94$.

Câu 17: Có hai hộp: Hộp I đựng 4 gói quà màu đỏ và 6 gói quà màu xanh, hộp II đựng 2 gói quà màu đỏ và 8 gói quà màu xanh. Gieo một con súc sắc, nếu được mặt 6 chấm thì lấy một gói quà từ hộp I, nếu được mặt khác thì lấy một gói quà từ hộp II. Khi đó:

a) Xác suất lấy được gói quà màu đỏ trong hộp 1 là: $\frac{1}{5}$.

b) Xác suất lấy được gói quà màu đỏ trong hộp 2 là $\frac{2}{5}$.

c) Xác suất gieo được mặt sáu chấm là $\frac{1}{6}$, còn gieo được các mặt còn lại là $\frac{5}{6}$.

d) xác suất để lấy được gói quà màu đỏ $\frac{7}{30}$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Xác suất lấy được gói quà màu đỏ trong hộp 1 là: $P(A_1) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

b) Xác suất lấy được gói quà màu đỏ trong hộp 2 : là $P(A_2) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

c) Xác suất gieo được mặt sáu chấm là: $P(C) = \frac{1}{6}$, còn gieo được các mặt còn lại là: $P(\bar{C}) = \frac{5}{6}$.

d) xác suất để lấy được gói quà màu đỏ $P(C) \cdot P(A_1) + P(\bar{C}) \cdot P(A_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{30}$.

Câu 18: Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút

nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10 . Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Khi đó

a) Bấm lần thứ nhất là đúng luôn thì xác suất là $\frac{8}{120}$.

b) Bấm đến lần thứ hai là đúng thì xác suất là: $\left(1 - \frac{8}{120}\right) \cdot \frac{8}{119}$

c) Bấm đến lần thứ ba mới đúng thì xác suất là: $\left(1 - \frac{8}{120}\right) \left(1 - \frac{8}{119}\right) \frac{8}{118}$.

d) Xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng để nếu bấm sai 3 lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại là: $\frac{189}{1004}$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = A_{10}^3 = 720$.

Gọi A là biến cố cần tính xác suất. Khi đó: các bộ số có tổng bằng 10 và khác nhau là:

$$\{(0;1;9); (0;2;8); (0;3;7); (0;4;6); (1;2;7); (1;3;6); (1;4;5); (2;3;5)\}.$$

a) Bấm lần thứ nhất là đúng luôn thì xác suất là $\frac{8}{C_{10}^3} = \frac{8}{120}$.

b) Bấm đến lần thứ hai là đúng thì xác suất là: $\left(1 - \frac{8}{120}\right) \cdot \frac{8}{119}$ (vì trừ đi lần đầu bị sai nên không gian mẫu chỉ còn là $^{120-1=119}$).

c) Bấm đến lần thứ ba mới đúng thì xác suất là: $\left(1 - \frac{8}{120}\right) \left(1 - \frac{8}{119}\right) \frac{8}{118}$.

d) Xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng để nếu bấm sai 3 lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại là:

$$\frac{8}{120} + \left(1 - \frac{8}{120}\right) \cdot \frac{8}{119} + \left(1 - \frac{8}{120}\right) \left(1 - \frac{8}{119}\right) \frac{8}{118} = \frac{189}{1003}.$$

Câu 19: Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván. Khi đó:

- a) Đánh 1 ván. Người thứ nhất thắng xác suất là $0,5$.
- b) Đánh 2 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ hai xác suất là $0,25$.
- c) Đánh 3 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ ba xác suất là $0,2225$.
- d) Xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng vậy $\frac{7}{8}$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Theo giả thiết hai người ngang tài ngang sức nên xác suất thắng thua trong một ván đấu là $0,5; 0,5$.

Xét tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai thắng 2 ván.

Để người thứ nhất chiến thắng thì người thứ nhất cần thắng 1 ván và người thứ hai thắng không quá hai ván.

Có ba khả năng:

- a) Đánh 1 ván. Người thứ nhất thắng xác suất là $0,5$.
- b) Đánh 2 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ hai xác suất là $(0,5)^2$.
- c) Đánh 3 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ ba xác suất là $(0,5)^3$.
- d) xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng vậy $P = 0,5 + (0,5)^2 + (0,5)^3 = \frac{7}{8}$.

