|  |  |
| --- | --- |
| UBND HUYỆN CẨM GIÀNG  **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | **ĐỀ KSCL ĐỘI TUYỂN HSG LỚP 9**  **NĂM HỌC 2023 - 2024**  **MÔN: TOÁN**  **Thời gian làm bài: 150 phút**  *(Đề gồm 02 trang)* |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức sau: với *x* > 1 và *x*  2.

b) Cho *x, y* là các số dương thoả mãn: 

Tính giá trị của biểu thức: *S* = 

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình:.

b) Giải hệ phương trình: 

**Câu 3 (2,0 điểm)**

a) Tìm tất cả các số tự nhiên a để a + 1, và  đồng thời là các số nguyên tố.

b) Cho *x* và *y* là các số hữu tỉ dương và thoả mãn đẳng thức 

Chứng minh rằng  là một số hữu tỉ

**Câu 4 (3,0 điểm) :**

Cho đường tròn (*O ; R*) và điểm *S* cố định bên ngoài đường tròn (*O*). Từ *S* kẻ các tiếp tuyến *SA, SB* và cắt tuyến *SCD* đến đường tròn (*O*), với *A, B* là tiếp điểm và *C, D* thuộc (*O*) sao cho *SC < SD, CD < 2R*, . Gọi *E* là trung điểm của *CD ; H, F* lần lượt là giao của *AB* với *SO* và *OE*.

a) Chứng minh rằng *FC* là tiếp tuyến của đường tròn (*O*).

b) Qua *C* kẻ đường thẳng song song với *AD* cắt *AS, AB* lần lượt tại *P* và *Q*. Chứng minh rằng *PC = CQ*.

c) Gọi *G* là điểm nằm trên cung nhỏ  của đường tròn (*O*). Tiếp tuyến tại *G* của đường tròn (*O*) cắt *SA, SB* tại *T, J*. Tìm vị trí của *G* cung nhỏ  để diện tích tam giác *STJ* đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 5** **( 1,0 điểm)**

Cho *a, b, c* > 0 thỏa mãn *abc* = 1. Chứng minh 

----------Hết---------

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| UBND HUYỆN CẨM GIÀNG  **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | | | | **ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM**  **ĐỀ KHẢO SÁT ĐỘI TUYỂN HSG LỚP 9 LẦN 1**  **NĂM HỌC 2023-2024**  **MÔN: TOÁN** | | |
| **Câu** | **ý** | **Nội dung** | | **Điểm** |
| **1**  **(2,0đ)** | a  (1đ) |  | | 0,25 |
|  | | 0,25 |
|  | | 0,25 |
|  | | 0,25 |
| b  (1đ) | Với x, y > 0 | | 0,25 |
|  | | 0,25 |
|  | | 0,25 |
| Do đó: 2024 = S2 +1 suy ra S = ( Vì S > 0)  Vậy S = | | 0,25 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **2**  **(2,0đ)** | a  (1đ) | ĐK: | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Vì  *(Không chứng minh được -0,25)*  (TM). Vậy nghiệm của phương trình là x = 1 | 0,25 |
| b  (1đ) | .  (y-2x-2)(y+x-1) = 0 | 0,25 |
| . | 0,25 |
| . | 0,25 |
| Vậy nghiệm của hệ phương trình là: (x; y) = (2; -1) | 0,25 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3**  **(2,0 điểm)** | a)Tìm tất cả các số tự nhiên a để a + 1, và  đồng thời là các số nguyên tố. | **1,00** |
| Đặt .  và  Do p là số nguyên tố nên và | 0,25 |
| Ta có và  Nếu p chia 5 dư 1 hoặc 4 thì  là không số nguyên tố | 0,25 |
| Nếu p chia cho 5 dư 2 hoặc 3 thì  không là số nguyên tố | 0,25 |
| Vậy để và là nguyên tố thì  Mà p là số nguyên tố nên  Thử lại với a = 4 thì a + 1 = 5 nguyên tố; 4a2 + 8a + 5 = 101 nguyên tố; 6a2 + 12a + 7 = 151 nguyên tố.  Vậy a = 4 là giá trị cần tìm. | 0,25 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3**  **(2,0 điểm)** | b) Cho và  là các số hữu tỉ dương và thoả mãn đẳng thức  Chứng minh rằng  là một số hữu tỉ | **1,00** |
| Ta có  Hay | 0,25 |
|  | 0,25 |
| ⇔ vì x, y dương | 0,25 |
| ⇔  là số hữu tỉ | 0,25 |

**Câu 4 (3,0 điểm)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Phần** | **Đáp án** | **Điểm** |
|  |  |  |
| a | Ta có : OH.OS = OB2 = OC2 | 0,25 |
| ΔOES ~ Δ OHF (g.g)  ⇒ OH.OS = OE.OF | 0,25 |
| Suy ra OE.OF = OC2 ⇒ΔOCF ~ ΔOEC (c.g.c) | 0,25 |
| = 900 ⇒ FC ⊥ CO nên FC là tiếp tuyến của (O). | 025 |
| b | Từ OH.OS = OC2 ⇒ ΔOHC ~ ΔOCS    ⇒ΔSHC ~ ΔSDO  Từ ΔOHC ~ ΔOCS   ⇒ΔHOD ~ Δ HCS | 0,25 |
| suy ra HA là phân giác của góc CHD. | 0,25 |
| Gọi K là giao của HA và CD, mà HS ⊥ HA nên HI và HS là phân giác trong và ngoài của ΔCHD | 0,25 |
| PQ // AD  ⇒ CP = CQ. | 025 |
| c | Qua O vẽ đường thẳng vuông góc với SO cắt SA, SB lần lượt tại M, N.  Chứng minh được ΔMOT ~ ΔOJT ~ ΔNJO (g.g)  ⇒MT.NJ = OM.ON = MO2 =  (\*) | 0,25 |
| Ta có SSTJ = SSMN - SMTJN  Do SSMN  không đổi nên SSTJ đạt GTLN khi và chỉ khi SMTJN  đạt GTNN .  Ta có SMTJN  = SMOT + STOJ + SJON = r(MT + TJ + JN) (vì OF = OG = OE = r) | 0,25 |
| Lại có  MT + TJ + JN = MA + 2TA + 2JB + NB  = 2.(MT + NJ) – 2MA (do MA = NB, AT = TG, JG = JB). | 0,25 |
| Mà MT + NJ  .  Do đó MT + TJ + JN - 2MA  = 2MN – 2MA (do (\*))  ⇒ SMTJN ≥ r(MN – MA).  Dấu « = » xảy ra khi MT=NJ ⇔ TJ // MN ⇔ G là điểm chính giữa của cung nhỏ AB. | 025 |

**Bài 5: (1,0 điểm)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ý/Phần | Đáp án | Điểm |
|  | Ta có BĐT Bu nhia cop ky  nên với x,y,z>0 ta có  , áp dụng ta có    -Với x,y>0 ta có  áp dụng ta có    Vây ta có  Tương tự ta có ;  nên | *0,25*  *0,25*  *0,25* |
| Vậy  dấu “=” có khi a=b=c=1 | 0,25 |

Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa