



Chương

Bài 4.

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A

Lý thuyết

1. Định nghĩa hàm số lượng giác



Định nghĩa:

- Hàm số sin** là quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $\sin x$, ký hiệu $y = \sin x$.
- Hàm số cos** là quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $\cos x$, ký hiệu $y = \cos x$.
- Hàm số tan** là hàm số được xác định bởi công thức:

$$y = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ với } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}), \text{ ký hiệu } y = \tan x.$$

- Hàm số cotan** là hàm số được xác định bởi công thức:

$$y = \frac{\cos x}{\sin x} \text{ với } x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}), \text{ ký hiệu } y = \cot x.$$

Như

- Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là $\mathbb{R}$
- Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \right\}$
- Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi (k \in \mathbb{Z}) \}$

2. Hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn



Hàm số chẵn - hàm số lẻ:

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là

- Hàm số chẵn** nếu $\forall x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
- Hàm số lẻ** nếu $\forall x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.



Hàm số tuần hoàn:

Hàm số $y=f(x)$ được gọi là hàm số tuần hoàn nếu tồn tại số $T \neq 0$ sao cho $\forall x \in D$ ta có:

(1) $x+T \in D$ và $x-T \in D$.

(2) $f(x+T)=f(x)$.

Số T dương nhỏ nhất thỏa mãn các điều kiện trên (nếu có) được gọi là **chu kì** của hàm số tuần hoàn đó.



Chú ý

(1) Hàm số $y=\sin x$ và $y=\cos x$ là các hàm số tuần hoàn với chu kì $2p$.

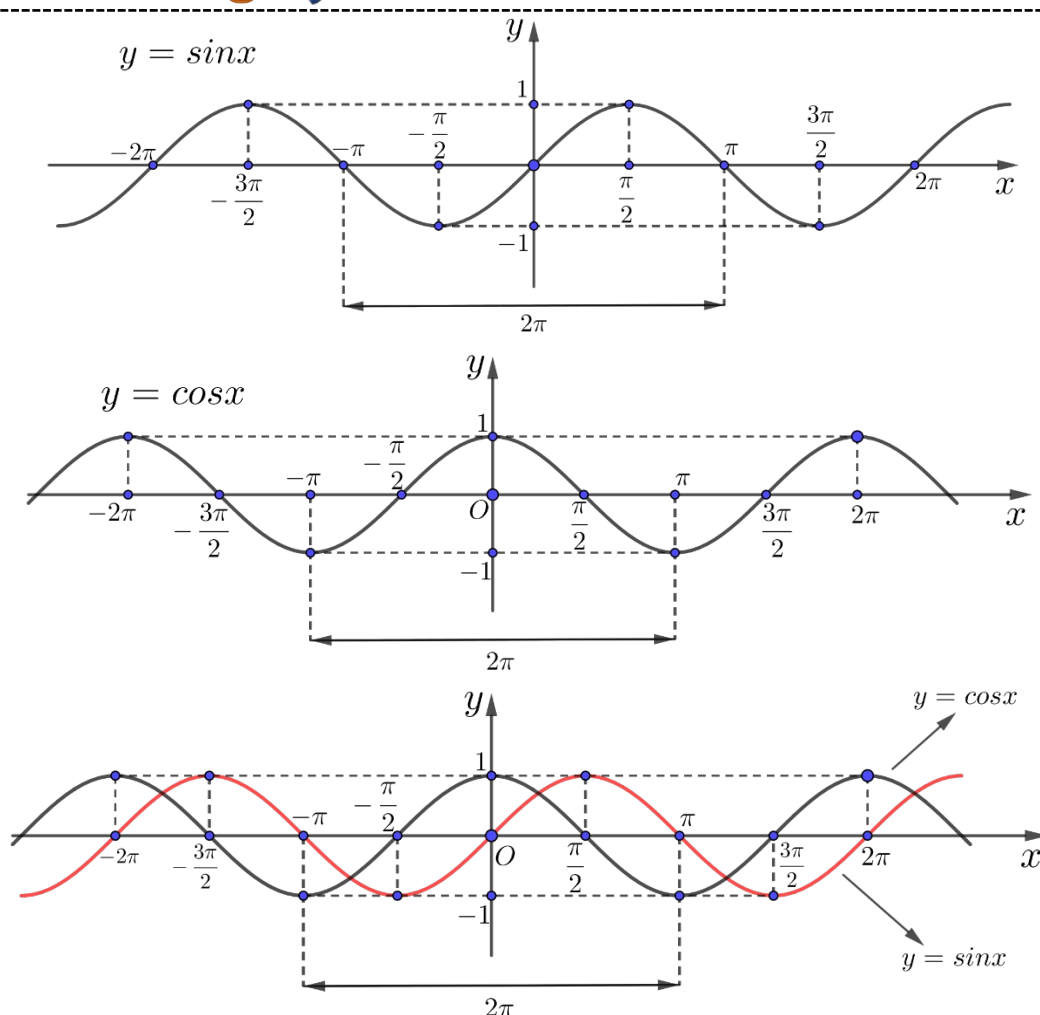
(2) Hàm số $y=\tan x$ và $y=\cot x$ là các hàm số tuần hoàn với chu kì p .