Câu 20: Trong một hộp kín có chứa 10 mảnh giấy có kích thước giống nhau được đánh số từ 1 đến 10. Lần thứ nhất, bạn Nam lấy một mảnh giấy từ hộp và không trả lại, sau đó lấy tiếp mảnh giấy thứ hai. Gọi A là biến cố "Mảnh giấy lấy ra lần thứ nhất là số lẻ" và B là biến cố "Mảnh giấy lấy ra lần thứ hai là số lẻ". Khi đó:

- a) Xác suất biến cố A xảy ra là $\frac{1}{2}$.
- b) Nếu A xảy ra, số phần tử của biến cố B là 5 và xác suất biến cố B xảy ra là $\frac{5}{9}$.
- c) Nếu A không xảy ra, số phần tử của biến cố B là 4 và xác suất biến cố B xảy ra là $\frac{4}{9}$.

d) Nếu biến cố A và B cùng xảy ra thì số phần tử của biến cố giao AB là: 20 (phần tử)

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Biến cố A có 5 phần tử do có 5 số lẻ từ 1 đến 10.

Xác suất biến cố A xảy ra là $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Nếu A xảy ra, số phần tử của biến cố B là 4 và xác suất biến cố B xảy ra là $\frac{4}{9}$.

Nếu A không xảy ra, số phần tử của biến cố B là 5 và xác suất biến cố B xảy ra là $\frac{5}{9}$.

Như vậy, xác suất của biến cố B đã thay đổi phụ thuộc vào việc biến cố của A xảy ra hay không xảy ra. Do đó, hai biến cố A và B không độc lập.

Nếu biến cố A và B cùng xảy ra thì số phần tử của biến cố giao AB là: $C_5^1 \cdot C_4^1 = 20$ (phần tử).

Câu 21: An và Huy lần lượt lấy ngẫu nhiên các mảnh giấy có kích thước giống nhau được đánh số từ 1 đến 9 trong một hộp kín. Gọi biến cố A : "An lấy được mảnh giấy đánh số chẵn". Biến cố B : "Huy lấy được mảnh giấy đánh số chẵn". Biến cố C : "An lấy được mảnh giấy đánh số 8". Khi đó:

a) $P(A) = \frac{4}{9}$

b) $P(C) = \frac{1}{9}$

c) $P(B) = \frac{4}{9}$

d) Hai biến cố A và C không độc lập.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Ta có $P(A) = \frac{4}{9}, P(C) = \frac{1}{9}$.

Nếu A xảy ra thì xác suất để Huy lấy được mảnh giấy đánh số chẵn là $\frac{3}{8}$, nếu A không xảy ra thì xác suất để Huy lấy ra được mảnh giấy đánh số chẵn là $\frac{4}{8}$. Do đó $P(B) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{4}{9}$.

Rõ ràng hai biến cố A và B không độc lập, hai biến cố C và B không độc lập, hai biến cố A và C độc lập.

Câu 22: Một hộp chứa 15 viên bi xanh và 20 viên bi đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi, mỗi lần một viên. Gọi A là biến cố "Lấy được viên bi màu xanh ở lần thứ nhất" và B là biến cố "Lấy được viên bi màu xanh ở lần thứ hai". Khi đó:

a) Hai biến cố A và B không độc lập

b) $P(AB) = \frac{3}{17}$

c) $P(A\bar{B}) = \frac{60}{119}$

d) Xác suất để hai viên bi lấy ra khác màu là: $\frac{30}{119}$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Hai biến cố A và B không độc lập vì việc lần đầu lấy được bi xanh hay không sẽ ảnh hưởng đến việc lần sau lấy bi.

b) Ta có $P(AB) = \frac{15}{35} \cdot \frac{14}{34} = \frac{3}{17}$.

d) Xác suất để hai viên bi lấy ra khác màu là:

$$P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = \frac{15}{35} \cdot \frac{20}{34} + \frac{20}{35} \cdot \frac{15}{34} = \frac{60}{119}.$$

Câu 23: Một trường học có tỉ lệ học sinh nam và nữ là $5:3$. Trong đó, tỉ lệ số học sinh nam thuận tay trái là 11% , tỉ lệ số học sinh nữ thuận tay trái là 9% . Khi đó:

a) Xác suất để chọn được 1 học sinh nam ở trường không thuận tay trái là: $\frac{273}{800}$.

b) Xác suất để chọn được 1 học sinh nữ ở trường không thuận tay trái là: $\frac{89}{160}$.

