**BÀI 1: HÌNH CHỮ NHẬT**

**I, ĐỊNH NGHĨA:**

- Tứ giác có 4 góc vuông là hình chữ nhật. (H1)



**II. TÍNH CHẤT:**

- Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình bình hành và hình thang cân.

- Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

- Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền và ngược lại.

**III. DẤU HIỆU NHẬN BIẾT:**

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.

- Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

- Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.

- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật

**IV. BÀI TẬP VẬN DỤNG:**

**Bài 1:** Cho  vuông tại A có đường cao AH. Kẻ .

a) Tứ giác ADHE là hình gì? Vì sao?

 b) Gọi O là giao điểm của AH và DE. Chứng minh .

**Lời giải**

a)Vì ABC vuông tại Ahay 

Vì tại D

Vì Tại E

Xét tứ giác ADHE có:



Tứ giác ADHE là hình chữ nhật( Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật).

b)Vì tứ giác ADHE là hình chữ nhật

2 đường chéo AH và DE cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường (T/c hình chữ nhật)

Mà O là giao điểm hai đường chéo AH và DE



**Bài 2:** Cho  vuông tại A có . M là trung điểm của BC. Từ M kẻ hai đường thẳng song song với AC và song song với AB cắt AB và AC lần lượt tại E và F.

a) Tính độ dài BC.

b) Các tứ giác BEFC, AEMF là hình gì? Vì sao?

c) Gọi O là trung điểm của EF.

Chứng minh A và M đối xứng qua O.

**Lời giải:**

a)Xét ABC vuông tại A có:

( Định lý Pytago)

Hay 



b)Xét ABC có:

  (1) ( Tính chất đường trung bình của tam giác)

  (2) ( Tính chất đường trung bình của tam giác)

Từ (1) và (2)  là đường trung bình của 



Xét tứ giác  có: 

 Tứ giác  là hình thang( Dấu hiệu nhận biết hình thang)

* Xét tứ giác  có:

( Vì , )

( Vì , )

Tứ giác AEMF là hình bình hành ( Dấu hiệu nhận biết hình bình hành)

Mà ( Vì ABC vuông tại A)

 hình bình hành AEMF là hình chữ nhật ( Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật)

c) Vì tứ giác AEMF là hình chữ nhật ( Chứng minh trên)

2 đường chéo AM và EF cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường (Tính chất hình chữ nhật)

Mà O là trung điểm của EF

O là trung điểm của AM

A và M đối xứng qua O.

**Bài 3:** Cho  vuông tại A có AH là đường cao, đường trung tuyến AM. Qua H kẻ đường thẳng song song với AB và AC lần lượt cắt AC ở P và AB ở D. DP cắt AH ở O và AM ở Q.

a) Chứng minh .

b)  là tam giác gì? Vì sao?

 c) Chứng minh  vuông ở Q.

**Lời giải**

a)Xét tứ giác ADHP có:

( Vì , )

( Vì , )

Tứ giác ADHP là hình bình hành ( Dấu hiệu nhận biết hình bình hành)

Mà ( Vì ABC vuông tại A)

 hình bình hành ADHP là hình chữ nhật ( Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật)

AH = DP ( Tính chất hình chữ nhật).

b)Vì AM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông ABC



**Xét** MAC có AM = MC

MAC cân tại M

c)Vì MAC cân tại M hay  (1)

Vì tứ giác ADHP là hình chữ nhật ( Chứng minh trên)

 hay (2)

Xét AHC vuông tại H có

( Tính chất tam giác vuông) (3)

Từ (1),(2),(3) 

Xét APQ có: ( Tính chất tổng số đo 3 góc của tam giác)

Hay: 



Vậy APQ vuông tại Q

**Bài 4:** Cho  vuông ở A có AH là đường cao. Gọi P và Q lần lượt là hình chiếu của H xuống AB và AC. Gọi I là trung điểm của HB, K là trung điểm của HC. AH cắt PQ ở O.

a) Tứ giác APHQ là hình gì? Vì sao?

 b) Chứng minh  và .

c) Tính .

d) Chứng minh PI // QK.

