**ĐỀ SỐ 24**

**Câu 1:***(6,0 điểm)*

a) Giải phương trình: 

b) Giải hệ phương trình 

**Câu 2:***(3,0 điểm)*

Cho đa giác đều có 15 đỉnh. Gọi *M* là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập *M*, tính xác suất để tam giác được chọn là một tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

**Câu 3:***(5,0 điểm)*Cho hình tứ diện 

a) Gọi  là một điểm bất kỳ thuộc miền trong của hình tứ diện và  ; lần lượt là khoảng cách từ  đến bốn mặt  và  . Gọi  lần lượt là chiều cao của các hình chóp tam giác  và  Chứng minh tổng  là một hằng số.

2) Các tia  đôi một hợp với nhau một góc , cạnh  và góc  bằng  . Đặt  . ( ). Chứng minh  . Tính thể tích khối tứ diện  theo  và  .

**Câu 4:***(3,0 điểm)*

Cho hình lăng trụ đứng  có . Thể tích của khối chóp  bằng . Gọi  là điểm nằm trong tam giác  sao cho tổng diện tích tất cả các mặt của hình chóp  đạt giá trị nhỏ nhất. Chứng minh rằng  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  và .

**Câu 5:***(4,0 điểm)*

a) Cho dãy số  được xác định: .

Xét dãy số  . Tìm .

b) Cho  là ba số dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:



------------------HẾT------------------

* *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
* *Giám thị không giải thích gì thêm.*

***ĐÁP ÁN***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Ý** | **Lời giải** | **Điểm** |
|  | ***2*** | ***Giải phương trình:*** | ***2,5*** |
| Đk: (\*) | 0,5 |
| Pt tương đương: | 0,75 |
|  | 0,75 |
| Nghiệm  thỏa mãn (\*)  Phương trình có 2 họ nghiệm: | 0,5 |
| **5** |  | ***Cho  là ba số duơng. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:*** | ***2,0*** |
|  | 0,75 |
|  | 0,75 |
| Vậy  =  với | 0,75 |
| f’(t)  f(t)  t  1  +∞  4  0  +  -  1/4  0  0  Vậy giá trị lớn nhất của  khi | 0,75 |
|  |  | Cho dãy số  đuợc xác định: .  Xét dãy số  . Tìm . | ***2,0*** |
| Ta có .  Khi đó:    Đặt  . Khi đó ta có dãy mới  được xác định bởi: | 0,25 |
| ***Chứng minh  là dãy tăng:***  Xét hiệu:  Do  nên  suy ra dãy  là dãy tăng. | 0,25 |
| ***Chứng minh (xn) không bị chặn hay* :**  Giả sử (xn) bị chặn, do dãy tăng và bị chặn nên tồn tại giới hạn hữu hạn.  Giả sử dãy (xn) có giới hạn hữu hạn, đặt .  Từ công thức truy hồi  Lấy giới hạn hai vế, ta được:  (không thỏa mãn)  Do đó dãy đã cho không có giới hạn hữu hạn. | 0,5 |
| Ta có:  Mà: | 0,5 |
| Do đó, ta có:  Mà  nên | 0,5 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Giải hệ phương trình: | ***2,0*** | ***2,0*** |
| ĐK:  Ta có    Xét hàm số  có  đồng biến trên . Mặt khác PT | ***1,0*** | ***1,0*** |
| Thay  vào phương trình (2) ta có:      Vì  không phải là nghiệm của phương trình nên xét , chia 2 vế phương trình cho  ta có: . | ***0,25*** | ***0,25*** |
| Xét hàm số với  Ta có với .  Hàm số đồng biến trên từng khoảng  và   Trên mỗi khoảng  và  phương trình có tối đa một nghiệm. Mà  phương trình chỉ có hai nghiệm là  Với .  Với  Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là . | ***0,75*** | ***0,75*** |

|  |  |
| --- | --- |
| Số tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là:  tam giác.  Số phần tử của tập *M* là: | 0,25 |
| Gọi *O* là tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác đều. Xét một đỉnh *A* bất kì của đa giác: Có 7 cặp đỉnh của đa giác đối xứng với nhau qua đường thẳng *OA*, hay có 7 tam giác cân tại đỉnh *A*. Như vậy, với mỗi một đỉnh của đa giác có 7 tam giác nhận nó làm đỉnh tam giác cân. | 0,25 |
| Số tam giác đều có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác là  tam giác.  Tuy nhiên, trong các tam giác cân đã xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì đều cân tại ba đỉnh nên các tam giác đều được đếm ba lần. | 0,25 |
| Suy ra, số tam giác giác cân nhưng không phải tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: .  Vậy, xác suất để chọn được một tam giác cân nhưng không phải tam giác đều từ tập *M*: . | 0,25 |