c) Xác suất để chọn được 1 học sinh nam, 1 học sinh nữ ở trường thuận tay trái lần lượt là:

$$\frac{11}{160} \text{ và } \frac{27}{800}.$$

d) Xác suất để chọn ngẫu nhiên 5 học sinh ở trường trong đó có đúng 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ thuận tay trái là: $\frac{297}{128000}$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Xác suất để chọn được 1 học sinh nam ở trường không thuận tay trái là:

$$\frac{5}{8} \cdot 0,89 = \frac{89}{160}.$$

b) Xác suất để chọn được 1 học sinh nữ ở trường không thuận tay trái là:

$$\frac{3}{8} \cdot 0,91 = \frac{273}{800}.$$

-Xác suất để chọn được 1 học sinh ở trường không thuận tay trái là:

$$\frac{89}{160} + \frac{273}{800} = \frac{359}{400}.$$

c) Xác suất để chọn được 1 học sinh nam, 1 học sinh nữ ở trường không thuận tay trái lần lượt là:

$$\frac{5}{8} \cdot 0,11 = \frac{11}{160} \text{ và } \frac{3}{8} \cdot 0,09 = \frac{27}{800}.$$

d) Xác suất để chọn ngẫu nhiên 5 học sinh ở trường trong đó có đúng 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ thuận tay trái là:

$$\frac{11}{160} \cdot \frac{27}{800} \cdot \left(\frac{359}{400} \right)^3 \approx 1,68 \cdot 10^{-3}.$$

Câu 24: Gieo một con xúc xắc, cân đối và đồng chất 2 lần liên tiếp. Gọi biến cố A là "Tổng số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo lớn hơn 7", biến cố B là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo khác nhau".

a) $P(AB) = \frac{1}{3}$

b) $P(A \cup B) = \frac{1}{12}$

c) $P(A\bar{B}) = \frac{11}{12}$

d) Hai biến cố A và B không độc lập với nhau

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Biến cố $A \cup B$ là "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo khác nhau hoặc tổng lớn hơn 7".

Biến cố AB là: "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo khác nhau và có tổng lớn hơn 7".

Biến cố $\bar{A}\bar{B}$ là: "Số chấm xuất hiện trên xúc xắc sau hai lần gieo giống nhau và có tổng nhỏ hơn hoặc bằng 7".

a) b) c) $P(AB) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{11}{12}, P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{1}{12}.$

d) Do $P(A) = \frac{15}{36}, P(B) = \frac{30}{36}$ và $P(A)P(B) \neq P(AB)$ nên hai biến cố này không độc lập.

Câu 25: Xác suất để anh Hoàng dậy sớm trước 6 giờ sáng là $\frac{4}{5}$. Nếu anh Hoàng dậy trước 6 giờ, xác suất để anh Hoàng chạy bộ là $\frac{9}{10}$, còn anh Hoàng dậy muộn sau 6 giờ thì xác suất để anh Hoàng chạy bộ là $\frac{1}{3}$. Gọi A là biến cố "Anh Hoàng dậy trước 6 giờ sáng" và B là biến cố "Anh Hoàng chạy bộ". Khi đó:

a) $P(AB) = \frac{36}{50}$

b) $P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{1}{15}$

c) $P(B) = \frac{59}{75}$

d) Hai biến cố A và B độc lập với nhau

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Gọi A là biến cố "Anh Hoàng dậy trước 6 giờ sáng" và B là biến cố "Anh Hoàng chạy bộ".

Ta có $P(AB) = \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{10} = \frac{36}{50}, P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{1}{15}$ và $P(B) = P(AB) + P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{59}{75}.$

Ta có $P(A) = \frac{4}{5}$ và $P(B) = \frac{59}{75}$. Dễ thấy $P(A)P(B) \neq P(AB)$ nên hai biến cố này không độc lập với nhau.

•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tung đồng thời một đồng xu và một cục xúc xắc 12 mặt (1-12). Tính xác suất:

Xuất hiện mặt ngửa và mặt là bội của 3.

$$\frac{1}{6}$$

Trả lời:

Lời giải

$$\frac{1}{2}$$

Xác suất xuất hiện mặt ngửa là

$$P(C) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

Gọi C là biến cố "Xúc xắc xuất hiện mặt là bội của 3":

Xác suất xuất hiện mặt ngửa và mặt là bội của 3 là:

$$P(AC) = P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Câu 2: An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88.

a) Tính xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi.

b) Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

Trả lời: a) 0,8096 ; b) 0,0096

Lời giải

a) Gọi A là biến cố: "An đạt điểm giỏi về môn Toán".