**Lời giải:**

a)Vì ABC vuông tại A hay 

Vì P là hình chiếu của H lên ABtại P

Vì Q là hình chiếu của H lên AC tại Q

Xét tứ giác APHQ có : 

 Tứ giác APHQ là hình chữ nhật( Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật)

b)Vì QK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông QHC

QK = KH = KC ( Tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền )

Xét QKH có QK = KH QKH cân tại K( Tính chất tam giác cân) (1)

Vì tứ giác APHQ là hình chữ nhật(Tính chất hình chữ nhật) (2)

Mà (Vì ) (3)

Từ (1), (2), (3) 

c) Vì PI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông PBH

PI = IB = IH ( Tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền )

Xét PIH có PI = IH PIH cân tại I( Tính chất tam giác cân) (1)

Vì tứ giác APHQ là hình chữ nhật(Tính chất hình chữ nhật) (2)

Mà (Vì ) (3)

Từ (1), (2), (3) 

d)Vì là góc ngoài tại đỉnh I của PIH 

Mà : 

 (1)

Vì là góc ngoài tại đỉnh I của KQC 

Mà : 

 (2)

Vì tứ giác APHQ là hình chữ nhật PH//AQ; Mà  

 (3)

Từ (1), (2), (3) 

Mà ở vị trí đồng vị

 PI//QK

b) Vì QK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông QHC

QK = KH = KC ( Tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền )

Xét QKH có QK = KH QKH cân tại K( Tính chất tam giác cân) (1)

**Bài 5:** Cho  vuông tại A, M là trung điểm của BC. Gọi D, E theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC.

a) Chứng minh .

b) Gọi I là trung điểm của BM, K là trung điểm của CM. Tứ giác DIKE là hình gì? Vì sao?

c)  cần có thêm điều kiện gì để tứ giác DIKE là hình chữ nhật.



**Lời giải:**

a)Vì ABC vuông tại A hay 

Vì D là chân đường vuông góc kẻ từ M xuống ABtại D

Vì E là chân đường vuông góc kẻ từ M xuống ACtại E

Xét tứ giác ADME có : 

 Tứ giác ADME là hình chữ nhật( Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật)

 ( Tính chất hình chữ nhật)

b) Vì DI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông DBM

DI = IB = IM ( Tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền )

Xét DIM có DI = IM DIM cân tại I( Tính chất tam giác cân) (1)

Vì EK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông EMC

EK = KM = KC ( Tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền )

Xét EKM có EK = KM EKM cân tại K( Tính chất tam giác cân) (2)

Vì là góc ngoài tại đỉnh I của DIM 

Mà : 

 (3)

Vì là góc ngoài tại đỉnh K của EMC 

Mà : 

 (4)

Mà (5) Từ (3),(4),(5) DI//EK

Vì 

Ta có: BM = MC ( Vì M là trung điểm BC)

BI = IM ( Vì I là trung điểm BM)

MK = KC ( Vì K là trung điểm MC)

IM = CK

Xét DIM và EKC có:

; IM = KC; 

DIM =EKC(g.c.g) DI = KE

Xét tứ giác DIKE có: DI//KE; DI = KE

Tứ giác DIKE là hình bình hành( Dấu hiệu nhận biết hình bình hành).

c) Để tứ giác DIKE là hình chữ nhật thì 

Xét DBM có DI là đường trung tuyến đồng thời là đường cao

DBM cân tại D; mà DBM vuông

DBM vuông cân tại D

hay

Xét ABC vuông có

ABC vuông cân

Vậy để tứ giác DIKE là hình chữ nhật thì ABC vuông cân tại A

**Bài 6:** Cho  vuông tại C có . I là trung điểm của AB. Kẻ  tại E. Kẻ  tại F.

a) Chứng minh tứ giác CEIF là hình chữ nhật.

b) Gọi H là điểm đối xứng của I qua F. Chứng minh tứ giác CHFE là hình bình hành.

c) CI cắt BF tại G, O là trung điểm của FI. Chứng minh ba điểm A, O, G thẳng hàng.



