

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ (1).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
b) Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số (1), biết rằng d vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.

Câu 2. (2,0 điểm)

- a) Giải phương trình $2\cos 2x + \sin x = \sin 3x$.
b) Giải bất phương trình $\log_2(2x) \cdot \log_3(3x) > 1$.

Câu 3. (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$.

Câu 4. (1,0 điểm) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$, $SA = SB = SC$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

Câu 5. (1,0 điểm) Giải phương trình $4x^3 + x - (x+1)\sqrt{2x+1} = 0$ ($x \in \mathbb{R}$).

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 6.a. (2,0 điểm)

- a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: 4x - 3y + m = 0$. Tìm m để d cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{AIB} = 120^\circ$, với I là tâm của (C) .
b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$$d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}), \quad d_2: \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = 2 + 2s \\ z = -s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R}).$$

Chứng minh d_1 và d_2 cắt nhau. Viết phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng d_1, d_2 .

Câu 7.a. (1,0 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z - \frac{2-i}{1+i} = (3-i)z$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 6.b. (2,0 điểm)

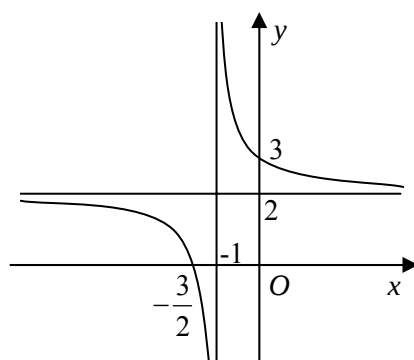
- a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Các đường thẳng $BC, BB', B'C'$ lần lượt có phương trình là $y - 2 = 0, x - y + 2 = 0, x - 3y + 2 = 0$; với B', C' tương ứng là chân các đường cao kẻ từ B, C của tam giác ABC . Viết phương trình các đường thẳng AB, AC .
b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) vuông góc với d tại giao điểm của d và (P) . Viết phương trình đường thẳng Δ .

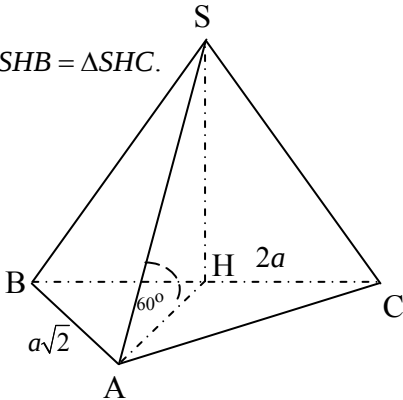
Câu 7.b. (1,0 điểm) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 1 + 2i = 0$. Tính $|z_1| + |z_2|$.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Câu	Đáp án	Điểm												
1 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ (1).													
	- Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. - Sự biến thiên: - Đạo hàm: $y' = \frac{-1}{(x+1)^2}$, $y' < 0$, $\forall x \neq -1$. - Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.	0,25												
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; tiệm cận ngang $y = 2$. $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng $x = -1$. - Hàm số không có cực trị.	0,25												
	Bảng biến thiên:<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$-$</td><td></td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	$-$		$-$	y	2	$+\infty$	2	0,25
	x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
	y'	$-$		$-$										
	y	2	$+\infty$	2										
	Đồ thị:	0,25												
b) (1,0 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số (1), biết rằng d vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.														
d vuông góc với đường thẳng $y = x + 2 \Leftrightarrow d$ có hệ số góc bằng -1 .	0,25													
Hoành độ tiếp điểm là $x_0 : y'(x_0) = -1 \Leftrightarrow \frac{-1}{(x_0+1)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$	0,25													
$x_0 = 0$: Phương trình tiếp tuyến d là $y = -x + 3$.	0,25													
$x_0 = -2$: Phương trình tiếp tuyến d là $y = -x - 1$.	0,25													
2 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Giải phương trình: $2 \cos 2x + \sin x = \sin 3x$.													
	Phương trình đã cho tương đương với: $2 \cos 2x + \sin x - \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 2x - 2 \cos 2x \sin x = 0$	0,25												

	$\Leftrightarrow 2 \cos 2x(\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases}$	0,25
	$\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}.$	0,25
	$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$	0,25
	b) (1,0 điểm) Giải bất phương trình $\log_2(2x) \cdot \log_3(3x) > 1.$	
	Điều kiện $x > 0$. Bất phương trình tương đương với $(1 + \log_2 x)(1 + \log_3 x) > 1$	0,25
	$\Leftrightarrow (1 + \log_2 x)(1 + \log_3 2 \cdot \log_2 x) > 1 \Leftrightarrow \log_2 x[(\log_3 2) \cdot \log_2 x + \log_3 6] > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x < -\log_2 6 \\ \log_2 x > 0 \end{cases}$	0,25
	$\log_2 x < -\log_2 6 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{6}.$	0,25
	$\log_2 x > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Tập nghiệm của bất phương trình đã cho: $\left(0; \frac{1}{6}\right) \cup (1; +\infty).$	0,25
3 (1,0 điểm)	Tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx.$	
	Đặt $\sqrt{x+1} = t$; $dx = 2tdt$; $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 3 \Rightarrow t = 2.$	0,25
	Ta có $I = \int_1^2 2(t^2 - 1)dt.$	0,25
	Suy ra $I = 2\left(\frac{t^3}{3} - t\right)\Big _1^2.$	0,25
	$I = \frac{8}{3}.$	0,25
4 (1,0 điểm)	Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$, $SA = SB = SC$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .	
	Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow HA = HB = HC$. Kết hợp với giả thiết $SA = SB = SC$ suy ra $SH \perp BC$, $\triangle SHA = \triangle SHB = \triangle SHC$. $\Rightarrow SH \perp (ABC)$ và $\widehat{SAH} = 60^\circ$. 	0,25
	$\triangle ABC$ vuông cân tại A: $AC = AB = a\sqrt{2} \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow AH = a$. $\triangle SHA$ vuông: $SH = AH \tan 60^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot SH = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$	0,25