Gọi B là biến cố: "Bình đạt điểm giỏi về môn Toán".

Dễ thấy A, B là hai biến cố độc lập, khi đó AB là biến cố: "Cả An và Bình đều đạt điểm giỏi môn Toán".

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,92 \cdot 0,88 = 0,8096$$

Ta có: .

b) Ta có $\overline{AB}$ là biến cố: "Cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi môn Toán".

Vì hai biến cố $\overline{A}, \overline{B}$ độc lập nên: $P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0,08 \cdot 0,12 = 0,0096$.

Câu 3: Hai xạ thủ cùng bắn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng

bia của xạ thủ thứ nhất bằng $\frac{1}{2}$, xác suất bắn trúng bia của xạ thủ thứ hai bằng $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của mỗi biến cố:

a) Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia, xạ thủ thứ hai bắn trượt bia.

b) Cả hai xạ thủ đều bắn không trúng bia.

Trả lời: a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{3}$

Lời giải

a) Gọi A là biến cố: "Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia" và B là biến cố: "Xạ thủ thứ hai bắn trúng bia". Khi đó $A, B, \bar{A}, \bar{B}$ là các biến cố độc lập đôi một với nhau.

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Ta có:

Xác suất biến cố $A\bar{B}$ là: $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

b) Xác suất của biến cố $\bar{A}\bar{B}$ là: $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

Câu 4: Trong một trận đấu bóng đá quan trọng ở vòng đấu loại trực tiếp, khi trận đấu buộc phải giải quyết bằng loạt sút luân lưu $11m$, huấn luyện viên đội X đưa danh sách lần lượt 5 cầu thủ có xác suất sút luân lưu $11m$ thành công là $0,8; 0,8; 0,76; 0,72; 0,68$. Tìm xác suất để chỉ có cầu thủ cuối cùng sút trượt luân lưu (kết quả gần đúng được làm tròn đến hàng phần nghìn).

Trả lời: $\approx 0,112$

Lời giải

Gọi $A_i (1 \leq i \leq 5, i \in \mathbb{N})$ là biến cố: "Cầu thủ thứ i của đội X sút luân lưu thành công".

Xác suất cần tìm là:

$$\begin{aligned} P(A_1 A_2 A_3 A_4 \bar{A}_5) &= P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot P(A_4) \cdot P(\bar{A}_5) \\ &= 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,76 \cdot 0,72 \cdot 0,32 \approx 0,112. \end{aligned}$$

Câu 5: Trong phòng học của An có ba bóng đèn và xác suất hỏng của chúng lần lượt bằng 0,05; 0,04; 0,03. Chỉ cần có một bóng đèn sáng thì An vẫn có thể làm bài tập được. Tính xác suất để An có thể làm bài tập, biết tình trạng (sáng hoặc bị hỏng) của mỗi bóng đèn không ảnh hưởng đến tình trạng các bóng còn lại.

Trả lời: 0,99994

Lời giải

Gọi $A_i (1 \leq i \leq 3, i \in \mathbb{N})$ là biến cố: "Bóng đèn thứ i sáng bình thường".

An không thể làm bài tập nếu cả ba bóng đèn bị hỏng, khi đó:

$$P(\overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0,05 \cdot 0,04 \cdot 0,03 = \frac{3}{50000}.$$

Gọi P là xác suất để An có thể làm bài, ta có:

$$P = 1 - P(\overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3}) = 1 - \frac{3}{50000} = 0,99994.$$

Câu 6: Một bệnh truyền nhiễm có xác suất lây bệnh là 0,8 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Chị Hoa có tiếp xúc với người bệnh hai lần, một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất để chị Hoa bị lây bệnh từ người bệnh truyền nhiễm đó.

Trả lời: 0,82.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Chị Hoa bị nhiễm bệnh khi tiếp xúc người bệnh mà không đeo khẩu trang" và B : "Chị Hoa bị nhiễm bệnh khi tiếp xúc với người bệnh dù có đeo khẩu trang". Để thấy $\overline{A}, \overline{B}$ là hai biến cố độc lập.