**Lời giải:**

a)Ta có:  ( Vì ABC vuông tại C)

( Vì )

( Vì )

Xét tứ giác CEIF có: 

Tứ giác CEIF là hình chữ nhật ( Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật).

b)Vì tứ giác CEIF là hình chữ nhật

Vì H đối xứng với I qua F

Từ (1),(3) CE//HF

Từ (2),(4) CE = HF

Xét tứ giác CHFE có: CE//HF; CE = HF

 Tứ giác CHFE là hình bình hành ( Dấu hiệu nhận biết hình bình hành).

c)Xét ACB có:

+) ( Vì I là trung điểm của AB)

( Vì tứ giác CEIF là hình chữ nhật)

( Tính chất đường trung bình của tam giác)

 là đường trung tuyến của ACB

+) ( Vì I là trung điểm của AB)

( Vì tứ giác CEIF là hình chữ nhật)

EC = EB ( Tính chất đường trung bình của tam giác)

AE là đường trung tuyến của ACB (5)

Ta có CI và BF là 2 đường trung tuyến của ACB cắt nhau tại G

G là trọng tâm của ACB

 AG là đường trung tuyến của ACB (6)

Từ (5), (6) thẳng hàng (a)

Xét ACB có : IE là đường trung bình của ACB

+); mà 

+) ; mà 

Xét tứ giác AFEI có: IE//AF; IE = AF

 Tứ giác  là hình bình hành(Dấu hiệu nhận biết hình bình hành)

Hai đường chéo AE và FI cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

Mà O là trung điểm của IF

O là trung điểm của AE

thẳng hàng (b)

Từ (a),(b) A,O,G thẳng hàng.

**Bài 7:** Cho  vuông tại A có , có đường cao AH và đường trung tuyến AE. Từ E vẽ  tại E. Vẽ  tại D.

a) Chứng minh tứ giác ADEF là hình chữ nhật.

b) Chứng minh tứ giác BDFE là hình bình hành.

c) Chứng minh tứ giác DFEH là hình thang cân.

d) Gọi L là điểm đối xứng với E qua F, K là điểm đối xứng với B qua F.

Chứng minh A, L, K thẳng hàng.



**Lời giải**

1. Xét tứ giác ADEF có:



 là hình chữ nhật (đpcm).

1. Xét  vuông tại  có  là đường trunn tuyến

 (t/c đường trung tuyến trong tam giác vuông).

 cân tại , mà   là trung điểm của  (t/c tam giác cân).

- Xét  có:

 là đường trung bình trong  (dhnb).

.

- Xét tứ giác có:

 là hình bình hành (dhnb).

1. Xét tứ giác  có  (vì  là hbh, cmt )

 là hình thang.

* Xét  vuông tại  có

 là đường trung bình trong tam giác 

 (t/c đường trung bình trong tam giác).

* Nối  với . Xét tam giác  vuông tại  có:

 là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền  (vì  là trung điểm ,cmt)

 (t/c).

* Xét là hình thang  có đường chéo:

. Vậy  là hình thang cân (dhnb).

1. Xét tứ giác  có:

,  là đường chéo

 là trung điểm của (cmt)

 là trung điểm của (gt)



 là hình bình hành (dhnb)

 (tc) hay  (1)

- Xét tứ giác  có:

,  là đường chéo

 là trung điểm của (cmt)

 là trung điểm của (gt)



 là hình bình hành (dhnb)

 (tc) hay  (2)

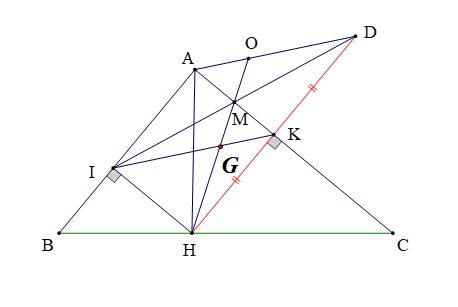
Từ (1) và (2), suy ra:  thẳng hàng (tiên đề Ơ-Clit).

**Bài 8:** Cho  vuông tại A, Gọi H là điểm bất kỳ trên cạnh BC ( H không trùng với B, C). Vẽ  tại I, Vẽ  tại K.

a) Chứng minh tứ giác AIHK là hình chữ nhật và .

b) Lấy điểm D đối xứng với H qua điểm K. Chứng minh DI đi qua trung điểm M của AK.

c) Gọi O là giao điểm của HM với AD. Chứng minh .



**Lời giải**

1. Xét tứ giác  có:



 là hình chữ nhật (đpcm).

Vì  là hình chữ nhật (cmt)

 (t/c).

1. Vì  là hình chữ nhật (cmt)





 là hình bình hành.

Xét hình bình hành  có:

 là hai đường chéo;



Vậy  đi qua trung điểm  của  (t/c).

1. Gọi 

* Xét  có:

 là đường trung tuyến ( là trung điểm của )

 là đường trung tuyến ( là trung điểm của , vì  cmt)

 là trong tâm của .