	Gọi O, R lần lượt là tâm, bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC \Rightarrow O$ thuộc đường thẳng $SH \Rightarrow O$ thuộc mặt phẳng $(SBC) \Rightarrow R$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSBC .	0,25
	Xét ΔSHA , ta có $SA = \frac{SH}{\sin 60^\circ} = 2a \Rightarrow \Delta SBC$ đều có độ dài cạnh bằng $2a \Rightarrow R = \frac{2a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.	0,25
5 (1,0 điểm)	Giải phương trình $4x^3 + x - (x+1)\sqrt{2x+1} = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$.	
	Điều kiện $x \geq -\frac{1}{2}$. Phương trình đã cho tương đương với: $(2x)^3 + 2x = (\sqrt{2x+1})^3 + \sqrt{2x+1} \quad (1)$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ trên $\mathbb{R}$. Với mọi $t \in \mathbb{R}, f'(t) = 3t^2 + 1 > 0$.	0,25
	$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó $(1) \Leftrightarrow 2x = \sqrt{2x+1}$.	0,25
	Giải phương trình trên được nghiệm $x = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$.	0,25
6.a (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: 4x - 3y + m = 0$. Tìm m để d cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{AIB} = 120^\circ$, với I là tâm của (C) .	
	Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R = 2$.	0,25
	Gọi H là hình chiếu của I trên d , khi đó: $\widehat{AIB} = 120^\circ \Leftrightarrow IH = IA \cos 60^\circ = 1$.	0,25
	Do đó $\frac{ m-2 }{5} = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -3 \end{cases}$	0,25
	b) (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}), \quad d_2: \begin{cases} x = 1+2s \\ y = 2+2s \\ z = -s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R}).$ Chứng minh d_1 và d_2 cắt nhau. Viết phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng d_1, d_2 .	
	Xét hệ $\begin{cases} t = 1+2s \\ 2t = 2+2s \\ 1-t = -s \end{cases} \quad (*)$	0,25
	Giải hệ $(*)$ được $\begin{cases} t = 1 \\ s = 0 \end{cases} \Rightarrow d_1, d_2$ cắt nhau.	0,25
	d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (1;2;-1)$, d_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (2;2;-1)$. Mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng đi qua điểm $I(0;0;1) \in d_1$ và có một VTPT là $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0;-1;-2)$.	0,25
	Phương trình mặt phẳng cần tìm: $y + 2z - 2 = 0$.	0,25
7.a (1,0 điểm)	Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z - \frac{2-i}{1+i} = (3-i)z$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy.	
	Phương trình đã cho tương đương với $(1-2i)z - (3-i)z = \frac{2-i}{1+i}$	0,25

	$\Leftrightarrow (-2-i)z = \frac{1-3i}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$	0,25
	Điểm biểu diễn của z là $M\left(\frac{1}{10}; \frac{7}{10}\right)$.	0,25
6.b (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Các đường thẳng $BC, BB', B'C'$ lần lượt có phương trình là $y-2=0, x-y+2=0, x-3y+2=0$; với B', C' tương ứng là chân các đường cao kẻ từ B, C của tam giác ABC . Viết phương trình các đường thẳng AB, AC .	
	Tọa độ của điểm B' là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-y+2=0 \\ x-3y+2=0 \end{cases}$, giải hệ ta được $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow B'(-2;0)$ Đường thẳng AC đi qua B' và vuông góc với BB' nên AC có phương trình $x+y+2=0$.	0,25
	Tọa độ của điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-y+2=0 \\ y-2=0 \end{cases}$, giải hệ ta được $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow B(0;2)$. Tọa độ của điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y+2=0 \\ y-2=0 \end{cases}$, giải hệ ta được $\begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow C(-4;2)$.	0,25
	$C'(3t-2;t) \in B'C'$, từ $BC' \perp CC'$ suy ra $C'(-\frac{4}{5}; \frac{2}{5})$ hoặc $C'(-2;0)$. Nếu $C'(-\frac{4}{5}; \frac{2}{5})$ thì đường thẳng AB có phương trình là $2x-y+2=0$. Nếu $C'(-2;0)$ thì đường thẳng AB có phương trình là $x-y+2=0$.	0,25
	b) (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) vuông góc với d tại giao điểm của d và (P) . Viết phương trình đường thẳng Δ .	
	Gọi I là giao điểm của d và (P) ; $I(1;-2;0)$.	0,25
	(P) có một VTPT là $\vec{n}_p = (2;1;-2)$, d có một VTCP là $\vec{u}_d = (-1;-1;1)$.	0,25
	$[\vec{n}_p, \vec{u}_d] = (-1;0;-1)$. Δ nằm trong (P) vuông góc với $d \Rightarrow \Delta$ có một VTCP là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_p; \vec{u}_d]$.	0,25
	Phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.	0,25
7.b (1,0 điểm)	Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 1 + 2i = 0$. Tính $ z_1 + z_2 $.	
	Phương trình đã cho tương đương với $(z-1)^2 - (1-i)^2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (z-i)(z-2+i) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} z=i \\ z=2-i \end{cases}$	0,25
	$ z_1 + z_2 = i + 2-i = 1 + \sqrt{5}$.	0,25

----HẾT----