Xác suất để chị Hoa không nhiễm bệnh trong cả hai lần tiếp xúc với người bệnh là

$$P(\overline{A} \overline{B}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0,2 \cdot 0,9 = 0,18.$$

Gọi P là xác suất để chị Hoa bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh, ta có:

$$P = 1 - P(\overline{A} \overline{B}) = 1 - 0,18 = 0,82.$$

Câu 7: Hộp A đựng 5 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 5, hộp B đựng 6 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 6, hai thẻ khác nhau ở mỗi hộp đánh hai số khác nhau.

Chọn ngẫu nhiên từ hộp A một tấm thẻ và từ hộp B hai tấm thẻ. Gọi X là biến cố: "Chọn được thẻ mang số lẻ từ hộp A ", Y là biến cố: "Chọn được thẻ mang số chẵn từ hộp A ", và Z là biến cố: "Chọn được hai thẻ mang số lẻ từ hộp B ".

Tính xác suất để tích số được ghi trên ba tấm thẻ thu được là số chẵn.

$$\frac{22}{25}$$

Trả lời:

Lời giải

Ta có: $X = \{1; 3; 5\}, Y = \{2; 4\} \Rightarrow X \cap Y = \emptyset$. Vậy X, Y là hai biến cố xung khắc.

Nhận xét: Để có được tích ba số ghi trên ba thẻ là số lẻ thì cả ba thẻ thu được đều mang số lẻ. Gọi U là biến cố: "Tích ba số ghi trên ba thẻ là số lẻ" thì $P(\bar{U})$ là xác suất cần tìm.

Dễ thấy mỗi cặp biến cố X và Z, Y và Z là độc lập.

$$P(X) = \frac{3}{5}, P(Y) = \frac{2}{5}, P(Z) = \frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{1}{5}$$

Ta có:

$$P(U) = P(XZ) = P(X) \cdot P(Z) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{25}$$

Khi đó:

$$P(\bar{U}) = 1 - P(U) = 1 - \frac{3}{25} = \frac{22}{25}$$

Suy ra

Câu 8: Một lô hàng có 20 sản phẩm giống nhau trong đó có 4 sản phẩm không đạt chất lượng còn lại là sản phẩm đạt chất lượng tốt. Mỗi lần kiểm tra, người ta chọn ra ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để lấy ra được ít nhất một sản phẩm tốt.

$$\frac{92}{95}$$

Trả lời:

Lời giải

Gọi A là biến cố "Lấy ra 2 sản phẩm được ít nhất một sản phẩm tốt". Biến cố A xảy ra khi lấy ra được 1 sản phẩm tốt và một sản phẩm không đạt chất

lượng hoặc lấy ra được 2 sản phẩm đều tốt. Xác suất của biến cố

$$A: P(A) = \frac{C_{16}^1 \times C_4^1 \times C_{16}^2}{C_{20}^2} = \frac{92}{95}$$

Câu 9: Nhà trường muốn chọn một đội văn nghệ có đủ cả nam và nữ gồm 12 em đi biểu diễn từ một nhóm học sinh gồm 10 nam sinh và 8 nữ sinh. Tính xác suất để đội văn nghệ được chọn có:

a) Đúng 6 bạn nam.

b) Ít nhất 6 bạn nữ.

Trả lời: a) $\frac{70}{221}$ b) $\frac{193}{442}$

Lời giải

a) Gọi A là biến cố "Chọn đội văn nghệ gồm 12 bạn có đủ cả nam và nữ trong đó có đúng 6 bạn nam".

$$P(A) = \frac{C_{10}^6 \times C_8^6}{C_{18}^{12}} = \frac{70}{221}$$

b) Gọi B là biến cố "Chọn đội văn nghệ gồm 12 bạn có đủ cả nam và nữ trong đó có ít nhất 6 bạn nữ".

$$P(B) = \frac{C_{10}^6 \times C_8^6 + C_{10}^5 \times C_8^7 + C_{10}^4 \times C_8^8}{C_{18}^{12}} = \frac{193}{442}$$

Câu 10: Một xạ thủ bắn lần lượt 2 viên đạn vào một bia. Xác suất trúng đích của viên thứ nhất và viên thứ hai lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết rằng kết quả các lần bắn là độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) "Cả hai lần bắn đều trúng đích".

b) "Ít nhất 1 lần bắn trúng đích".