3. Đồ thị & tính chất hàm số $y=\sin x$ và $y=\cos x$

	Hàm số $y=\sin x$	Hàm số $y=\cos x$
1. Định nghĩa:	Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với $\sin$ của góc lượng giác có số đo x radian được gọi là hàm số $\sin$. » Kí hiệu $y=\sin x$.	Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với $\cos$ của góc lượng giác có số đo x radian được gọi là hàm số $\cos$. » Kí hiệu $y=\cos x$.
2. Tập xác định:	$D=\mathbb{R}$	$D=\mathbb{R}$
3. Tập giá trị:	$[-1;1]$	$[-1;1]$
4. Tính chất	Là hàm số lẻ.	Là hàm số chẵn.
5. Chu kì	Chu kì $2p$.	Chu kì $2p$.
6. Đơn điệu	Hàm số + Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{p}{2}+k2p; \frac{p}{2}+k2p\right)$. + Nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{p}{2}+k2p; \frac{3p}{2}+k2p\right)$.	Hàm số + Đồng biến trên mỗi khoảng $(-p+k2p; k2p)$. + Nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2p; p+k2p)$.



7. Đồ thị



8. Giá trị đặc biệt

$$\begin{aligned}\sin x = -1 &\Leftrightarrow x = -\frac{\rho}{2} + k2\rho \\ \sin x = 0 &\Leftrightarrow x = k\rho \\ \sin x = 1 &\Leftrightarrow x = \frac{\rho}{2} + k2\rho\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos x = -1 &\Leftrightarrow x = \rho + k2\rho \\ \cos x = 0 &\Leftrightarrow x = \frac{\rho}{2} + k\rho \\ \cos x = 1 &\Leftrightarrow x = k2\rho\end{aligned}$$