 (t/c trọng tâm tam giác). (1)

* Xét  có:



 là trung điểm 

 là đường trung bình 

 là trung điểm (t/c đường trung bình)

 (2)

Từ (1) và (2), suy ra: . Mà  (vì  cân tại )

Biết ( là hbh, cmt)

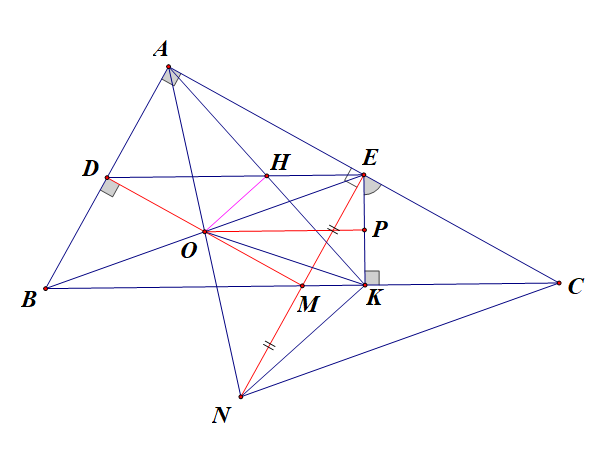
. Vậy  (đpcm).

**Bài 9:** Cho  vuông tại A có M là trung điểm của BC, Gọi D và E lần lượt là các đường vuông góc hạ từ M xuống AB và AC.

a)Chứng minh tứ giác ADME là hình chữ nhật và D là trung điểm của AB.

b) Chứng minh tứ giác DBME là hình bình hành.

c) Gọi N là điểm đối xứng với E qua M. Vẽ  tại K. Chứng minh .



**Lời giải**

1. Xét tứ giác  có:



 là hình chữ nhật (đpcm).

Vì  là hình chữ nhật (cmt)

 (t/c).

Xét  có:

 là đường trung bình,  là trung điểm  (đpcm).

1. Xét tứ giác  có:



 là hình bình hành (dhnb).

1. Gọi  là trung điểm . Xét  vuông tại , trung tuyến 

.

Gọi  là trung điểm   là đường trung bình của 

. Từ trên, suy ra:  là đường cao, đường trung tuyến của .

.

Xét  có 

 vuông tại  hay  tại  (đpcm).

**Bài 10:** Cho  vuông tại A có . M là trung điểm của BD, Gọi C là điểm đối xứng với A qua M.

a) Chứng minh tứ giác ABCD là hình chữ nhật

b) Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho . Gọi I là trung điểm của đoạn CD.

Chứng minh .

c) Gọi AH là đường cao  và K là điểm đối xứng với A qua H.

Chứng minh rằng tứ giác BDCK là hình thang cân.

d) Chứng minh rằng K, C, E thẳng hàng.



**Lời giải**

1. Xét tứ giác  có:

 là hình bình hành

Mà . Vậy tứ giác  là hình chữ nhật (dhnb).

1. Vì  là hình chữ nhật (cmt)

* Xét tam giác  có:

 là đường trung bình

 (đpcm).

1. Xét tam giác  có:

 là đường trung bình trong 

 (t/c)



 là hình thang (1)

* Xét tam giác  có:

 là đường trung trực  cân tại 

 (t/c) (2)

* Có  (vì  là hình chữ nhật, cmt) (3)

Từ (1),(2),(3) suy ra: tứ giác  là hình thang cân (đpcm).

(***học sinh có thể chứng minh cái 2 góc đáy bằng nhau***).

1. Xét tam giác  có:

 là đường trung bình trong 

 (t/c)

Mà 

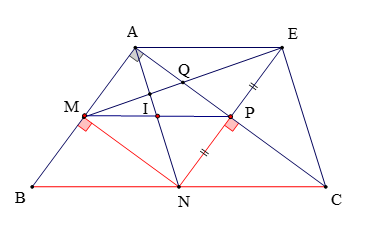
 thẳng hàng (tiên đề Ơ-clit).

**Bài 11:** Cho  vuông tại A có  có AN là đường trung tuyến. Gọi M và P lần lượt là hình chiếu của điểm N trên đường thẳng AB và AC. Gọi E là điểm đối xứng với N qua P.

a) Chứng minh tứ giác AMNP là hình chữ nhật.

b) Tứ giác ANCE là hình gì? Vì sao?

c) ME cắt AN tại I, cắt AC tại Q. Chứng minh .



**Lời giải**

1. Xét tứ giác  có:



 là hình chữ nhật (đpcm).

1. Xét tam giác  vuông tại  có:

 là đường trung tuyến

 (t/c)

 cân tại , mà 

. (t/c).

* Xét tứ giác  có

 là hai đường chéo

 là hình thoi (đpcm).

1. Xét tam giác  có:

 là đường trung tuyến ( là trung điểm ,  là hbh, cmt)

 đi qua trung điểm của  ( là hcn, cmt)



 là trọng tâm  (t/c)





* Xét  có:

.

(mqh góc và cạnh trong tam giác)

Hay  mà 

 (đpcm).

**Bài 13:** Cho  vuông tại . Điểm  trên cạnh , Vẽ  tại , Vẽ  tại .

a) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

b) Tính diện tích tứ giác  biết .

c) Gọi  là đường cao của . Tính góc .

d) Khi điểm  di chuyển trên cạnh  thì trung điểm của  di chuyển trên đoạn thẳng nào?

**Lời giải**



a) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

Xét tứ giác  có  vì ()

 vì ()

 vì ()

Suy ra  là hình chữ nhật (dhnb)

b) Tính diện tích tứ giác  biết .

 vuông tại  nên 

Diện tích hình chữ nhật  là 

c) Gọi  là đường cao của . Tính góc .

Gọi  là giao điểm của  và , mà  là hình chữ nhật nên suy ra  là trung điểm của  và  (tính chất hình chữ nhật)

vuông tại H có  là trung điểm của cạnh huyền  suy ra 

 vuông tại H 



d) Khi điểm  di chuyển trên cạnh  thì trung điểm  của  di chuyển trên đoạn thẳng nào?

+) Theo câu c ta có  cũng là trung điểm của 

+) Gọi  lần lượt là trung điểm của  suy ra  là đường trung bình của ;  là đường trung bình của ;  là đường trung bình của ;

suy ra (tính chất đường trung bình)

suy ra  ( vì )

suy ra thẳng hàng. Vậy khi di chuyển trên  thì  di chuyển trên đoạn thẳng  là đường trung bình của 

**Bài 14:** Cho  vuông tại  có , là trung điểm của. Kẻ , Kẻ .

a) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

b) Chứng minh .

c) Gọi  là chân đường vuông góc kẻ từ  đến. Chứng minh rằng tứ giác là hình thang cân.

**Lời giải**



a) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

Xét tứ giác  có  vì ()

 vì ()

 vì ()

Suy ra  là hình chữ nhật (dhnb)

b) Chứng minh 

+) Vì  là hình chữ nhật suy ra (2 đường chéo hcn) 

+)  vuông tại  có đường trung tuyến  suy ra  (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông) 

Từ  và  suy ra 

c) Gọi  là chân đường vuông góc kẻ từ  đến. Chứng minh rằng tứ giác là hình thang cân.

+) Ta có  và  (từ vuông góc đến song song)

 có  và  là trung điểm  là trung điểm của 

 và  là trung điểm  là trung điểm của 

 là đường trung bình trong  hay  là hình thang 

+) Ta có  (2 cạnh đối hcn)

 vuông tại  có  là trung điểm của 

Suy ra  

Từ  và  suy ra  là hình thang cân.

**Bài 15:** Cho  vuông tại  có , đường cao . Từ kẻ . Kẻ 

a) Chứng minh tứ giác  là hình chữ nhật.

b) Gọi  là trung điểm củalà điểm đối xứng với  qua . Chứng minh.

c) Chứng minh tứ giác  là hình thang cân.

d) cắt tại , cắt tại . Chứng minh .

**Lời giải**



a) Chứng minh tứ giác  là hình chữ nhật.

Xét tứ giác  có  vì ()

 vì ( )

 vì ()

Suy ra  là hình chữ nhật (dhnb)

b) Gọi  là trung điểm của là điểm đối xứng với  qua . Chứng minh.

+) Tứ giác  có :  là trung điểm của 

 là trung điểm của  (vì  là điểm đối xứng với  qua )

Suy ra  là hình bình hành (tứ giác có 2 đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường)

(tính chất hbh)

c) Chứng minh tứ giác  là hình thang cân.