Trả lời: a) 0,56 b) 0,94

Lời giải

a) Gọi A là biến cố "Cả hai lần bắn đều trúng đích". Vì kết quả các lần bắn là độc lập với nhau suy ra:

$$P(A) = 0,8 \times 0,7 = 0,56$$

b) Gọi B là biến cố: "Ít nhất 1 lần bắn trúng đích".

$$P(B) = 0,8 \times 0,3 + 0,2 \times 0,7 + 0,8 \times 0,7 = 0,94.$$

Câu 11: Một bệnh truyền nhiễm có xác suất lây bệnh là 0,9 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,15 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Anh Hà tiếp xúc với một người bệnh hai lần, trong đó có một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Hà bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó.

Trả lời: 0,135

Lời giải

Gọi A là biến cố "anh Hà bị lây bệnh từ người bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang". $P(A) = 0,9$.

Gọi B là biến cố "anh Hà bị lây bệnh từ người bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang". $P(B) = 0,15$.

Vì A và B là 2 biến cố độc lập. Xác suất của biến cố "anh Hà bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó" là: $P(AB) = 0,9 \times 0,15 = 0,135$.

Câu 12: Một hộp có 10 quả bóng bàn trong đó có 6 quả mới. Người ta lấy ra ngẫu nhiên 5 quả để thi đấu. Tính xác suất của biến cố lấy được ít nhất 2 quả bóng mới.

Trả lời: $\frac{41}{42}$

Lời giải

Gọi A là biến cố "lấy ra ngẫu nhiên 5 quả trong đó có ít nhất 2 quả bóng mới". Xác suất của biến cố

$$A: P(A) = \frac{C_6^2 \times C_4^3 + C_6^3 \times C_4^2 + C_6^4 \times C_4^1 + C_6^5}{C_{10}^5} = \frac{41}{42}$$

Câu 13: Từ một lớp có 40 bạn trong đó có 18 bạn nữ, thầy giáo chủ nhiệm muốn chọn ra 5 bạn để bầu vào ban cán sự của lớp. Tính xác suất để 5 bạn được chọn có ít nhất 3 bạn nữ.

Trả lời: $\frac{3672}{9139}$

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn ra 5 bạn có ít nhất 3 bạn nữ. Xác suất của biến cố A :

$$P(A) = \frac{C_{18}^3 \times C_{22}^2 + C_{18}^4 \times C_{22}^1 + C_{18}^5}{C_{40}^5} = \frac{3672}{9139}.$$

Câu 14: Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I chạy tốt là 0,8 và xác suất để động cơ II chạy tốt là 0,7. Hãy tính xác suất để cả hai động cơ đều chạy tốt là bao nhiêu?

Trả lời: 0,56

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Động cơ I chạy tốt"

B là biến cố: "Động cơ II chạy tốt"

C là biến cố: "Cả hai động cơ đều chạy tốt".

Ta thấy A, B là hai biến cố độc lập với nhau và $C = AB$.

Theo công thức nhân xác suất ta có: $P(C) = P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

Câu 15: Bạn An và Bình cùng nhau thi bắn cung. Xác suất bạn An bắn vào tâm là 0,7, xác suất bạn Bình bắn được vào tâm là 0,45. Tính xác suất trong một lần bắn nào đó, bạn An bắn được vào tâm còn bạn Bình thì không?

Trả lời: 0,385

Lời giải

Gọi A là biến cố bạn An bắn vào tâm.

Gọi B là biến cố bạn Bình bắn được vào tâm.

Xác suất để bạn An bắn vào tâm là: $P(A) = 0,7$.

Xác suất để bạn Bình bắn được vào tâm là: $P(B) = 0,45$.

Xác suất để bạn Bình không bắn được vào tâm là: $P(\bar{B}) = 0,55$.

Vì biến cố A và $\bar{B}$ độc lập với nhau, để trong một lần bắn nào đó, xác suất bạn An bắn được vào tâm còn bạn Bình thì không là:

$$P(A \cdot \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,55 = 0,385$$

Câu 16: Một bình đựng 7 viên bi trắng và 5 viên bi đen. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, sau khi lấy lần thứ nhất ta để lại viên bi vào bình rồi mới lấy tiếp lần thứ hai. Tính xác suất để lấy được bi thứ 1 màu trắng và bi thứ 2 màu đen?

Trả lời: $\frac{35}{144}$

Lời giải

Gọi A là biến cố lần thứ nhất lấy được bi màu trắng.

Gọi B là biến cố lần thứ hai lấy được bi màu đen.

$\Rightarrow AB$ là biến cố lần thứ nhất lấy được bi màu trắng và lần thứ hai lấy được bi màu đen.