4. Đồ thị & tính chất hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$

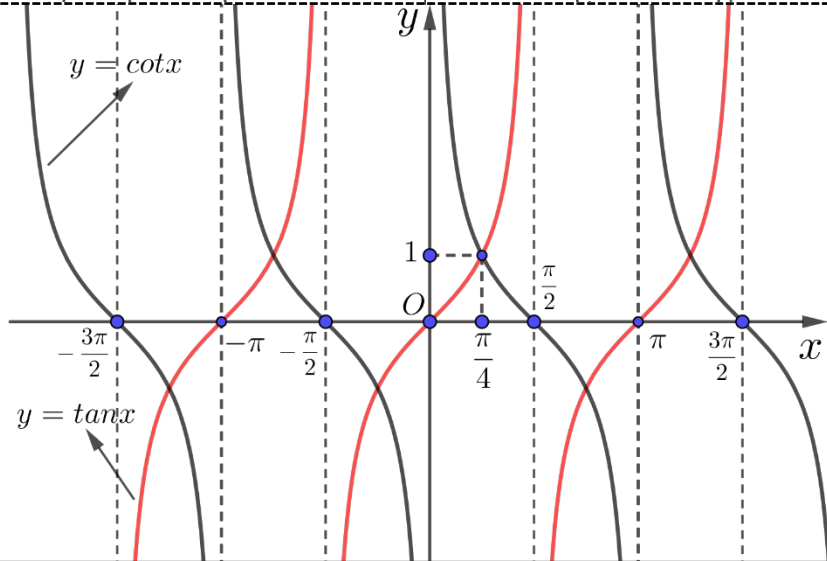
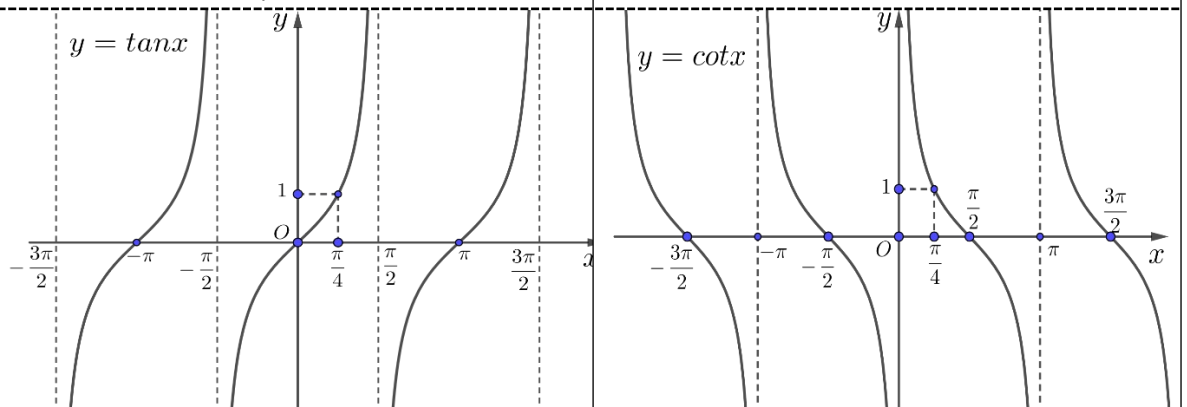
	Hàm số $y = \tan x$	Hàm số $y = \cot x$
1. Định nghĩa:	Hàm số tan là hàm số được xác định bởi công thức $y = \frac{\sin x}{\cos x} (\cos x \neq 0)$ » Kí hiệu $y = \tan x$.	Hàm số cotan là hàm số được xác định bởi công thức $y = \frac{\cos x}{\sin x} (\sin x \neq 0)$ » Kí hiệu $y = \cot x$.
2. Tập xác định:	$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\rho}{2} + k\rho, k \in \mathbb{Z} \right\}$	$D = \mathbb{R} \setminus \{ k\rho, k \in \mathbb{Z} \}$
3. Tập giá trị:	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
4. Tính chất hàm	Là hàm số lẻ.	Là hàm số lẻ.
5. Chu kỳ	Chu kỳ ρ .	Chu kỳ ρ .
6. Đơn điệu	Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng	Hàm số nghịch biến trên mỗi



7. Đồ thị

$$\left(\frac{p}{2} + kp; \frac{3p}{2} + kp \right)$$

khoảng $(kp; p + kp)$.



Các dạng bài tập

Tập xác định hàm số lượng giác cơ bản:

» Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

» Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Ngoài ra còn có các dạng:

» $y = f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ luru ý $Q(x) \neq 0$.

» $y = f(x) = \sqrt[n]{Q(x)}$ thì $y = f(x)$ có nghĩa khi $Q(x) \geq 0$.

$$y = f(x) = \frac{P(x)}{\sqrt[2n]{O(x)}} \quad O(x) \geq 0$$

Tìm tập xác định của các hàm số sau:

$$(1) \quad y = \sin 4x$$

$$(2) \quad y = \sin \frac{3x+1}{x^2-1}$$

(3) $y = \cos \sqrt{x+2}$

$$y = \cos \frac{2025}{\sqrt{3-x}}$$

 **Lời giải**

[illegible]



Tìm tập xác định của các hàm số sau:

$$(2) \quad y = \cot\left(x - \frac{\rho}{3}\right)$$

[illegible]

Tìm tập xác định của các hàm số sau:

$$(2) \quad y = \frac{\tan 2x}{\sin x + 1} + \cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$(4) \quad y = \frac{\sin x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$$

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.