+) Vì  mà  thẳng hàng (Tiên đề Ơclit) hay  là hình thang 

+) Có  là hình bình hành  (2 góc đối)

Có   (2 góc so le trong)

Mà  là hình chữ nhật có cắt tại   là trung điểm của và  cân hay 

Do đó  

Từ  và  suy ra  là hình thang cân.

d) cắt tại , cắt tại . Chứng minh .

+)  là hình chữ nhật có cắt tại   là trung điểm của và 

+)  có  là trung điểm của ;  là trung điểm của; cắt tại  là trọng tâm của  

+)  là trung điểm của  

Từ  và  suy ra 

**Bài 16:** Cho  cân ở  có  lần lượt là trung điểm của  và. Đường thẳng  cắt đường thẳng song song với  kẻ từ  tại .

a) Chứng minh tứ giác là hình bình hành.

b) So sánh  với .

c) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

**Lời giải**

a) Chứng minh tứ giác hình bình hành.

+) cân ở  có  lần lượt là trung điểm của  và là đường trung bình của 

+) tứ giác  có:  và  tứ giác hình bình hành (tứ giác có các cạnh đối song song).

b) So sánh  với .

+) Vì hình bình hành  (2 cạnh đối)

+)  cân ở  (2 cạnh bên)



c) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

+) Vì là đường trung bình của 

mà  lại có   là trung điểm 

+) tứ giác  có là trung điểm của 2 đường chéo  và  suy ra tứ giác hình bình hành (dhnb) 

+)  cân ở  có  lần lượt là trung điểm của đồng thời là đường cao của  

Từ  và  suy ra  là hình chữ nhật

**Bài 17:** Cho hình bình hành  có . Kéo dài đường trung tuyến  của  và lấy điểm  sao cho  là trung điểm của .

a) Tứ giác  là hình gi? Vì sao?

b) Chứng minh ba điểm  thẳng hàng.

c) Điểm  là gì của đoạn thẳng ?

**Lời giải**



a) Tứ giác  là hình gi? Vì sao?

+) Tứ giác  có :  là trung điểm của  (gt)

 là trung điểm của  (vì  là đường trung tuyến của )

là hình bình hành (dhnb) 

+) có  

Từ  và  suy ra  là hình chữ nhật (dhnb)

b) Chứng minh ba điểm  thẳng hàng.

+) Vì  là hình chữ nhật  (2 cạnh đối)

là bình hành (2 cạnh đối)

 thẳng hàng (tiên đề Ơclit)

c) Điểm  là gì của đoạn thẳng ?

+) Vì  là hình chữ nhật  (2 cạnh đối)

là bình hành (2 cạnh đối)

 mà  thẳng hàng  là trung điểm của đoạn thẳng .

**Bài 18:** Cho  vuông tại  có. Gọi  là trung điểm của . Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho.

a) Chứng minh tứ giác  là hình chữ nhật.

b) Gọi  là điểm đối xứng của  qua . Chứng minh tứ giác  là hình bình hành.

c)  cắt  tại . Chứng minh.

**Lời giải**



a) Chứng minh tứ giác  là hình chữ nhật.

Xét tứ giác có:



Tứ giác là hình bình hành

Lại có  (gt)

Tứ giác là hình chữ nhật (đpcm).

b) Gọi  là điểm đối xứng của  qua . Chứng minh tứ giác  là hình bình hành.

Có tứ giác là hình chữ nhật (chứng minh câu a)

Suy ra: và  (t/c hình chữ nhật)

Do  đối xứng với  qua .

Nên thẳng hàng và 

Có  hay 



Xét tứ giác  có

Tứ giác  là hình bình hành (theo dấu hiệu nhận biết)

c)  cắt  tại . Chứng minh .

Xét có hai đường trung tuyến và cắt nhau tại 

Nên là trọng tâm tam giác  hay 

**Bài 19:** Cho  vuông tại  cócm, cm.  là điểm thuộc cạnh ,  là trung điểm của ,  là điểm đối xứng với  qua .

a) Tính diện tích .

b) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

c) Điểm  ở vị trí nào trên  thì  là hình chữ nhật.

**Lời giải**



a) Tính diện tích .

Xét có

 (Định lí py-ta-go)







Có  (cm2).

b) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

Có và  đối xứng với nhau qua nên là trung điểm của đoạn thẳng .

Xét tứ giác  có



Tứ giác  là hình bình hành (theo dấu hiệu nhận biết).

c) Điểm  ở vị trí nào trên  thì  là hình chữ nhật.

Ta có tứ giác là hình bình hành.

Để tứ giác  là hình chữ nhật khi hay  tại 

Vậy  là hình chiếu của  trên 

**Bài 20:** Cho hình thang cân và. Hai đường cao  và .

a) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

b) So sánh  và .

c) Chứng minh .

**Lời giải**



a) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

Có 

Xét tứ giác  có

 Tứ giác  là hình bình hành

Lại có 

Tứ giác  là hình chữ nhật

b) So sánh  và .

Ta có tứ giác  là hình thang cân.

Suy ra: và (t/c hình thang cân)

Xét và có:

= (c.h-g.n)

(hai cạnh tương ứng) (đpcm)

c) Chứng minh .

Có tứ giác  là hình chữ nhật  (t/c hình chữ nhật)

Có 

(do )

 (đpcm).

**Bài 21:**Cho hình bình hành . Gọi lần lượt là đường phân giác trong của  và .

a) Chứng minh .

b) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

c) Tìm điều kiện của  để  là hình chữ nhật.

**Lời giải**

****

a) Chứng minh .

Có tứ giác là hình bình hành



 (hai góc so le trong)

Có là tia phân giác của 

nên 

Có là tia phân giác của  nên 

Mà  (cmt)

Suy ra 

Mà  và  là hai góc so le trong của đường thẳng  cắt hai đường thẳng và BK

 (đpcm)

b) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

Ta có (do tứ giác  là hình bình hành) hay 

Xét tứ giác  có



Tứ giác  là hình bình hành

c) Tìm điều kiện của  để  là hình chữ nhật.

Có tứ giác  là hình bình hành.

Để tứ giác  là hình chữ nhật thì  hay tại 

Xét có vừa là đường cao, vừa là đường phân giác

cân tại 

Vậy khi cân tại thì tứ giác là hình chữ nhật.

**Bài 22:** Cho hình chữ nhật . Kẻ . Gọi  lần lượt là trung điểm của và. Kẻ  tại  và cắt  ở .

a) Chứng minh .

b) Chứng minh  là trung điểm  và  là hình gì? Vì sao?

c) Chứng minh 

d) Cho cm, cm. Tính diện tích hình chữ nhật .

**Lời giải**

a) Chứng minh .

Xét  có hai đường cao  và  cắt nhau tại 

 là trực tâm của 



Lại có  (do tứ giác  là hình chữ nhật)

 (do tứ giác  là hình chữ nhật) hay 



b) Chứng minh  là trung điểm  và  là hình gì? Vì sao?

Xét có



 là trung điểm của (đpcm)

Xét có



 là đường trung bình của 



Lại có  (do  là trung điểm )

Mà 

Suy ra: 

Xét tứ giác  có

Tứ giác  là hình bình hành.

c) Chứng minh 

Có tứ giác  là hình bình hành 

Mà 

 (đpcm).

d) Cho , . Tính diện tích hình chữ nhật .

Xét và  có

 =  (c-g-c)

Mà 

 (cm2).

**Bài 23:** Cho hình chữ nhật , Gọi  là chân đường vuông góc hạ từ  đến , Gọi , ,  lần lượt là trung điểm của , , .

a) Chứng minh rằng .

b) Chứng minh rằng tứ giác  là hình bình hành.

c) Gọi  là giao điểm của  và . Gọi  là chân đường vuông góc hạ từ  đến . Chứng minh rằng tứ giác  là hình chữ nhật.

d) Hạ  vuông góc với  tại .  cắt  tại . Chứng minh rằng  cắt  tại trung điểm mỗi đường.



**Lời giải**

a) Chứng minh rằng .

Xét có



là đường trung bình của 



Lại có  (do tứ giác  là hình chữ nhật)



b) Chứng minh rằng tứ giác  là hình bình hành.

Ta có  là đường trung bình của 

Mà  (do tứ giác  là hình chữ nhật)

Suy ra: 

Lại có  (do  là trung điểm của )



Xét tứ giác có



 Tứ giác  là hình bình hành (theo dấu hiệu nhận biết)

c) Chứng minh rằng tứ giác  là hình chữ nhật.

Có tứ giác  là hình bình hành hay 

Ta lại có:



Xét  có hai đường cao  và  cắt nhau tại 

 là trực tâm của  tại .