Vì sau khi lấy viên bi thứ nhất xong, ta để lại viên bi vào bình, nên không làm ảnh hưởng xác suất lấy viên bi lần thứ hai. Ta thấy 2 biến cố A và B độc lập với nhau.

$$P(A) = \frac{7}{12}$$

Xác suất để lần thứ nhất lấy được bi màu trắng là:

$$P(B) = \frac{5}{12}$$

Xác suất để lần thứ hai lấy được bi màu đen là

Áp dụng quy tắc nhân xác suất, xác suất để lấy được bi thứ 1 màu trắng và bi thứ 2 màu đen là:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{12} = \frac{35}{144}.$$

Câu 17: Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người

tương ứng là $\frac{1}{3}$ và $\frac{3}{7}$. Gọi A là biến cố: "Cả hai đều không ném bóng trúng vào rổ". Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

Trả lời: $\frac{8}{21}$

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Cả hai đều không ném bóng trúng vào rổ".

$$P(X) = \frac{1}{3}$$

Gọi X là biến cố: "Người thứ nhất ném trúng rổ. Ta có:

Gọi Y là biến cố: "Người thứ hai ném trúng rổ". Ta có: $P(Y) = \frac{3}{7}$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau nên $\bar{X}$ và $\bar{Y}$ độc lập, và $A = \bar{X} \cdot \bar{Y}$.

Vậy xác suất để cả hai người đều không ném bóng vào rổ là:

$$P(A) = P(\bar{X}) \cdot P(\bar{Y}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{8}{21}.$$

Câu 18: Một trường học có hai máy photocopy. Vào một ngày bất kỳ, máy A có 8% khả năng bị kẹt giấy và máy B có 12% khả năng bị kẹt giấy. Xác định xác suất để vào một ngày bất kỳ, cả hai máy sẽ:

a) Bị kẹt giấy.

b) Làm việc liên tục.

Trả lời: a) 0,0096 b) 0,8096

Lời giải

Gọi A là biến cố "Máy A bị kẹt giấy".

Gọi B là biến cố "Biến cố máy B bị kẹt giấy".

Ta có: $P(A) = 0,08, P(B) = 0,12$.

a) Vì A và B là hai biến cố độc lập, nên xác suất cả hai máy đều bị kẹt giấy là

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,08 \cdot 0,12 = 0,0096.$$

b) Vì $\bar{A}$ và $\bar{B}$ là hai biến cố độc lập, nên xác suất cả hai máy làm việc liên tục (không bị kẹt giấy) là

$$P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,92 \cdot 0,88 = 0,8096$$

Câu 19: Một cậu bé và một cô bé được hỏi sinh vào ngày nào trong tuần. Tìm xác suất sao cho:

a) Bé trai sinh vào thứ Hai và bé gái sinh vào Thứ Tư.

b) Bé trai sinh vào ngày cuối tuần (Thứ Bảy và Chủ nhật) còn bé gái thì không.

Trả lời: a) $\frac{1}{49}$ b) $\frac{10}{49}$

Lời giải

a) Xác suất để bé trai sinh vào thứ Hai là $\frac{1}{7}$. Xác suất để bé gái sinh vào thứ Tư là $\frac{1}{7}$. Xác suất để bé trai sinh vào thứ Hai và bé gái sinh vào Thứ Tư là $P = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{49}$.

b) Xác suất để bé trai sinh vào cuối tuần là $\frac{2}{7}$. Xác suất để bé gái sinh không sinh vào cuối tuần là $\frac{5}{7}$. Bé trai sinh vào ngày cuối tuần (Thứ bảy và Chủ nhật) còn bé gái thì không là $P = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{49}$.

Câu 20: Jenny, Jim đang trò chuyện với Merry về việc có nên đi dự tiệc hay không. Xác suất Jenny sẽ tham dự là 0,4 và xác suất Jim sẽ tham dự là 0,6, nhưng hôm đó Merry có việc bận nên khả năng không tham dự bữa tiệc là 0,8. Tính xác suất để ba người bạn cùng tham dự.

Trả lời: 0,048

Lời giải

Gọi A là biến cố "Jenny tham gia bữa tiệc".

Gọi B là biến cố "Merry tham gia bữa tiệc". Gọi C là biến cố "Jim tham gia bữa tiệc".

Các biến cố A, B và C đôi một độc lập với nhau.

Xác suất để ba người bạn cùng tham dự là:

$$P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,2 = 0,048.$$