▮ Dạng 2. Tính chẵn - lẻ



Phương pháp

- **Định nghĩa:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D
- » **Hàm số chẵn** nếu $\forall x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
 - » **Hàm số lẻ** nếu $\forall x \in D$ ta có $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.
- Để xác định **tính chẵn lẻ** của hàm số ta thực hiện theo các bước sau:
- » **Bước 1:** Tìm tập xác định D của hàm số, khi đó:
 - ♦ Nếu D là tập đối xứng (tức là $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$), ta thực hiện tiếp **bước 2**.
 - ♦ Nếu D không là tập đối xứng (tức là $\exists x \in D$ mà $-x \notin D$), ta kết luận hàm số không chẵn cũng không lẻ.
 - » **Bước 2:** Xác định $f(-x)$, khi đó:
 - ♦ Nếu $f(-x) = f(x)$ kết luận hàm số là hàm chẵn.
 - ♦ Nếu $f(-x) = -f(x)$ kết luận hàm số là hàm lẻ.
 - ♦ Ngoài ra kết luận hàm số không chẵn cũng không lẻ.
- **Chú ý:**
- ① Với các hàm số lượng giác cơ bản, ta có:
 1. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.
 2. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
 3. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.
 4. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.
 - ② Công thức liên quan đến việc xử lý dấu “-”

$$\begin{cases} \sin(-x) = -\sin x \\ \cos(-x) = \cos x \\ \tan(-x) = -\tan x \\ \cot(-x) = -\cot x \end{cases}$$

1. Công thức hai cung đối nhau:

$$|-x| = |x|$$

$$(-x)^n = \begin{cases} x^n & \text{ khi } n \text{ chẵn} \\ -x^n & \text{ khi } n \text{ lẻ} \end{cases}$$



Ví dụ 2.1.

Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

(1) $y = 3\cos x + \sin^2 x$

(2) $y = \frac{1 + \sin^2 2x}{1 + \cos 3x}$

👉 Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

(2) $y = \cos x + \sin 2x$.

(4) $y = \tan^7 2x \cdot \sin 5x.$

Lời giải



Chú ý

Đôi khi người ta còn phát biểu bài toán dưới dạng:

» Với câu (1) $y = 2x \sin x$:

Chứng minh đồ thị hàm số $y = 2x \sin x$ nhận trục tung làm trục đối xứng.

» Với câu (3) $y = \frac{\cos 2x}{x}$:

Chứng minh đồ thị hàm số $y = \frac{\cos 2x}{x}$ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

» Đồ thị của hàm số lẻ nhận nhận **gốc tọa độ** làm **tâm đối xứng**.

» Đồ thị của hàm số chẵn nhận nhận **trục Oy** làm **trục đối xứng**.



▮ Dạng 3. Tính tuần hoàn



Phương

► **Tính tuần hoàn** hàm số lượng giác cơ bản:

(1) Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là các hàm số tuần hoàn với chu kì 2π .

(2) Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ là các hàm số tuần hoàn với chu kì π .

► Các kết quả có thể áp dụng:

(1) Hàm số $y = A \cdot \sin(ax + b)$ ($A \cdot a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kì

$$T = \frac{2\pi}{|a|}$$

(2) Hàm số $y = A \cdot \cos(ax + b)$ ($A \cdot a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kì

$$T = \frac{2\pi}{|a|}$$

(3) Hàm số $y = A \cdot \tan(ax + b)$ ($A \cdot a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kì

$$T = \frac{\pi}{|a|}$$

(4) Hàm số $y = A \cdot \cot(ax + b)$ ($A \cdot a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kì

$$T = \frac{\pi}{|a|}$$

(5) Nếu hàm số $y = f(x)$ chỉ chứa các hàm số lượng giác có chu kì lần lượt là $T_1, T_2, \dots, T_n$ thì hàm số f có chu kì T là bội chung nhỏ nhất của $T_1, T_2, \dots, T_n$.

(6) Nếu hàm số $y = f(x)$ tuần hoàn với chu kì T thì hàm số $y = f(x) + c$ (c là hằng



Chú ý

Một số dấu hiệu nhận biết hàm số $y = f(x)$ không phải là hàm tuần hoàn

Hàm số $y = f(x)$ không phải là hàm tuần hoàn khi **một** trong các điều kiện sau bị vi phạm:

(1) Tập xác định của hàm số là tập hữu hạn.

(2) Tồn tại số a sao cho hàm số không xác định với $x > a$ hoặc $x < a$.

(3) Phương trình $f(x) = k$ có nghiệm nhưng số nghiệm hữu hạn.

(4) Phương trình $f(x) = k$ có vô số nghiệm sắp thứ tự:

$$x_1 < x_2 < \dots, |x_n - x_{n-1}| \rightarrow 0, \dots$$



Ví dụ 3.1.

Tìm chu kì (nếu có) của các hàm số sau:

(1) $y = 1 - \sin 5x$

(2) $y = \cos^2 x - 1$

(3) $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right)$

(4) $y = \cos x + \cos(\sqrt{3}x)$

👉 **Lời giải**

.....
.....



Xét tính tuần hoàn và tìm chu kì (nếu có) của hàm số sau:

(2)

(4)

$$y = \cos \frac{2025}{\sqrt{3-x}}$$

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

$$\begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ -1 \leq \cos x \leq 1 \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} 0 \leq \sqrt{\sin x} \leq 1 \\ 0 \leq \sqrt{\cos x} \leq 1 \end{cases}$$

$$a \leq P(x) \leq b \implies \frac{1}{a} \geq \frac{1}{P(x)} \geq \frac{1}{b}$$



Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

$$(4) \quad y = \sin x, x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$$

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.



Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

$$(2) \quad y = \cos^2 x + 2 \sin x + 2$$

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + k2p \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

» Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là

A. $[-1; 1]$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

» Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2p, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{kp, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; p\}$.

» Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin 2x + 1}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{2} + k2p, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{4} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{4} + k2p, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

» Câu 5. Hàm số $y = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x}$ **không** xác định trong khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $\left(\frac{p}{2} + k2p; \frac{3p}{4} + k2p \right), k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left(\frac{3p}{4} + k2p; \frac{p}{2} + k2p \right), k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left(p + k2p; \frac{3p}{2} + k2p \right), k \in \mathbb{Z}$.

D. $\left(-\frac{p}{2} + k2p; \frac{p}{2} + k2p \right), k \in \mathbb{Z}$.

» Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \cot 2x - \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{kp, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + k\frac{p}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{p}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

» Câu 7. Chọn phát biểu **đúng**:

A. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.

B. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.

C. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.



- D.** Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.
- » **Câu 8.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?
A. $y = \tan x$ **B.** $y = \cos x$ **C.** $y = \sin x$ **D.** $y = \cot x$.
- » **Câu 9.** Trong các hàm số sau, hàm số nào tuần hoàn với chu kì $2p$?
A. $y = \sin x$ **B.** $y = \tan x$ **C.** $y = \cot x$ **D.** $y = \cos 2x$.
- » **Câu 10.** Chu kì tuần hoàn của hàm số $\tan x + \sin^2 x$ là
A. $k2p$ **B.** $2p$ **C.** p **D.** $4p$.
- » **Câu 11.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?
A. $y = 2x + \cos x$ **B.** $y = \cos 3x$ **C.** $y = x^2 \sin(x+3)$ **D.** $y = \frac{\cos x}{x^3}$.
- » **Câu 12.** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?
A. $y = \cot 4x$ **B.** $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$ **C.** $y = \tan^2 x$ **D.** $y = |\cot x|$.
- » **Câu 13.** Cho hai hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$ và $g(x) = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. $f(x)$ lẻ và $g(x)$ chẵn. **B.** $f(x)$ và $g(x)$ chẵn.
C. $f(x)$ chẵn, $g(x)$ lẻ. **D.** $f(x)$ và $g(x)$ lẻ.
- » **Câu 14.** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?
A. $y = \frac{1}{\sin^3 x}$ **B.** $y = \sin\left(x + \frac{p}{4}\right)$ **C.** $y = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{p}{4}\right)$ **D.** $y = \sqrt{\sin 2x}$.
- » **Câu 15.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) - 1$ lần lượt là:
A. 4; -2 **B.** 2; -4 **C.** 1; -1 **D.** 3; -3.
- » **Câu 16.** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 6\cos 2x - 7$ trên đoạn $\left[-\frac{p}{3}; \frac{p}{6}\right]$. Tính $M + m$
A. -14. **B.** 3. **C.** -11. **D.** -10.
- » **Câu 17.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x + 3\sin 2x - 4\cos^2 x$.
A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} + 1$. **B.** $\min y = -3\sqrt{2} - 2$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.
C. $\min y = -3\sqrt{2}$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$. **D.** $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.
- » **Câu 18.** Xét sự biến thiên của hàm số $y = \tan 2x$ trên một chu kì tuần hoàn. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?
A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

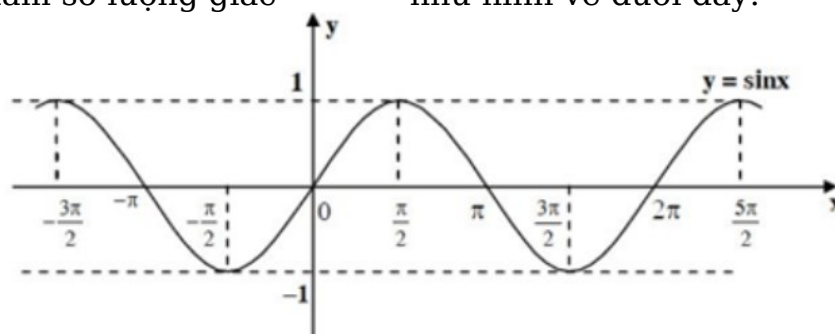


B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số đã cho luôn đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

» Câu 19. Cho đồ thị hàm số lượng giác $y = \sin x$ như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y = |\sin x|$ có bao nhiêu lần đạt giá trị bằng 1 trong đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$?

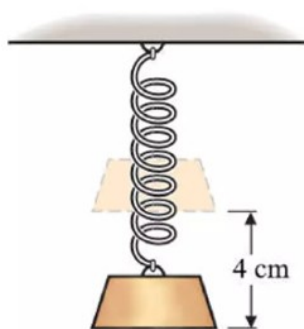
A. 5 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 7

» Câu 20. Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu tương ứng được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp của chúng ta được tính bằng huyết áp tâm thu/huyết áp tâm trương. Giả sử huyết áp của người đó thay đổi theo thời gian được cho bởi

công thức: $p(t) = 115 + 25\sin(160\pi t)$ trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimet thủy ngân) và thời gian t tính theo đơn vị phút. Khi đó, chỉ số huyết áp bằng

A. $\frac{115}{90}$ **B.** $\frac{150}{60}$ **C.** $\frac{120}{80}$ **D.** $\frac{140}{90}$

» Câu 21. Một con lắc lò xo sau khi được kéo xuống dưới vị trí cân bằng 4cm và thả ra thì nó dao động điều hòa với phương trình: $y = -4\cos 8t(\text{cm})$ (tham khảo hình vẽ).



Biên độ A (cm) và chu kỳ T của dao động là

- A. $A = 4\text{ cm}; T = \frac{p}{4}$ B. $A = 4\text{ cm}; T = \frac{p}{2}$ C. $A = 8\text{ cm}; T = \frac{p}{4}$ D. $A = 4\text{ cm}; T = 2p$

» Câu 22. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi

công thức $h = 3 \cos\left(\frac{pt}{7 \cdot 8} + \frac{p}{4}\right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi:

- A. $t = 13$ (giờ). B. $t = 14$ (giờ). C. $t = 15$ (giờ). D. $t = 16$ (giờ).

» Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \sqrt{\sin^2 x - 2 \sin x + m - 1}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

- A. 8. B. 9. C. 12. D. 13.

» Câu 24. Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2021 được

cho bởi một hàm số $y = 4 \sin\left|\frac{p}{178}(t - 60)\right| + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất?

- A. 28 tháng 5. B. 29 tháng 5. C. 30 tháng 5. D. 31 tháng 5.

B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

» Câu 25. Cho hàm số $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{p}{4}\right)$, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$		
(b)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2		
(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4		
(d)	Tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$		

» Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \tan 2x - 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị của hàm số tại $x = \frac{p}{8}$ bằng 0		

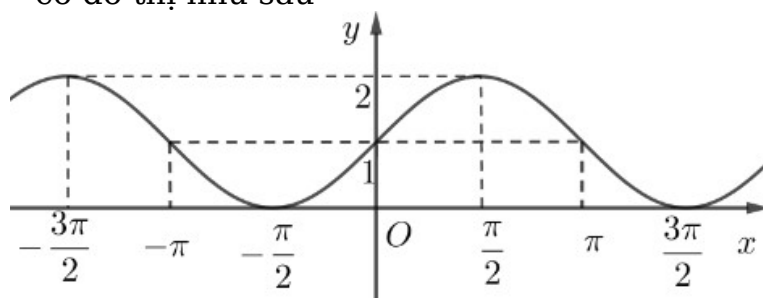


(b)	Giá trị của hàm số tại $x = \frac{p}{3}$ bằng $-\sqrt{3} - 1$		
(c)	Có ba giá trị x thuộc $[0; p]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2 .		
(d)	Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.		

» Câu 27. Cho hàm số $f(x) = |x| \sin x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.		
(b)	$f(-p) = - (p)$.		
(c)	Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$.		
(d)	$f(-x) = - f(x)$.		

» Câu 28. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \left[-\frac{3p}{2}; \frac{3p}{2}\right]$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-p; 0)$.		
(c)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-p; -\frac{p}{2}\right)$.		
(d)	Tập giá trị của hàm số là $[0; 2]$.		

» Câu 29. Cho hàm số $f(x) = |\tan x| + |x^3 - 3x|$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
(b)	Hàm số đã cho là hàm số chẵn.		
(c)	$f(-p) = - (p)$		



	(d)	Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$		
» Câu 30.		Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + 1$ và $g(x) = \sin x + \tan x$. Khi đó:		
		Mệnh đề	Đúng	Sai
	(a)	Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R}$.		
	(b)	Hàm số $f(x)$ là hàm tuần hoàn.		
	(c)	Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
	(d)	Hàm số $g(x)$ là hàm không tuần hoàn.		
» Câu 31.		Cho hàm số $f(x) = \tan x$ và $g(x) = \cot^2 x - \frac{\sin 2x}{2}$. Khi đó:		
		Mệnh đề	Đúng	Sai
	(a)	Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
	(b)	Hàm số $f(x)$ là hàm không tuần hoàn.		
	(c)	Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.		
	(d)	Hàm số $g(x)$ là hàm tuần hoàn.		
» Câu 32.		Cho hàm số $f(x) = 2 + 3\cos x$ và $g(x) = \sin x + \cos x$. Khi đó:		
		Mệnh đề	Đúng	Sai
	(a)	Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5		
	(b)	Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = p + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)		
	(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$		
	(d)	Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3p}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)		
» Câu 33.		Cho các hàm số sau: $f(x) = \sqrt{5 - 3\sin^2 x}$; $g(x) = \tan x - x\cos x$. Khi đó:		
		Mệnh đề	Đúng	Sai
	(a)	Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.		
	(b)	Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số lẻ.		
	(c)	Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.		



(d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

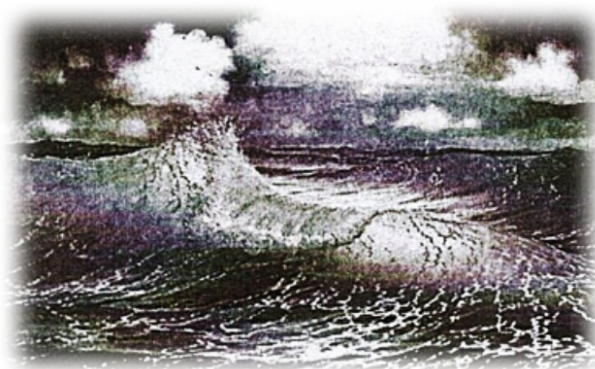
» Câu 34. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) được cho bởi công thức

$$h(t) = 3 \cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) + 14$$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Công thức tuần hoàn với chu kì $T = 2p$.		
(b)	Chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m .		
(c)	Chiều sâu của mực nước cao nhất là 14m .		
(d)	Thời gian để mực nước cao nhất là $t = 9$.		

» Câu 35. Chiều cao so với mực nước biển trung bình tại thời điểm t (giây) của mỗi con

sóng được cho bởi hàm số $h(t) = 75 \sin\left(\frac{pt}{8}\right)$, trong đó $h(t)$ được tính bằng centimét.



(Tất cả kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chiều cao của sóng tại các thời điểm 5 giây bằng $69,3\text{ (cm)}$		
(b)	Chiều cao của sóng tại các thời điểm 20 giây bằng 75 (cm)		
(c)	Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t = 0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 6 giây		
(d)	Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t = 0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 18 giây		

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» Câu 36. Tập giá trị của hàm số: $y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x$ có dạng $[a; b]$ với $a; b$ là các số nguyên. Tính giá trị $S = a^2 - 2ab$

👉 Điền đáp số:



» Câu 37. Tập giá trị của hàm số: $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ có dạng $\left[\frac{a}{b}; 1\right]$ với a, b là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $S = a + ab^2$

🔍 **Điền đáp số:**

» Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[0; 10]$ để hàm số $y = \sqrt{m - 2 \sin x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

🔍 **Điền đáp số:**

» Câu 39. Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \cdot \sin\left[\frac{p}{182}(t - 80)\right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn An muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

🔍 **Điền đáp số:**

» Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{\sin x - 1}{\cos x + m}$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

🔍 **Điền đáp số:**

» Câu 41. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số:

$$y = 2 \cos\left(x - \frac{p}{3}\right) - 1$$

🔍 **Điền đáp số:**

» Câu 42. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số:

$$y = \sqrt{1 + \sin x} - 3$$

Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.

🔍 **Điền đáp số:**

» Câu 43. Hàm số $y = 1 - 3\sqrt{1 - \cos^2 x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = \frac{a}{b}p + kp, k \in \mathbb{Z}$, với a, b là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $S = a + ab^2$

🔍 **Điền đáp số:**

» Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{\frac{m-1}{m} - 2 \cos 4x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

🔍 **Điền đáp số:**



» Câu 45. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024; 2024]$ để hàm số $y = \sqrt{\sin^2 x - 2 \sin x + 1 - m}$ xác định trên $\mathbb{R}$?

Điền đáp số:

» Câu 46. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 3$. Tính $M + m$.

Điền đáp số:

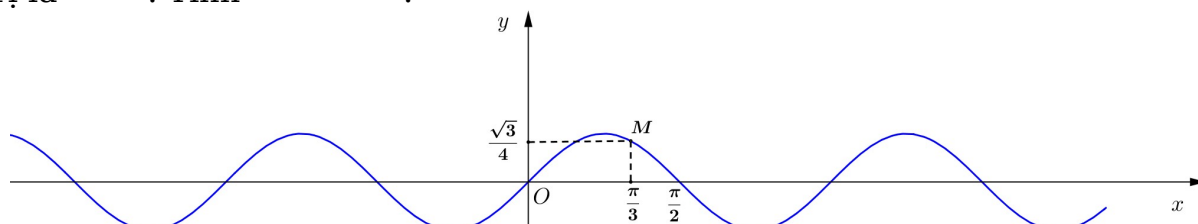
» Câu 47. Trong các hàm số $y = \sin 2x$, $y = \tan |x|$, $y = \tan x + \cot x$, $y = 2 \sin x + 3$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

Điền đáp số:

» Câu 48. Tìm chu kì tuần hoàn của hàm số $f(x) = \tan 2x$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Điền đáp số:

» Câu 49. Cho hàm số $y = k \sin(tx)$ với $k, t \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số có tập giá trị là $[a, b]$. Tính $T = 2a + 6b$.



Điền đáp số:

» Câu 50. Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2024

được cho bởi một hàm số $y = 4 \sin \left[\frac{P}{178} (t - 60) \right] + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong tháng 5 năm 2024 thì thành phố A có số giờ ánh sáng mặt trời chiếu nhiều nhất?

Điền đáp số:

----- Hết -----