**CHƯƠNG**

**III**

**NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN**

BÀI 1. NGUYÊN HÀM

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

Kí hiệu  là một khoảng, hay một đoạn hay một nửa khoảng.

**1) Định nghĩa:** Cho hàm số  xác định trên . Hàm số  được gọi là nguyên hàm của hàm số trên nếu  với mọi *x* thuộc .

**2) Định lý**

a. Nếu  là một nguyên hàm của  trênthì  hàm số  cũng là một nguyên hàm của  trên.

b. Đảo lại nếu  là hai nguyên hàm của  trênthì tồn tại một hằng số  sao cho 

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số ký hiệu là .

***Chú ý:*** Người ta chứng minh được rằng: “Mọi hàm số liên tục trên  đều có nguyên hàm trên ”

**3) Tính chất của nguyên hàm.**

a. Nếu  là hai hàm số liên tục trênthì .

b.  với mọi số thực khác 0.

Suy ra

c. .

**4) Công thức nguyên hàm từng phần**

.

**5) Công thức đổi biến số**

.

**6) Bảng nguyên hàm và vi phân của những hàm số thường gặp**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Hàm sơ cấp** | **Hàm số hợp** | **Thường gặp** |
|  | . | 1) Vi phân |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| Với | Với |  |
| .  Với | Với |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**II ===I**

**PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ**

**LÝ THUYẾT.**

**1 ===I**

Phương pháp đổi biến số được sử dụng khá phổ biến trong việc tính các tích phân bất định. Phương pháp đổi biến số để xác định nguyên hàm có hai dạng dựa trên định lý sau:

a) Nếu:  và với  là hàm số có đạo hàm thì: 

b) Nếu hàm số f(x) liên tục thì đặt . Trong đó  cùng với đạo hàm của nó ( là những hàm số liên tục ) thì ta được: .

***Từ đó ta trình bày hai dạng toán về phương pháp đổi biến số như sau:***

**Dạng 1**: Sử dụng phương pháp đổi biến số dạng 1 để tính nguyên hàm: .

***PHƯƠNG PHÁP CHUNG****.*

Ta thực hiện theo các bước sau:

 Bước 1: Chọn t = . Trong đó  là hàm số mà ta chọn thích hợp.

 Bước 2: Tính vi phân hai vế: .

 Bước 3: Biểu thị: .

 Bước 4: Khi đó: 

\* Chú ý: Ta có một số dấu hiệu để đổi biến thường gặp:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **STT** | **Dạng nguyên hàm** | **Cách đặt** | **Đặc điểm nhận dạng** |
| 1 |  |  | Biểu thức dưới mẫu |
| 2 |  |  | Biểu thức ở phần số mũ |
| 3 |  |  | Biểu thức trong dấu ngoặc |
| 4 |  |  | Căn thức |
| 5 |  |  | đi kèm biểu thức theo |
| 6 |  |  | đi kèm biểu thức theo |
| 7 |  |  | đi kèm biểu thức theo |
| 8 |  |  | đi kèm biểu thức theo |
| 9 |  |  | đi kèm biểu thức theo |
| 10 |  |  | đi kèm biểu thức theo |
| Đôi khi thay cách đặt  bởi  ta sẽ biến đổi dễ dàng hơn. | | | |

***Các dạng đặc biệt***

|  |  |
| --- | --- |
| **Dấu hiệu** | **Cách chọn** |
| Hàm |  |
| Hàm | + Với: x + a > 0 và x + b > 0, Đặt:  + Với x + a < 0 và x + b < 0, đặt: |

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**2 ===I**

**Câu 1:** Tìm các họ nguyên hàm sau đây

a)  b) c) 

**Câu 2:**Tìm các họ nguyên hàm sau đây

a)  b) c) 

**Câu 3:**Tìm nguyên hàm:

a)  b)  c) 

**Câu 4:** Tìm nguyên hàm: a)  b) 

**Câu 5:**Tìm nguyên hàm:

1)  2)  3) 

**Câu 6:** Tìm nguyên hàm:

1)  2)  3) 

**Câu 7:** Tìm nguyên hàm:

1)  2) 

**Câu 8:** Tìm nguyên hàm:

**Câu 9:** Tìm nguyên hàm: 1)  2) 

**Câu 10:** Tìm nguyên hàm: 1)  2) 

**Câu 11:** Tìm nguyên hàm: 

**BÀI TẬP LUYỆN TẬP**

**Bài 1:** Tìm nguyên hàm:

  

**Bài 2:** Tìm nguyên hàm:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Bài 3:** Tìm nguyên hàm:

 

 

**Bài 4:** Tìm nguyên hàm:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Bài 5:** Tìm nguyên hàm:

  

  

**Bài 6:** Tìm nguyên hàm:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Bài 7:** Tìm nguyên hàm:

  

**Bài 8:** Tìm nguyên hàm:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Bài 9:** Tìm nguyên hàm:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Bài 10:** Tìm nguyên hàm:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Bài 11:** Tìm nguyên hàm:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Bài 12:** Tìm nguyên hàm:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Bài 13:** Tìm nguyên hàm:

**1.**  **2**. 

**3**.  **4**. 

**5**.  **6**. 

**7**.  **8**. 

**Bài toán 2**: ***(Lượng giác hóa)*** ***Sử dụng phương pháp đổi biến số dạng 2 tính tích phân bất định:*** 

***PHƯƠNG PHÁP CHUNG***

Ta thực hiện theo các bước sau:

 Bước 1: chọn x =, trong đó  là hàm số mà ta chọn thích hợp.

 Bước 2: lấy vi phân hai vế: 

 Bước 3: Biến đổi: 

 Bước 4: Khi đó tính: .

\* *Lưu ý*: Các dấu hiệu dẫn tới việc lựa chọn ẩn phụ kiểu trên thông thường là:

|  |  |
| --- | --- |
| Dấu hiệu | Cách chọn |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | x = a.cos2t |
|  | x = a + |

**Câu 1:** Tính tích phân bất định a/  b/ 

**Câu 2:** Tính tích phân bất định: 

## PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

**LÝ THUYẾT.**

**1 ===I**

Cho hai hàm số  và  liên tục trên đoạn  và có đạo hàm liên tục trên đoạn .

Khi đó: 

Để tính nguyên hàm  bằng từng phần ta làm như sau:

**Bước 1.** Chọn  sao cho  (chú ý ).

Sau đó tính  và .

**Bước 2.** Thay vào công thức  và tính .

*Chú ý.* Cần phải lựa chọn và  hợp lí sao cho ta dễ dàng tìm được  và tích phân  dễ tính hơn . Ta thường gặp các dạng sau

● **Dạng 1. **, trong đó  là đa thức.

Với dạng này, ta đặt .

● **Dạng 2. **, trong đó  là đa thức.

Với dạng này, ta đặt .

● **Dạng 3. ,** trong đó  là đa thức.

Với dạng này, ta đặt .

● **Dạng 4. **, trong đó  là đa thức.

Với dạng này, ta đặt .

● **Dạng 5. .**

Với dạng này, ta đặt .

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**2 ===I**

**Câu 1.** Tìm 

**Câu 2.** Tìm nguyên hàm của hàm số 

**Câu 3.** Biết  với ,  là các số hữu tỉ. Tính tích ?

**Câu 4.** Tìm nguyên hàm 

**Câu 5.** Tìm nguyên hàm 

**Câu 6.** Họ nguyên hàm của  là:

**Câu 7.** Biết  Tính tích .

**Câu 8.** Biếtlànguyênhàmcủahàmsố.Khiđó, tính

**Câu 9.** Biết , với . Tính .

**Câu 10.** Tìm nguyên hàm .

**Câu 11.** Tìm nguyên hàm 

**Câu 12.** Tìm nguyên hàm 

**Câu 13.** Tìm nguyên hàm của hàm số .

**Câu 14.** Tìm nguyên hàm của?