

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi : TOÁN (Toán chuyên)

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Khóa thi ngày: 23-25/7/2019

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Cho biểu thức $A = \frac{2}{1 + \sqrt{x+4}\sqrt{x+4}} + \frac{x + \sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \frac{18}{x-9}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 9$.

Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $3^n - 8$ là lập phương của một số tự nhiên.

Câu 2. (1,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$. Tìm giá trị của tham số m biết rằng đường thẳng (d'): $y = 4x + m$ cắt đường thẳng (d) tại điểm có hoành độ dương thuộc (P).

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $(\sqrt{2-x} + 1)^2 = 3x + 1$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + x = 5 \\ x^2y + xy^2 + y^2 + 5x + xy + 5y = 2. \end{cases}$$

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A ($AB < BC$), M là trung điểm của AC, G là trọng tâm của tam giác ABM.

a) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh OG vuông góc với BM.

b) Lấy điểm N trên cạnh BC sao cho $BN = BA$. Vẽ NK vuông góc với AB tại K, BE vuông góc với AC tại E, KF vuông góc với BC tại F. Tính tỉ số $\frac{BE}{KF}$.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) có ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H. Vẽ đường tròn (O) đường kính BC. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại E cắt AD tại K.

a) Chứng minh $KA = KE$.

b) Vẽ tiếp tuyến AM của đường tròn (O) (M là tiếp điểm). Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HDM. Chứng minh O, I, M thẳng hàng.

Câu 6. (1,0 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $H = 3xy + yz^2 + zx^2 - x^2y$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:

Giám thị 1..... Giám thị 2.....