Ta có



Xét tứ giác  có

 Tứ giác  là hình bình hành.



Lại có 

 Tứ giác  là hình chữ nhật (đpcm).

d) Hạ  vuông góc với  tại .  cắt  tại . Chứng minh rằng  cắt  tại trung điểm mỗi đường.

Có tại hay 

Xét tứ giác có 

 Tứ giác là hình chữ nhật



Có tứ giác là hình bình hành 

Xét  và  có



 (c.h – c.g.v)

 (2 cạnh tương ứng)

Xét tứ giác có



 Tứ giác là hình bình hành

 Hai đường chéo và  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường (theo t/c hình bình hành).

**Bài 24:** Cho hình chữ nhật  có . Vẽ . Gọi  lần lượt là trung điểm của .

a) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

b) Chứng minh .

c) Gọi  là trung điểm của  và  là giao điểm của  và . Chứng minh .

**Lời giải**



a) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

Xét có



 là đường trung bình của 



+ Có 

Mà  (do tứ giác  là hình chữ nhật)

 hay 

+ Có 

 (do  là trung điểm của )

Mà 



Xét tứ giác  có

Tứ giác  là hình bình hành (theo dấu hiệu nhận biết)

b) Chứng minh .

Có 

Mà 



Xét  có hai đường cao  và  cắt nhau tại 

 là trực tâm của 

Có 

Mà  (do tứ giác  là hình bình hành)

 (đpcm).

c) Gọi  là trung điểm của  và  là giao điểm của  và . Chứng minh .

Xét  vuông tại M có

 là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền 



Xét  có  (theo tính chất bất đẳng thức trong tam giác)

Hay  (vì ) (đpcm).

**Bài 25:** Cho hình chữ nhật  có . Qua  vẽ đường thẳng vuông góc với  tại  cắt  tại . Qua  kẻ đường thẳng song song với , cắt  tại 

a) Chứng minh tứ giác  là hình bình hành và chứng minh .

b) Gọi lần lượt là trung điểm của đoạn  và . Qua  kẻ đường thẳng song song với , cắt  tại . Chứng minh.

c) Chứng minh .

**Lời giải**



Có tứ giác  là hình chữ nhật hay 

Xét tứ giác có

Tứ giác  là hình bình hành (đpcm)

Xét và  có:



 (do tứ giác  là hình chữu nhật)

(do tứ giác  là hình bình hành)

Vậy  (c.h-c.g.v) (đpcm).

b) Chứng minh .

Xét  có:

 là trung điểm  (t/c)

Khi đó  là đường trung bình của 

 (theo t/c đường trung bình của tam giác)

+ Có  mà 

 hay 

+ Có 

 (do  là trung điểm của )

Mà 



Xét tứ giác  có

 Tứ giác  là hình bình hành

 (theo t/c hình bình hành) (đpcm).

c) Chứng minh .

Kẻ  tại ;  cắt  tại 

Ta có  (vì cùng vuông góc với )

 (hai góc so le trong) (1)

+ Có (cm câu b) mà 



Xét  có hai đường cao  và  cắt nhau tại 

 là trực tâm của tam giác 



Mặt khác: 

 tại 

+  vuông tại 

+  vuông tại 

Mà  (hai góc đối đỉnh)

 hay  (2)

Từ (1) và (2) 

Hay  (đpcm).

**Bài 26:** Cho hình chữ nhật  tâm . Kẻ  ở . Trên tia đối của tia BH lấy .

a)  là tam giác gì? Vì sao?

b) Chứng minh .

c) Chứng minh .

d) Chứng minh .

**Lời giải**

a)  là tam giác gì? Vì sao?

Có tứ giác  là hình chữ nhật (t/c hình chữ nhật)

Lại có (gt)



 là tam giác cân tại 

b) Chứng minh .

Có là góc ngoài của  tại đỉnh 

 (t/c góc ngoài của tam giác)

Mặt khác  cân tại (t/c tam giác cân)

 (đpcm).

c) Chứng minh .

Ta có tứ giác là hình chữ nhật, có  là giao điểm hai đường chéo  và 

nên 

cân tại 

 (t/c tam giác cân)

Lại có: là góc ngoài của  tại đỉnh 

 (vì ) (đpcm)

d) Chứng minh .

Xét  vuông tại 

Nên 

 (vì ; )



Hay 

Có 





 (đpcm).